

Donošenje odluka uz kvantitativne metode: analiza odabranog primjera

Duvnjak, Kristijan

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:137:646624>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-15**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula](#)



Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Fakultet ekonomije i turizma
«Dr. Mijo Mirković»

KRISTIЈAN DUVNJAK

**DONOŠENJE ODLUKA UZ KVANTITATIVNE METODE:
ANALIZA ODABRANOG PRIMJERA**

Završni rad

Pula, 2020.

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Fakultet ekonomije i turizma
«Dr. Mijo Mirković»

KRISTIЈAN DUVNJAK

**DONOŠENJE ODLUKA UZ KVANTITATIVNE METODE:
ANALIZA ODABRANOG PRIMJERA**

Završni rad

JMBAG: 0303067628, redoviti student

Studijski smjer: Marketinško upravljanje

Predmet: Kvantitativne metode poslovnog odlučivanja

Znanstveno područje: Područje društvenih znanosti

Znanstveno polje: Ekonomija

Znanstvena grana: Kvantitativna ekonomija

Mentorica: doc. dr. sc. Katarina Kostelić

Pula, rujan 2020.



IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisani Kristijan Duvnjak, kandidat za prvostupnika ekonomije/poslovne ekonomije, smjera Marketinško upravljanje ovime izjavljujem da je ovaj Završni rad rezultat isključivo mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Završnog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Student

U Puli, _____, _____ godine



IZJAVA
o korištenju autorskog djela

Ja, Kristijan Duvnjak dajem odobrenje Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj završni rad pod nazivom Donošenje odluka uz kvantitativne metode: analiza odabranog primjera koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjeloviti tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice Sveučilišta Jurja Dobrile u Puli te kopira u javnu internetsku bazu završnih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljanje na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenoga, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama.

Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli, _____ (datum)

Potpis

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. LOGISTIKA.....	2
2.1. LOGISTIČKI SUSTAVI	3
2.2. PRIJEVOZNA LOGISTIKA.....	4
2.2.1. <i>Izjednačavanje vremena.....</i>	<i>5</i>
2.2.2. <i>Izjednačavanje prostora.....</i>	<i>5</i>
2.2.3. <i>Izjednačavanje količine i asortimana</i>	<i>6</i>
3. TRANSPORT I TRANSPORTNE MREŽE.....	7
3.1. TRANSPORTNI PROBLEM	8
3.2. LOKACIJSKI PROBLEM.....	10
3.3. PROBLEM NAJKRAĆEG PUTA	12
4. LINEARNO PROGRAMIRANJE U EXCELU.....	13
4.1. SIMPLEKS METODA.....	14
4.2. SOLVER.....	15
4.3. ODABRANI PRIMJER	18
4.3.1. <i>Osnovni ciljevi i zadatci analize.....</i>	<i>18</i>
4.3.2. <i>Kriteriji evaluacija alternativa.....</i>	<i>20</i>
4.3.3. <i>Struktura problema.....</i>	<i>21</i>
4.3.4. <i>Odabir alata.....</i>	<i>23</i>
4.3.5. <i>Tumačenje dobivenih rješenja</i>	<i>24</i>
4.3.6. <i>Preporuka za poslovnu odluku.....</i>	<i>27</i>
5. ZAKLJUČAK	28
LITERATURA	29
SAŽETAK.....	31
SUMMARY	31

1. UVOD

Tema ovog rada je Donošenje odluka uz kvantitativne metode, gdje je za primjer uzet transportni problem linearnog programiranja. Podrijetlo metoda za rješavanje transportnog problema datira još iz 1941. godine kada je H. L. Hitchcock predstavio studiju naziva „Distribucija proizvoda iz nekoliko izvora do brojnih lokaliteta“ (engl. The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities“). 1947. godine T. C. Koopmans je predstavio studiju „Optimalno iskorištavanje transportnog sustava“ (engl. Optimum Utilization of the Transportation System“). Objave ove studije donijele su veliki doprinos u razvoju metoda za rješavanje transportnog problema koji uključuje slanje robe iz jednog ili više ishodišta u jedan ili više odredišta. Cilj ovog je rada prikazati kako se Simplex LP može koristiti za rješavanje transportnih problema te da će takvo rješavanje dati optimum do kojeg bi puno teže ili nikako došli bez korištenja matematičkih metoda. Funkcija cilja transportnog problema jest minimizirati ukupne troškove i zadovoljiti potražnju svakog odredišta uz poštivanje danih ograničenja. Kako bi riješili transportni, prvo trebamo odrediti rute kojima će se roba transportirati iz jedne točke u drugu, odnosno kako bi se zadovoljile potrebe odredišta uz iskorištavanje kapaciteta ishodišta. Takvih kombinacija ima jako puno, no nama je cilj pronaći onu rutu u kojoj će nam transportni troškovi biti najmanji odnosno minimalni. Materija ovog rada je podijeljena na 5 poglavlja:

1. Uvod
2. Logistika
3. Transport
4. Linearno programiranje u Excelu
5. Zaključak

U drugom poglavlju objašnjeno je što je to logistika, što su to logistički sustavi te koja je uloga prijevozne logistike te koji su njezini zadatci. Treće poglavlje govori o transportu i što su to transportne mreže, te su ukratko objašnjeni problemi koji se javljaju unutar transportne mreže. U četvrtom poglavlju objašnjeno je linearno programiranje te kako ga možemo riješiti u Excelu.

2. LOGISTIKA

Posljednjih tridesetak godina među ekonomskim disciplinama sve značajnije mjesto, a time i intenzivno znanstveno istraživanje doživljava poslovna logistika. Prema Vijeću Europe logistika se definira kao upravljanje tokovima robe i sirovina, procesima izrade završenih proizvoda i pridruženim informacijama od točke izvora do točke krajnje uporabe u skladu s potrebama kupaca.¹ Odnosno drugim riječima možemo reći da je dužnost logistike da u točno vrijeme što jeftinije dopremi kupcu kupljenu robu u traženom stanju. Logistika obuhvaća međusobno povezane aktivnosti, a to su:

1. Lokacija tvornice i skladišta
2. Nabavu
3. Pakiranje
4. Kontrolu proizvodnje
5. Rukovanje materijalima
6. Skladištenje
7. Kontrolu zaliha
8. Transport
9. Narudžbe kupaca
10. Kanale distribucije
11. Osiguranje rezervnih dijelova i servisiranje
12. Kretanje zaposlenih
13. Povrat robe
14. Viškove i manjkove
15. Distribucijske programe potrošača i
16. Distribucijske programe prodavatelja.²

Tim problemima odgovaraju klasični modeli iz operacijskih istraživanja kao što su: matematički modeli optimiranja, modeli transporta, teorija grafova, mrežno

¹ Ivaković Č, Stanković R, Šafran M. Špedicija i logistički procesi. Fakultet prometnih znanosti. Zagreb; 2010. str. 225.

² Barković D. „Operacijska istraživanja u logističkom odlučivanju“, *Hrčak*, vol. 8, no. 1. 1995. dostupno na <https://hrcak.srce.hr/227652> (pristupljeno 24.08.2020)

programiranje, modeli zaliha, modeli repova čekanja, modeli održavanja, modeli redoslijeda i simulacija³.

2.1. LOGISTIČKI SUSTAVI

Logistički sustavi se definiraju kao sustavi prostorno – vremenske transformacije dobra, a procesi koji se u njima odvijaju kao logistički procesi. Sa stajališta gospodarskih subjekata logistički sustav uključuje logističke procese i resurse (infrastrukturu, opremu, radnu snagu, itd.) koji su potrebni za odvijanje logističkih procesa.⁴ Logistički procesi nam omogućavaju tokove dobara koji povezuje sustave proizvodnje i pripreme dobara sa sustavima potrošnje dobara. Tu spadaju transport i prekrcaj koji su usmjereni na odvijanje tokova dobara, zatim obrada i ispunjavanje narudžba, koji su usmjereni na odvijanje tokova informacija, te pakiranje i skladištenje, koji su usmjereni olakšavanje odvijanja tokova dobara. Logistički sustav kojeg ćemo razmatrati je opskrbeni lanac. S obzirom na faze opskrbenog lanca logistički se procesi mogu promatrati u okviru odgovarajućih funkcionalnih skupina koje su:

- ❖ Logistika nabave- bavi se tokovima materijala od dobavljača do mjesta proizvodnje;
- ❖ Logistika proizvodnje - bavi se tokovima materijala unutar poduzeća;
- ❖ Logistika distribucije - bavi se tokovima roba između proizvodnje i tržišta.⁵

Osim logističkih procesa koji omogućuju odvijanje tokova dobara od proizvođača do kupaca, opskrbeni lanac obuhvaća i logističke procese koji omogućavaju zadovoljenje potreba kupaca nakon prodaje te zbrinjavanje otpadnog materijala i ambalaže.

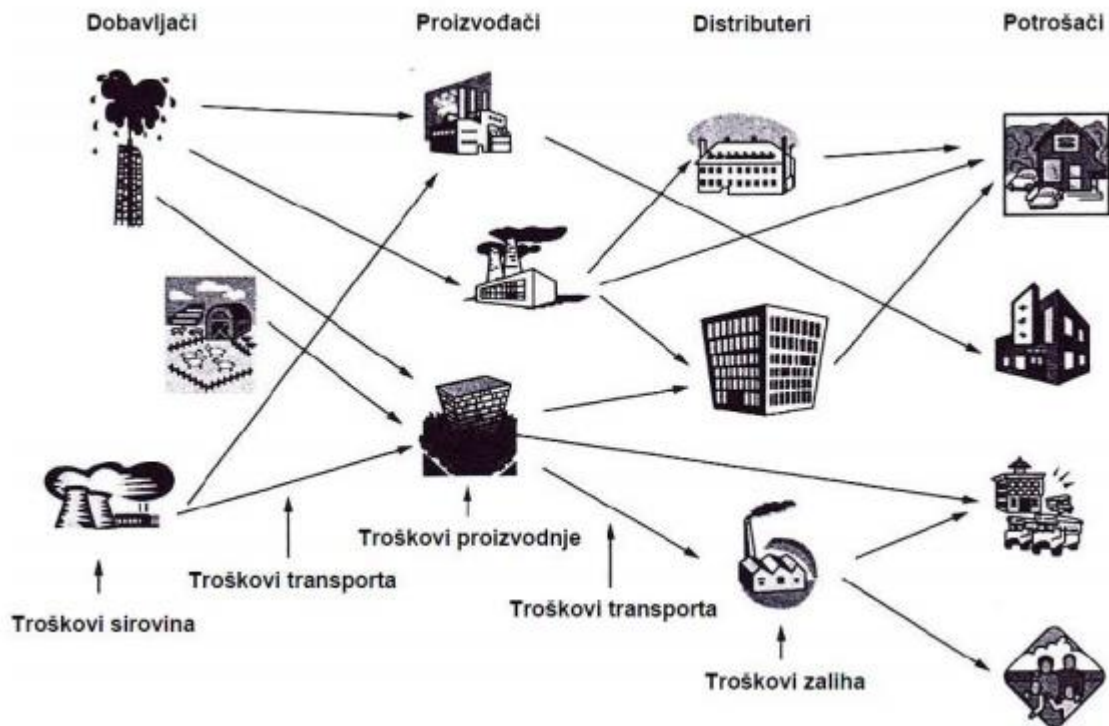
Opskrbeni lanac možemo promatrati sa stajališta pojedinog gospodarskog subjekta, primjerice poduzeća koje se sastoji od više geografski razdvojenih poslovnih jedinica u kojima se sirovine, poluproizvodi i gotovi proizvodi nabavljaju, proizvode i distribuiraju.

³ Barković D. „Operacijska istraživanja u logističkom odlučivanju“, *Hrčak*, vol. 8, no. 1. 1995. dostupno na <https://hrcak.srce.hr/227652> (pristupljeno 24.08.2020)

⁴ Segetlija, Z. Distribucija. Ekonomski fakultet. Osijek; 2006. str. 181.

⁵ Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, *Crosbi*, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 24.08.2020.)

Slika 1: Struktura opskrbnog lanca



Izvor: Stanković R., Pašagić Škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, Crosbi, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 24.08.2020.)

2.2. PRIJEVOZNA LOGISTIKA

Prijevozna logistika kao dio logistike je jedna od najvažnijih, jer bez nje veći sustavi kao što su proizvodnja, razmjena i potrošnja ne bi mogli funkcionirati. Osnovni cilj prijevozne logistike je zadovoljavanje želja potrošača uz što manje moguće troškove. Prijevozna logistika obuhvaća planiranje, upravljanje i nadzor nad svim fizičkim procesima premještanja robe (putnika) i svim logičkim procesima koji se odnose na tok informacija od izvorišta (proizvodnja) do odredišta (krajnji korisnik). Ukoliko se kvalitetno upravlja navedenim procesima tada dolazi do pozitivnih efekata u cilju ostvarenja manjih troškova, cijena i marži. Također, prijevozna logistika ima za cilj povećati iskoristivost transportne mreže, na način da optimizira probleme koji nastaju u istoj transportnoj mreži, uz korištenje raznih matematičkih metoda i programskih alata. Primjenom modernog upravljanja dobivaju se sljedeći efekti prijevozne logistike: smanjenje troškova, povećanje kvalitete, povećanje fleksibilnosti i jačanje tržišne pozicije.

Zadatci sustava prijevozne logistike su:

- Izjednačavanje vremena
- Izjednačavanje prostora
- Izjednačavanje količine
- Izjednačavanje asortimana

2.2.1. Izjednačavanje vremena

Izjednačavanje vremena je potrebno zbog razlike između vremena postavljanja zahtjeva za robom, to jest potražnje i vremena završetka proizvodnje, to jest ponude. To uključuje smanjenje vremena distribucije sirovina i repromaterijala od strane distributera prema proizvođaču te također smanjenje vremena distribucije gotovih proizvoda od strane proizvođača prema distribucijskim centrima, maloprodaji i krajnjim korisnicima. Izjednačavanje vremena se može postići na dva načina, a to je pravilnom implementacijom „Just in time“ sustava ili smanjenjem ciklusa narudžbi.

2.2.2. Izjednačavanje prostora

Proces globalizacije je značajno utjecao na razvoj logistike, opskrbeni lanci postaju sve veći, odnosno udaljenosti između početnih i završnih točaka opskrbenih lanca postaju sve dalje, stoga je potrebno prostorno izjednačavanje odnosno pronalaženje kvalitetnog načina kako povezati sve te točke na što efikasniji način i uz što niže troškove. Odabirom odgovarajućeg dizajna transportne mreže mogu se ostvariti gore navedeni uvjeti, ovisno o vrsti opskrbenog lanca. Razlikujemo izravnu dostavu, izravnu dostavu u nizu i dostavu preko distribucijskog centra.

2.2.3. Izjednačavanje količine i asortimana

Količina robe pri ekonomičnoj proizvodnji u pravilu je različita od tražene količine robe stoga je potrebno količinsko izjednačavanje. Da bi postigli kvalitetno količinsko izjednačavanje potrebno je dobro upravljanje zalihama i skladišnim funkcijama. Kvalitetnim upravljanjem skladišnih procesa i operacija, poduzeće se može prilagoditi varijabilnosti potražnje, pritom ne stvarajući velike troškove. Aktivnosti u skladištu dijelimo na: prijem i pohrana robe, komisioniranje te otprema robe prema potrošaču. Optimiziranjem ovih aktivnosti u skladišnom poslovanju te njihova kvalitetna povezanost i usklađenost, dovodi do veće učinkovitosti rada, manje mogućnosti za pogrešku, manjih troškova, te u konačnici do boljeg funkcioniranja skladišnog sustava. Upravljanjem zaliha se također može smanjiti nerazmjer ponude i potražnje jer omogućavaju održanje kontinuiteta proizvodnje i prodaje. Zalihe robe se definiraju kao količina robe (materijal, vlastiti proizvodi, poluproizvodi, i gotovi proizvodi) koji su uskladišteni radi kontinuiranog opskrbljivanja vremenski i prostorno bliže ili daljnje proizvodne ili osobne potrošnje.⁶ Upravljanje zalihama predstavlja kompleksan posao jer dolazi do suprotnih zahtjeva. Zahtjeva se dovoljno velika količina da se može osigurati kontinuirana proizvodnja, a s druge strane zahtjeva se što manja količina kako bi poslovanje bilo što ekonomičnije.

⁶ V. Majstorović, Upravljanje proizvodnjom i projektima, Sveučilište u Mostaru, Mostar, 2001. str. 22.

3. TRANSPORT I TRANSPORTNE MREŽE

Transport je jedan od važnijih procesa prijevozne logistike. Osim prijevoza robe ili ljudi, transport se sastoji i od mnogo drugih aktivnosti (priprema dokumentacije, odabir vozila, priprema robe itd.) s ciljem da se transportni proces izvede na što kvalitetniji način. Kvalitetno upravljanje transportnim procesima može dovesti do raznih prednosti kao što su: veća efikasnost opskrbnog lanca, smanjenje operacijskih troškova, veća kvaliteta usluge, te povećanje iskoristivosti transportne mreže. Jedan od razloga važnosti transporta je i trošak koji on generira, to jest udio troška transporta u odnosu na druge logističke aktivnosti poput skladištenja, komisioniranja i drugih u određenom poduzeću.

Transportna mreža je sustav međusobno i interesno povezanih transportnih čvorišta, prometnica, koridora, ruta, linija, transportnih lanaca koja omogućuje brze, sigurne i racionalne procese proizvodnje transportnih proizvoda.⁷ Svrhe transportnih mreža su da omogućuju transport određene robe, materijala ili putnika s jednog mjesta na drugo. Čvorovi u transportnim mrežama zapravo predstavljaju manja ili veća skladišta, terminale, distribucijske centre, morske luke i sl.

Transportne mreže mogu biti:

- Kratke koje imaju do pet karika te se takva mreža najviše koristi u konvencionalnom transportu
- Dugačke koje imaju od 6 do 10 karika i prakticiraju se najviše u kombiniranom i jednostavnom transportu
- Veoma dugačke imaju 11 do 21 karika i prakticiraju se u složenijim procesima transporta robe⁸

Transportne mreže se mogu dizajnirati u kombiniranom i multimodalnom obliku. Kombinirani transport koristi dva različita prijevozna sredstva s dvije različite transportne grane, dok je kod multimodalnog oblika transportne mreže važno povezivanje više različitih grana transporta gdje se transport robe provodi u transportnim multimodalnim jedinicama. Kako transportna mreža predstavlja jedan kompleksan sustav nije iznenađujuće da dolazi do raznih problema unutar mreže. Takvi problemi se trebaju što prije na kvalitetan način riješiti kako bi transportna mreža

⁷ Buntak K, Grgurević D, Droždek I. „Međusobni odnos logističkih i transportnih sustava“, *Hrčak*, vol. 6, no. 2, 2012., dostupno na <https://hrcak.srce.hr/94812> (pristupljeno 26.08.2020.)

⁸ loc. cit

bila što kvalitetnija i kako bi se povećala njezina iskoristivost. U današnje vrijeme sve se više posvećuje pozornost na rješavanje problema unutar transportne mreže, a to znatno olakšava razvoj logistike i tehnologije. Neki od problema koji nastaju na transportnoj mreži su:

- Transportni problem;
- Problem najkraćeg puta;
- Lokacijski problem;

3.1. TRANSPORTNI PROBLEM

Transportni problem linearnog programiranja, poznat i kao „problem Hitchcocka“, jest problem prijevoza nekog homogenog proizvoda iz m ishodišta u n odredišta. Odredišta i ishodišta prijevoza tereta nisu međustanice u procesu transporta, već ona predstavljaju krajnje točke prijevoza robe.⁹ Kod transportnog problema pretpostavka je da ponuda pojedinog ishodišta i potražnja pojedinog odredišta moraju biti zadovoljene i to uz minimalne transportne troškove. Stoga se može reći kako je cilj transportnog problema minimizirati troškove ili minimizirati udaljenost koju treba preći. Najčešći elementi koji su vezani uz transportni problem su vrijeme, trošak i udaljenost.

U osnovnom transportnom problemu poznati (zadani) su kapaciteti i lokacije izvora, potražnja odredišta, raspoloživi transportni putovi (veze između izvora i odredišta), jedinični transportni troškovi, odnosno duljine transportnih putova. Osnovni oblik problema može biti dodatno složen, primjerice uvođenjem kapaciteta transportnih sredstava, odnosno propusnosti transportnih putova i/ili vremenskih prozora kod izvora odnosno kod odredišta.

⁹ Dušak V., „Rješavanje transportnog problema linearnog programiranja uz pomoć elektroničkog računala“, *Hrčak*, no. 2-3, 1979., dostupno na <https://hrcak.srce.hr/81306>, (pristupljeno 26.08.2020.)

Transportni problem možemo riješiti matematičkom metodom linearnog programiranja. Tada slijedi:

- funkcija cilja predstavlja ukupne transportne troškove, odnosno transportni put koji treba minimizirati;
- varijable odlučivanja predstavljaju raspored transporta, tj. količine supstrata koje se transportiraju iz određenoga izvora u određeno odredište po transportnom putu koji povezuje određeni izvor s određenim odredištem;
- ograničenja predstavljaju uvjete koji moraju biti ispunjeni: potražnja odredišta mora biti zadovoljena, kapaciteti izvora ne mogu biti prekoračeni, transport se može odvijati po raspoloživim transportnim putovima;
- ulazni podatci poznate su (zadane) veličine transportne mreže: kapaciteti izvora, potražnja odredišta, jedinični transportni troškovi.

Matematički to možemo zapisati ovako:

- funkcija cilja

$$\min F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} \cdot q_{ij}$$

- ograničenja

$$\sum_{i=1}^n q_{ij} = p_j \quad \forall \quad j = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ij} \leq k_i \quad \forall \quad i = 1, \dots, n$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

Gdje je:

- t_{ij} = jedinični transportni trošak na relaciji od izvora i do odredišta j
- q_{ij} = količina robe koja se iz izvora i transportira do odredišta j
- m = ukupan broj odredišta čiju potražnju treba zadovoljiti
- n = ukupan broj izvora
- k_i = kapacitet izvora i

➤ $p_j =$ potražnja odredišta j .¹⁰

Jednadžba funkcije cilja predstavlja ukupni transportni trošak na razini cijele transportne mreže koju dobivamo kao rezultat zbroja produkata količine robe i jediničnog transportnog troška na svim relacijama transportne mreže.

Prvo ograničenje predstavlja ograničenje koje određuje da potražnja na svim odredištima mora biti zadovoljena, drugo ograničenje predstavlja ograničenje da ukupna količina robe koja se transportira iz pojedinog izvora ne može biti veća od njegovog kapaciteta i treće ograničenje predstavlja uvjet ne negativnosti varijable odlučivanja jer transport negativne količine robe nema smisla.

3.2. LOKACIJSKI PROBLEM

Lokacijski problem je problem određivanja broja i lokacija izvorišnih čvorova te rasporeda transporta određenoga supstrata (homogenih jedinica tereta, primjerice paleta, kartona...) iz n izvora, u kojima se supstrat nalazi, u m odredišta, čiju potražnju za supstratom treba zadovoljiti koristeći raspoložive transportne putove po kriteriju najmanjih troškova.¹¹ Kod lokacijskog problema osim transportnih troškova imamo i troškove infrastrukture. Osim troškova infrastrukture lokacijski se problemi od transportnih problema razlikuju po tome što broj i lokacija odredišnih čvorova nisu poznati nego ih treba odrediti. Stoga je potrebno razmotriti sve moguće opcije i uzeti u obzir sve čimbenike koji mogu utjecati na izbor određene lokacije, te metode kojima se taj izbor olakšava. Pri odabiru lokacije objekta razlikuju se šira i uža lokacija. Na odabir šire lokacije utječu sljedeći čimbenici: tržište, značajke robe, raspoloživost stručnog kadra i prijevozne mogućnosti. Čimbenici koji utječu na odabir uže lokacije su: veličina i konfiguracija terena, urbanistički plan područja, blizina mreže javnog prometa i pristupačnost, cijena zemljišta i trošak izgradnje, blizina servisa za popravak opreme, javno mišljenje .

¹⁰ Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, *Crosbi*, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 24.08.2020.)

¹¹ loc. cit

Lokacijski problem matematičkim modelom možemo zapisati na sljedeći način:

- Funkcija cilja

$$\min F = \sum_{i=1}^n l_i \cdot ft_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} \cdot q_{ij}$$

- Ograničenja

$$\sum_{i=1}^n q_{ij} = p_j \quad \forall \quad j = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ij} \leq l_i \cdot k_i \quad \forall \quad i = 1, \dots, n$$

$$l_i \in \{0,1\} \quad \forall \quad i = 1, \dots, n$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

Gdje je:

- l_i = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost 1 ako je LDC otvoren na lokaciji i odnosno 0 ako LDC nije otvoren na lokaciji i
- ft_i = fiksni trošak LDC-a na lokaciji i
- t_{ij} = jedinični transportni trošak od LDC-a na lokaciji i do prodajnih mjesta u gradu j
- q_{ij} = količina robe koja se iz LDC-a na lokaciji i transportira do prodajnih mjesta u gradu j
- m = ukupan broj gradova čija prodajna mjesta treba opskrbiti ($m = II$) n = ukupan broj potencijalnih lokacija LDC-a ($n = II$)
- k_i = mjesečni kapacitet LDC-a na lokaciji i
- p_j = mjesečna potražnja prodajnih mjesta u gradu j .¹²

Jednadžba funkcije cilja predstavlja ukupni trošak opskrbe prodajnih mjesta na razini cijele mreže, te se sastoji od zbroja fiksnih troškova na svim lokacijama gdje je otvoren distribucijski centar i varijabilnih troškova.

Prvo ograničenje predstavlja ograničenje koje određuje da potražnja prodajnih mjesta u svim gradovima mora biti zadovoljena, drugo ograničenje predstavlja ograničenje koje određuje kako se sa svake lokacije može prevesti ona količina robe

¹² Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, Crosby, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 24.08.2020.)

koliki je kapacitet distribucijskog centra otvorenog na određenoj lokaciji, treće ograničenje predstavlja kako se na svakoj potencijalnoj lokaciji može otvoriti samo jedna ili niti jedan distribucijski centar i četvrto ograničenje predstavlja uvjet ne negativnosti.

3.3. PROBLEM NAJKRAĆEG PUTA

Kod problema najkraćeg puta dolazi kada je potrebno odrediti najkraći, najjeftiniji ili najpouzdaniji put između jednog ili više čvorova na transportnoj mreži. Ovaj problem predstavlja jedan od osnovnih i najčešćih problema s kojim se susrećemo pri istraživanju transportne mreže.

Razlikuju se četiri vrste modela najkraćeg puta:

1. Pronalaženje najkraćih putova od jednog prema više različitih čvorova kada su duljine lukova pozitivne
2. Pronalaženje najkraćih putova od jednog prema više čvorova na mrežama sa proizvoljnom duljinom lukova
3. Pronalaženje najkraćih putova od svih čvorova prema svim čvorovima
4. Pronalaženje različitih tipova ograničenih najkraćih putova između čvorova¹³

Problem najkraćeg puta prikazujemo najjednostavnije na sljedeći način: pretpostavimo da nam je data mreža „ G “ koja ima m čvorova, n lukova i trošak „ c_{ij} “ povezan sa svakim lukom (i, j) u mreži „ G “. Tada je potrebno pronaći najkraći odnosno najjeftiniji put od čvora „ 1 “ do čvora m u mreži „ G “. Trošak puta je zbroj troškova na lukovima u putu. Da bi problem najkraćeg puta mogli matematički zapisati, potrebno je postaviti mrežu u kojoj želimo poslati određenu količinu robe iz čvora „ 1 “ do čvora „ m “ uz minimalne troškove. To zapisujemo na sljedeći način: $b_1 = 1$, $b_m = -1$, $b_i = 0$ za $i \neq 1$ ili m .¹⁴

¹³ Ahuja R.K., Magnati T.L., Orlin J.B., *Network Flows*, New Jersey, Prentice Hall, dostupno na <http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/STSCS4R1.pdf>, (pristupljeno 26.08.2020.)

¹⁴ Bazaraa M.S., Jarvis J.J., Sheral H.D., *Linear Programming and Network Flows*, New Jersey, Wiley, dostupno na [http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP\[430912\].pdf](http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP[430912].pdf), (pristupljeno, 26.08.2020.)

4. LINEARNO PROGRAMIRANJE U EXCELU

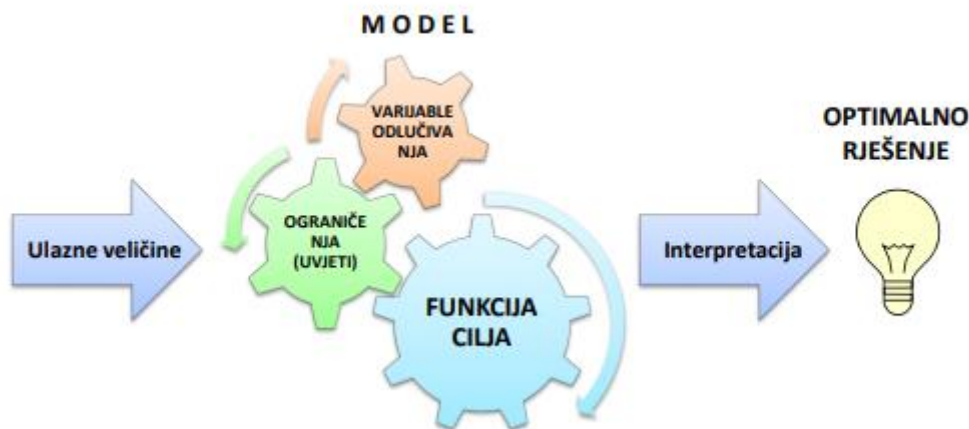
Većina logističkih problema koji se pojavljuju u planiranju i upravljanju logističkim procesima mogu se svesti na probleme optimiranja, to jest riječ je o problemima koji imaju više mogućih (izvedivih) rješenja, od kojih treba odabrati ono koje je prema usvojenom kriteriju (ili više usvojenih kriterija) najbolje, uvažavajući pritom postavljena ograničenja.¹⁵ Na primjerima osnovnih logističkih problema primjenjujemo model linearnog programiranja.

Linearno programiranje je namijenjeno rješavanju problema optimalne kombinacije više varijabli radi ostvarenja maksimalnog ili minimalnog rezultata uz zadovoljenje postavljenih ograničenja i/ili zahtjeva.¹⁶ Optimizacija uključuje odabir varijabli i određivanje njihovih vrijednosti. Maksimum ili minimum predstavljaju rezultat funkcije cilja ili funkcije kriterija u kojoj se mjeri doprinos pojedine varijable u ukupnom rezultatu modela. Optimalna rješenja ćemo dobiti primjenom MS Excel programskog alata „Solver“. Iako danas postoje napredniji programski alati, u daljnjem nastavku rada objasniti ćemo više što je Solver te kako se primjenjuje, te ćemo pokazati njegovu primjenu na zadanom primjeru zadatka. Kao što je spomenuto da danas postoje mnogi napredniji programski alati od Solvera, primjenjivat ćemo isti zbog njegove dostupnosti jer dolazi u paketu MS Excela. Znanja i vještine rada na Solveru lako se mogu primijeniti na neki drugi napredniji program. Matematički modeli linearnog programiranja sastoje se od: varijabli odlučivanja, funkcije cilja i ograničenja.

¹⁵ Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, *Crosbi*, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 28.08.2020.)

¹⁶Bazaraa M.S., Jarvis J.J., Sheral H.D., *Linear Programming and Network Flows*, New Jersey, Wiley, dostupno na [http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP\[430912\].pdf](http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP[430912].pdf), (pristupljeno, 26.08.2020.)

Slika 2: Matematički model linearnog programiranja



Izvor: Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, *Crosbi*, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240> (pristupljeno 28.08.2020.)

4.1. SIMPLEKS METODA

Simpleks metoda predstavlja opći algoritam za rješavanje svih oblika problema linearnog programiranja. Simpleks metoda spada u kategoriju numeričkih iterativnih metoda, gdje se pri rješavanju problema polazi od bazičnog rješenja, koje mora biti dopustivo, te koje se u nizu koraka poboljšava dok se ne postigne optimalno rješenje u skladu sa postavljenim ciljem¹⁷. Odnosno, osnovna ideja Simpleks metode je da krene od jednog mogućeg rješenja, i to vrha, te u svakom koraku ide u susjedni vrh ako je u njemu bolja vrijednost funkcije cilja. Vrh je određen aktivnim ograničenjima. Prelazak iz jednoga u drugi vrh ide zamjenom jednog ograničenja s drugim, odnosno promjenama u varijablama¹⁸. Stoga algoritam Simpleks metode možemo svesti na dva koraka:

1. određivanje početnog bazičnog dopustivog rješenja i
2. poboljšanje dobivenog bazičnog rješenja kroz konačan broj koraka (iteracija)

Da bismo odredili bazično dopustivo rješenje najprije trebamo opći model linearnog programiranja prevesti na kanonski oblik, to znači da sva ograničenja moraju biti u obliku jednakosti. Prevođenje općeg ili standardnog oblika linearnog modela na kanonski ovisi o obliku ograničenja i vrsti linearnog problema. Nakon svođenja modela

¹⁷ http://www.efzg.unizg.hr/UserDocImages/MAT/tperic/3-4_OI_2017.pdf (pristupljeno 28.08.2020.)

¹⁸ <https://e-ucenje.unipu.hr/mod/resource/view.php?id=24883> (pristupljeno 28.08.2020.)

linearnog programiranja na kanonski oblik neophodno je odrediti početno dopustivo bazično rješenje. Bazično rješenje formiraju bazične varijable, koje se nalaze uz bazične vektore. Bazu tvore linearno nezavisni jedinični vektori koje nazivamo bazičnim vektorima. Bazično dopustivo rješenje čini skup od m bazičnih varijabli (odnosno onoliko koliko ima ograničenja), čije vrijednosti moraju biti pozitivne.

Dopustivo bazično rješenje može biti:

- Nedegenerirano - ima točno m pozitivnih vrijednosti bazičnih varijabli
- Degenerirano - ima manje od m pozitivnih vrijednosti bazičnih varijabli¹⁹

Varijable u Simpleks metodi klasificiraju se na bazične i nebazične. Nebazične varijable su one varijable koje se izjednačavaju sa nulom, dok bazične varijable predstavljaju dopustivo bazično rješenje i imaju vrijednost veću od nula i ima ih onoliko koliko ima ograničenja.

Simpleks metoda se može provoditi:

- rješavanjem sustava ograničavajućih jednačbi
- tablično
- matrično

4.2. SOLVER

Solver je programski alat koji je dio (*engl. add-on*) Microsoft Office Excela te služi za rješavanje linearnih i nelinearnih optimizacijskih problema. Solver je u mogućnosti rješavati probleme s čak do 200 varijabli odlučivanja, 100 izrazitih ograničenja i 400 jednostavnih ograničenja (kao što je donja i gornja granica varijabli odlučivanja).

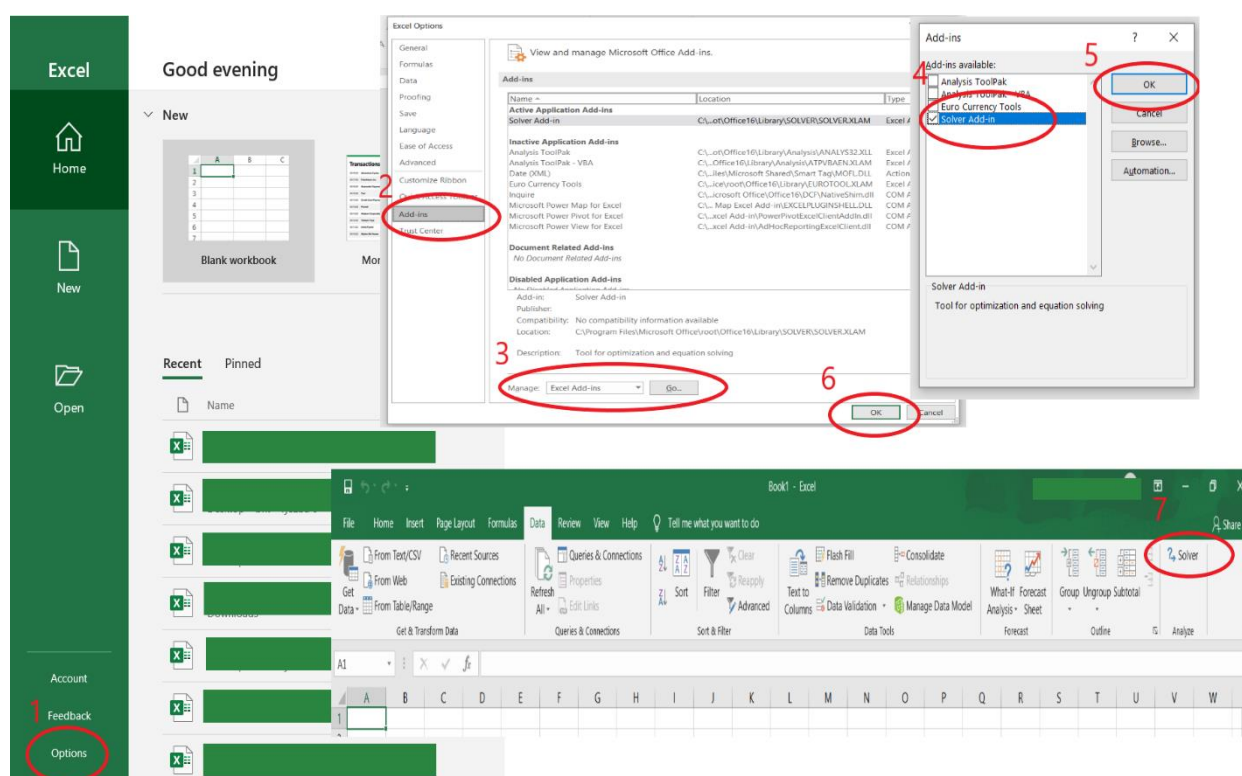
Instalacija Solvera vrši se pomoću sljedećih koraka:

1. Potrebno je kliknuti na oznaku "Office" koja se nalazi u gornjem lijevom kutu
2. Odabrati "Excel Options"
3. Odabrati "Add-Ins" sa pomoćne trake
4. Pod ćelijom "Manage" odabrati "Excel Add-ins", te kliknuti na "Go"

¹⁹ Ahuja R.K., Magnati T.L., Orlin J.B., *Network Flows*, New Jersey, Prentice Hall, dostupno na <http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/STSCS4R1.pdf>, (pristupljeno 28.08.2020.)

5. Zatim označiti sa kvačicom ćeliju “Solver Add-In“, te kliknuti na “Ok“
6. Tada bi se trebala pojaviti oznaka Solver pod alatnom trakom “Data“, tada je postupak instalacije Solvera završen.

Slika 3 : Instalacija Solvera



Izvor: Izrada autora

Klikom miša na oznaku Solvera otvara se dodatni prozor koji je prikazan na slici 4 te u koji upisujemo podatke problema kojeg želimo riješiti. Unutar tog prozora nalazi se nekoliko bitnih stavki u koje je potrebno upisati odgovarajuće podatke. Pod polje gdje piše Postavljanje cilja (*engl. Set Target Cell*) upisuje se funkcija cilja. U drugom koraku odabire se maksimum ili minimum. Pod polje gdje piše Promjenom varijabilnih ćelija (*engl. By Changing Cells*) upisuju se varijable odluke. Pod opcijom Podložno ograničenjima (*engl. Subject to the Constraints*) upisuju se zadana ograničenja tako da kliknemo na Dodaj (*engl. Add*) gdje se otvara novi prozorčić u koji se upisuju ograničenja za određene ćelije, također u prozoru se određuje vrsta

ograničenja ($=>$, $=<$, $=$, *bin*, *int*), te kada su sva ograničenja dodana klikne se na U redu (*engl. Ok*). Promjeni (*engl. Change*) i Obriši (*engl. Delete*) omogućuju promjenu već zadanih ograničenja ili njihovo brisanje. Poništi sve (*engl. Reset All*) služi, kako i naziv kaže, za resetiranje problema i svih unesenih parametara. Nakon što su unešena sva ograničenja i prije nego što kliknemo da Solver riješi treba odabrati metodu rešavanja. U ovom slučaju to će biti Simplex metoda. Klikom miša na Mogućnosti (*engl. Options*) se otvara novi prozor, u kojem se može odrediti broj sekundi za koje će se Solver zaustaviti, maksimalan broj iteracija, preciznost i druge opcije.

Slika 4: Prozor solvera

Izvor: Izrada autora

4.3. ODABRANI PRIMJER

Ovaj je zadatak izmišljen za potrebe završnog rada, no obogaćen je realnim podacima koliko je to bilo moguće. Talijanski proizvođač maslinovog ulja razmatra otvaranje nekoliko postrojenja za proizvodnju maslinovog ulja na području Republike Hrvatske. Temeljem analize tržišta pokazan je interes za otkupom maslinovog ulja u maloprodajnim centrima koji se nalaze u Zagrebu, Virovitici, Osijeku, Sisku i Varaždinu. S obzirom da je ponuda veća od potražnje potrebno je utvrditi troškovno najisplativije lokacije za otvaranje postrojenja odnosno lokacije gdje bi troškovi proizvodnje i prijevoza bili najmanji. U uži izbor gradova za otvaranje postrojenja spadaju Poreč, Rijeka, Zadar, Split i Šibenik, gdje su troškovi gradnje postrojenja jednaki za sve lokacije.

4.3.1. Osnovni ciljevi i zadatci analize

Cilj primjera je alokacija maslinovog ulja od ponude do potražnje. Zadane lokacije za otvaranje postrojenja za proizvodnju maslinovog ulja su u Poreču, Rijeci, Zadru, Splitu i Šibeniku. U svakom gradu je različit trošak prerade i pakiranja maslinovog ulja. U Poreču to iznosi 48 kuna za jedinu litru maslinovog ulja, u Rijeci 46 kuna, u Zadru 56 kuna, u Splitu 55 kuna i u Šibeniku 50 kuna. S druge strane postoje maloprodajni centri u Zagrebu, Virovitici, Osijeku, Sisku i Varaždinu koji potražuju određenu količinu maslinovog ulja kako bi je mogli prodavati u svojim centrima. Potražnja u Zagrebu je 180 000 litara maslinovog ulja, za Viroviticu je 80 000 litara, za Osijek je 120 000 litara, za Sisak je 60 000 litara i za Varaždin je 100 000 litara. Uz navedene troškove proizvodnje maslinovog ulja, za analizu potrebno je još odrediti i troškove cestarine, trošak goriva, trošak dnevnice vozača te trošak po jedinici proizvoda. Trošak cestarine određen je koristeći službene stranice Hrvatskog auto kluba (HAK-a)²⁰. Uz pomoć aplikacije Google karte određene su udaljenosti između svih ruta te ukupni vremenski period potreban za putovanje.²¹ Trošak dnevnice vozača određen je tako što pomnožimo vremenski period potreban za putovanje s bruto satnicom vozača koja je proizvoljno određena te iznosi 45 kn. Da bi se izračunao trošak

²⁰ <https://www.hak.hr/hak/> (pristupljeno 15.09.2020.)

²¹ <https://www.google.com/maps> (pristupljeno 15.09.2020.)

goriva, osim udaljenosti između lokacija, potrebno je odrediti i cijenu goriva²² te prosječnu potrošnju kamiona.²³ Nakon prikupljenih svih podataka trošak goriva računa se na način: udaljenost između lokacija × (prosječna potrošnja kamiona ÷ 100) × cijena goriva. Nakon dobivenih svih troškova potrebno ih je zbrojiti kako bi se dobili ukupni troškovi prijevoza.

Tablica 1: Prikaz svih troškova

Ruta	Cestarina za oba smjera (kn)	Vrijeme potrebno za prijevoz u oba smjera (h)	Dnevnic vozača (po satu)	Udaljenost između gradova (oba smjera)	Cijena goriva (kn)	Prosječna potrošnja goriva kamiona	Ukupni trošak goriva (kn)	Ukupan trošak prijevoza (kn)	Trošak po jedinici proizvoda
Poreč - Zagreb	988	6	45	502	9,08	30	1367,45	2625,45	0,13
Poreč - Virovitica	1194	10	45	796	9,08	30	2168,30	3812,30	0,19
Poreč - Osijek	1800	10	45	1056	9,08	30	2876,54	5126,54	0,26
Poreč - Sisak	1054	7	45	592	9,08	30	1612,61	2981,61	0,15
Poreč - Varaždin	1172	8	45	664	9,08	30	1808,74	3340,74	0,17
Rijeka - Zagreb	594	4	45	334	9,08	30	909,82	1683,82	0,08
Rijeka - Virovitica	800	7	45	314	9,08	30	855,34	1970,34	0,10
Rijeka - Osijek	1406	8	45	890	9,08	30	2424,36	4190,36	0,21
Rijeka - Sisak	660	5	45	424	9,08	30	1154,98	2039,98	0,10
Rijeka - Varaždin	778	6	45	496	9,08	30	1351,10	2399,10	0,12
Zadar - Zagreb	864	4	45	576	9,08	30	1569,02	2613,02	0,13
Zadar - Virovitica	1070	9	45	870	9,08	30	2369,88	3844,88	0,19
Zadar - Osijek	1676	10	45	1130	9,08	30	3078,12	5204,12	0,26
Zadar - Sisak	930	5	45	666	9,08	30	1814,18	2969,18	0,15
Zadar - Varaždin	1048	7	45	738	9,08	30	2010,31	3373,31	0,17
Split - Zagreb	1262	8	45	826	9,08	30	2250,02	3872,02	0,19
Split - Virovitica	1468	11	45	1118	9,08	30	3045,43	5008,43	0,25
Split - Osijek	2074	12	45	1380	9,08	30	3759,12	6373,12	0,32
Split - Sisak	1328	9	45	914	9,08	30	2489,74	4222,74	0,21
Split - Varaždin	1446	10	45	988	9,08	30	2691,31	4587,31	0,23
Šibenik - Zagreb	1072	6	45	688	9,08	30	1874,11	3216,11	0,16
Šibenik - Virovitica	1278	10	45	982	9,08	30	2674,97	4402,97	0,22
Šibenik - Osijek	1884	11	45	1242	9,08	30	3383,21	5762,21	0,29
Šibenik - Sisak	1138	7	45	778	9,08	30	2119,27	3572,27	0,18
Šibenik - Varaždin	1256	8	45	850	9,08	30	2315,40	3931,40	0,20

Izvor: Izrada autora

Kako bi uspješno izračunali funkciju cilja koja se odnosi na pronalaženje minimalnih troškova potrebno je izračunati koliko iznosi trošak po jedinici proizvoda. Da bi izračunali trošak po jedinici proizvoda trebamo odrediti koliko litara maslinovog ulja se može prevesti po kamionu odnosno potrebno je odrediti nosivost kamiona. Odabrana vrsta kamiona je ona čija nosivost iznosi 20 tona²⁴ odnosno koja može prenijeti 20 000 litara maslinovog ulja i pri prijevozu se koristi samo puni kamion. Nakon

²² <http://cijenegoriva.info/CijeneGoriva.aspx> (pristupljeno 15.09.2020.)

²³ <https://www.kamion-bus.hr/> (pristupljeno 15.09.2020.)

²⁴ <https://hr.judsonconcept.com/4175057-motor-transport-volume-and-carrying-capacity-of-a-truck> (pristupljeno 15.09.2020.)

što smo odredili kolika je nosivost kamiona trošak prijevoza po jedinici proizvoda računamo tako da podijelimo ukupne troškove prijevoza s nosivosti kamiona. U ovom slučaju, varijable odluke su količine koje se prevoze pojedinom rutom. Svaka potencijalna lokacija za otvaranje postrojenja za proizvodnju maslinovog ulja povezana je sa maloprodajnim centrima u gradovima koji potražuju maslinovo ulje. Funkcija cilja predstavlja umnožak varijabli odluka i troška po jedinici proizvoda. Ograničenja su se odnosila na ponudu onih gradova koji nude maslinovo ulje a to su Poreč, Rijeka, Zadar, Split i Šibenik i na potražnju maloprodajnih centara u gradovima koji potražuju maslinovo ulje a to su Zagreb, Virovitica, Osijek, Sisak i Varaždin. Ograničenja za ponudu su postavljena na način da ponuda jednog grada predstavlja zbroj varijabli odluke rute grada koji nudi maslinovo ulje sa gradovima koji potražuju maslinovo ulje. Na primjer ponuda Poreča kod izgleda kao zbroj varijabli odluke svih pet ruta: (Poreč – Zagreb) + (Poreč – Virovitica) + (Poreč – Osijek) + (Poreč – Sisak) + (Poreč - Varaždin). Na isti način postavljamo ograničenja ponude i za preostala četiri grada. Ograničenja potražnje postavljena su na način da potražnja jednog grada predstavlja zbroj varijabli odluka ruta grada koji potražuje maslinovo ulje sa gradovima koji nude maslinovo ulje. Na primjer potražnja Zagreba je zbroj varijabli odluka ruta (Poreč – Zagreb) + (Rijeka – Zagreb) + (Zadar – Zagreb) + (Split – Zagreb) + (Šibenik – Zagreb). Na isti način postavljamo ograničenja potražnje i za preostala četiri grada.

4.3.2. Kriteriji evaluacija alternativa

Za rješavanje ovog zadatka potrebno je odrediti ograničenja koja se odnose na ograničenja ponude i potražnje. Kod ograničenja koristimo znakove veće ili jednako (\geq), manje ili jednako (\leq), jednako ($=$) te cijeli broj (int). U ovom primjeru vidimo da je ponuda veća od potražnje tako kod ograničenja ponude stavljamo znak manje ili jednako (\leq) da naglasimo činjenicu da ponuda ne može biti veća od maksimalne vrijednosti koju nude, a kod ograničenja potražnje stavljamo znak jednako ($=$) zbog toga što cjelokupna potražnja maloprodajnih centara u gradovima Zagrebu, Virovitici, Osijeku, Sisku i Varaždinu mora biti zadovoljena. Kod ograničenja prijevoza je je znak (int) zato što se za prijevoz moraju koristiti samo puni kamioni.

4.3.3. Struktura problema

Funkcija cilja

$$0,13 \times X_{11} + 0,19 \times X_{12} + 0,26 \times X_{13} + 0,15 \times X_{14} + 0,17 \times X_{15} + 0,09 \times X_{21} + \\ 0,10 \times X_{22} + 0,21 \times X_{23} + 0,10 \times X_{24} + 0,12 \times X_{25} + 0,13 \times X_{31} + 0,20 \times X_{32} + \\ 0,26 \times X_{33} + 0,15 \times X_{34} + 0,17 \times X_{35} + 0,20 \times X_{41} + 0,25 \times X_{42} + 0,32 \times X_{43} + \\ 0,21 \times X_{44} + 0,23 \times X_{45} + 0,16 \times X_{51} + 0,22 \times X_{52} + 0,29 \times X_{53} + 0,18 \times X_{54} + \\ 0,20 \times X_{55}$$

Funkcija cilja određena je pomoću kvalitete osjetljivosti za svaku varijablu.

Ograničenja ponude

Ponuda Poreča - $X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 160000$ - navedeno ograničenje predstavlja dostupnost od 160000 litara maslinovog ulja.

Ponuda Rijeke - $X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 100000$ - navedeno ograničenje predstavlja dostupnost od 100000 litara maslinovog ulja.

Ponuda Zadra - $X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 300000$ - navedeno ograničenje predstavlja dostupnost od 300000 litara maslinovog ulja.

Ponuda Splita - $X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \leq 400000$ - navedeno ograničenje predstavlja dostupnost od 400000 litara maslinovog ulja.

Ponuda Šibenika - $X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \leq 200000$ - navedeno ograničenje predstavlja dostupnost od 200000 litara maslinovog ulja.

Ograničenja potražnje

Potražnja Zagreba - $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 180000$ - navedeno ograničenje predstavlja ukupnu potražnju maloprodajnih centara u Zagrebu koja mora biti u cijelosti zadovoljena.

Potražnja Virovitice - $X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} = 80000$ - navedeno ograničenje predstavlja ukupnu potražnju maloprodajnih centara u Virovitici koja mora biti u cijelosti zadovoljena.

Potražnja Osijeka - $X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} = 120000$ - navedeno ograničenje predstavlja ukupnu potražnju maloprodajnih centara u Osijeku koja mora biti u cijelosti zadovoljena.

Potražnja Siska - $X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} = 60000$ -navedeno ograničenje predstavlja ukupnu potražnju maloprodajnih centara u Sisku koja mora biti u cijelosti zadovoljena.

Potražnja Varaždina $X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} = 100000$ -navedeno ograničenje predstavlja ukupnu potražnju maloprodajnih centara u Varaždinu koja mora biti u cijelosti zadovoljena.

Ograničenje prijevoza

$$X_{11} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{12} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{13} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{14} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{15} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{21} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{22} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{23} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{24} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{25} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{31} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{32} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{33} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{34} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{35} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{41} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{42} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{43} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{44} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{45} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{51} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{52} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{53} \div 20000 = \text{int}$$

$$X_{54} \div 20000 = \text{int}$$

$X_{55} \div 20000 = \text{int}$ - navedena ograničenja predstavljaju da se pri prijevozu moraju koristiti puni kamioni

4.3.4. Odabir alata

Za izračun ovog odabranog primjera korišten je program iz Office paketa, MS Excel. MS Excel sadrži besplatan, jednostavan i dosta pristupačan alatni dodatak Solver. Unutar alatnog dodatka Solver imamo mogućnosti odabira više metoda koje nam omogućavaju rješavanje raznih problema. U ovom radu korištena je Simplex metoda.

4.3.5. Tumačenje dobivenih rješenja

Ukoliko pogledamo dobivene rezultate varijabli odluka (Tablica 2) vidimo da su u uži izbor lokacija za otvaranje postrojenja ušli gradovi Poreč, Rijeka i Zadar.

Tablica 2: Rute sa dobivenim varijablama odluke

Ruta	Varijable odluke
Poreč - Zagreb	0
Poreč - Virovitica	0
Poreč - Osijek	120000
Poreč - Sisak	0
Poreč - Varaždin	40000
Rijeka - Zagreb	0
Rijeka - Virovitica	80000
Rijeka - Osijek	0
Rijeka - Sisak	0
Rijeka - Varaždin	20000
Zadar - Zagreb	180000
Zadar - Virovitica	0
Zadar - Osijek	0
Zadar - Sisak	60000
Zadar - Varaždin	40000
Split - Zagreb	0
Split - Virovitica	0
Split - Osijek	0
Split - Sisak	0
Split - Varaždin	0
Šibenik - Zagreb	0
Šibenik - Virovitica	0
Šibenik - Osijek	0
Šibenik - Sisak	0
Šibenik - Varaždin	0

Izvor: Izrada autora

U Tablici 3 gdje su prikazana ograničenja ponude i potražnje primjećujemo da će u gradovima u kojima maloprodajni centri potražuju maslinovo ulje biti zadovoljena potražnja odnosno da su ograničenja potražnje u potpunosti zadovoljena, dok kod ograničenja ponude vidimo da je u gradovima Poreču i Rijeci ponuda skroz iskorištena, dok je kod Zadra ostalo viška 20 000 litara maslinovog ulja odnosno ponuda nije u potpunosti iskorištena. Razlozi zašto Šibenik i Split nisu uključeni su zato što su najudaljeniji od gradova koji potražuju maslinovo ulje, a samim time su onda i troškovi prijevoza najveći.

Tablica 3: Ograničenja

Ograničenje ponude			
Ponuda Poreča	160000	<=	160000
Ponuda Rijeke	100000	<=	100000
Ponuda Zadra	280000	<=	300000
Ponuda Splita	0	<=	400000
Ponuda Šibenika	0	<=	200000
Ograničenje potražnje			
Potražnja Zagreba	180000	=	180000
Potražnja Virovitice	80000	=	80000
Potražnja Osijeka	120000	=	120000
Potražnja Siska	60000	=	60000
Potražnja Varaždina	100000	=	100000
Ograničenje prijevoza			
Pun kamion	27	int	20000

Izvor: Izrada autora

Ukoliko talijanski proizvođač maslinovog ulja prihvati preporuku da otvori postrojenja u gradovima Poreču, Rijeci i Zadru te da iz tih gradova opskrbljuje maslinovim uljem maloprodajne centre u gradovima Zagrebu, Virovitici, Osijeku, Sisku i Varaždinu, tada ostvaruje minimalni trošak proizvodnje i prijevoza od 88.290,58 kn.

Kod izvješća osjetljivosti (Slika 5 i 6) vidimo da je uz dane pretpostavke postignut maksimalni kapacitet pojedinog proizvodnog postrojenja odnosno postignut je optimum. Koeficijent cilja (Slika 5) predstavlja trošak, te vidimo da se na relacijama Poreč - Osijek, Poreč - Varaždin, Rijeka - Virovitica, Rijeka - Varaždin, Zadar - Zagreb, Zadar - Sisak i Zadar - Varaždin tolerira u danim uvjetima jako malo povećanje troška skoro pa nikakvo.

Slika 5: Izvješće o osjetljivosti za varijable odluke

Varijabilne ćelije

Ćelija	Naziv	Završno Vrijednost	Reducirano Trošak	Cilj Koeffcijent	Dopustivo Povećanje	Dopustivo Smanjenje
SQ\$13	Poreč - Zagreb Varijable odluke	0	0,00225	0,1336724	1E+30	0,00225
SQ\$14	Poreč - Virovitica Varijable odluke	0	0,0450168	0,1930152	1E+30	0,0450168
SQ\$15	Poreč - Osijek Varijable odluke	120000	0	0,2587272	0,0002724	1E+30
SQ\$16	Poreč - Sisak Varijable odluke	0	0,00225	0,1514804	1E+30	0,00225
SQ\$17	Poreč - Varaždin Varijable odluke	40000	0	0,1694368	0,0020288	0,0002724
SQ\$18	Rijeka - Zagreb Varijable odluke	0	0,00225	0,0864908	1E+30	0,00225
SQ\$19	Rijeka - Virovitica Varijable odluke	80000	0	0,1008168	0,0450168	1E+30
SQ\$20	Rijeka - Osijek Varijable odluke	0	0,0002724	0,211818	1E+30	0,0002724
SQ\$21	Rijeka - Sisak Varijable odluke	0	0,00225	0,1042988	1E+30	0,00225
SQ\$22	Rijeka - Varaždin Varijable odluke	20000	0	0,1222552	0,0002724	0,0450168
SQ\$23	Zadar - Zagreb Varijable odluke	180000	0	0,1334512	0,00225	1E+30
SQ\$24	Zadar - Virovitica Varijable odluke	0	0,0450168	0,195044	1E+30	0,0450168
SQ\$25	Zadar - Osijek Varijable odluke	0	0,00225	0,263006	1E+30	0,00225
SQ\$26	Zadar - Sisak Varijable odluke	60000	0	0,1512592	0,00225	1E+30
SQ\$27	Zadar - Varaždin Varijable odluke	40000	0	0,1714656	0,00225	0,0020288
SQ\$28	Split - Zagreb Varijable odluke	0	0,0629	0,1963512	1E+30	0,0629
SQ\$29	Split - Virovitica Varijable odluke	0	0,1031444	0,2531716	1E+30	0,1031444
SQ\$30	Split - Osijek Varijable odluke	0	0,06065	0,321406	1E+30	0,06065
SQ\$31	Split - Sisak Varijable odluke	0	0,0626276	0,2138868	1E+30	0,0626276
SQ\$32	Split - Varaždin Varijable odluke	0	0,06065	0,2321156	1E+30	0,06065
SQ\$33	Šibenik - Zagreb Varijable odluke	0	0,0298544	0,1633056	1E+30	0,0298544
SQ\$34	Šibenik - Virovitica Varijable odluke	0	0,0726212	0,2226484	1E+30	0,0726212
SQ\$35	Šibenik - Osijek Varijable odluke	0	0,0298544	0,2906104	1E+30	0,0298544
SQ\$36	Šibenik - Sisak Varijable odluke	0	0,0298544	0,1811136	1E+30	0,0298544
SQ\$37	Šibenik - Varaždin Varijable odluke	0	0,0276044	0,19907	1E+30	0,0276044

Izvor: Izrada autora

Sjena cijena (Slika 6) nam govori za koliko bi se funkcija cilja umanjila kada bi prevezli dodatnu jedinicu proizvoda, odnosno koliko bi se troškovi smanjili kada bi proizveli dodatnu jedinicu proizvoda. Kod sjene cijena na strani ponude vidimo da su blizu nule, što znači da niti u jednom proizvodnom postrojenju kapaciteti nisu iskorišteni do kraja, osim kod Poreča i Rijeke gdje se radi o relativnom malom potencijalnom smanjenju troškova. Na primjeru Rijeke sjena cijene znači da bi dodatno proizvedeni proizvod u tom postrojenju smanjio funkciju cilja za 0,05 kn, a to bi bilo isplativo ako bi bilo moguće proizvesti i dostaviti proizvod za manje od 0,05 kn.

Slika 6: Izvješće o osjetljivosti za ograničenja
Ograničenja

Čelija	Naziv	Završno Vrijednost	Sjena Cijena	Ograničenje Desna strana	Dopustivo Povećanje	Dopustivo Smanjenje
SVŠ14	Ponuda Poreča	160000	-0,0020288	160000	40000	20000
SVŠ15	Ponuda Rijeke	100000	-0,0492104	100000	40000	20000
SVŠ16	Ponuda Zadra	280000	0	300000	1E+30	20000
SVŠ17	Ponuda Splita	0	0	400000	1E+30	400000
SVŠ18	Ponuda Šibenika	0	0	200000	1E+30	200000
SVŠ22	Potražnja Zagreba	180000	0,1334512	180000	20000	180000
SVŠ23	Potražnja Virovitice	80000	0,1500272	80000	20000	40000
SVŠ24	Potražnja Osijeka	120000	0,260756	120000	20000	40000
SVŠ25	Potražnja Siska	60000	0,1512592	60000	20000	60000
SVŠ26	Potražnja Varaždina	100000	0,1714656	100000	20000	40000

Izvor: Izrada autora

4.3.6. Preporuka za poslovnu odluku

Nakon provedene analize talijanskom proizvođaču maslinovog ulja se preporučuje otvaranje postrojenja u Poreču, Rijeci i Zadru zbog toga što bi tamo ostvario najmanje troškove proizvodnje i prijevoza maslinovog ulja u iznosu od 88.290,58 kn. Navedeni trošak će biti ostvariv na način da se iz Poreča opskrbljuje cjelokupna potražnja Osijeka od 120 000 litara maslinovog ulja i ostatkom Varaždin sa 40 000 litara maslinovog ulja. Da se iz Rijeke opskrbljuje cjelokupna potražnja Virovitice od 80 000 litara maslinovog ulja i ostatkom Varaždin sa 20 000 litara maslinovog ulja te da se iz Zadra opskrbljuje cjelokupna potražnja Zagreba od 180 000 litara maslinovog ulja, također i cjelokupna potražnja Siska od 60 000 litara maslinovog ulja i da se ostatkom opskrbljuje Varaždin sa 40 000 litara maslinovog ulja. Kako u Zadru postoji višak ponude preporuka je da se provjeri dali je moguće povećanje proizvodnje u Poreču i Rijeci tako da se u potpunosti zamjeni Zadar ukoliko to nije moguće onda je preporuka da se provjeri dali je moguće sa maloprodajnim centrima povećati potražnju ili pronaći neki novi maloprodajni centar u nekom drugom gradu.

5. ZAKLJUČAK

Svako uspješno poduzeće mora imati dobro razvijenu logistiku odnosno logističke sustave, zbog toga što neadekvatna organizacija logističkih procesa može dovesti do slabe iskoristivosti transportne mreže i transportnog problema. Transport je samo jedan dio ukupnog distribucijskog sustava neke organizacije. Sve većim razvojem novih tehnologija i programskih alata znatno se olakšava rješavanje transportnih problema u vidu bolje iskoristivosti transportne mreže, a samim time i većim smanjenjem transportnih troškova. Pronaći najbolji mogući transportni program u pogledima usluge i najnižih mogućih ukupnih troškova je veoma teško stoga je potrebno konstantno ažuriranje i istraživanje unutarnjih i vanjskih promjena. Programski alati ne bi funkcionirali da nema definiranih matematičkih metoda i algoritama na kojima se oni temelje. Cilj ovog završnog rada je pokazati kako se Simplex metoda može koristiti za rješavanje transportnog problema. Na odabranom primjeru vidimo da je velik broj varijabli koje moramo uzeti u obzir pri određivanju troškovno najisplativijih lokacija za otvorenje postrojenja te da bi nam rješavanje tog problema bez razrađenih metoda i računalnih dodataka bilo gotovo nemoguće. Da ne koristimo matematičke metode rješavanje problema bi nam se temeljilo na metodi pokušaja i pogrešaka što bi nam znatno odužilo proces donošenja poslovne odluke te bi postojala velika mogućnost pogreške. Stoga možemo reći da je razvoj matematike i matematičkih znanosti doprinio razvoju programskih alata, te da će uloga matematičkih metoda i programskih alata u budućnosti biti sve veća i veća zbog sve većeg razvoja logističke i transportne tehnologije.

LITERATURA

Knjige:

1. Ivaković Č, Stanković R, Šafran M. Špedicija i logistički procesi. Fakultet prometnih znanosti. Zagreb; 2010.
2. Segetlija, Z. Distribucija. Ekonomski fakultet. Osijek; 2006.
3. V. Majstorović, Upravljanje proizvodnjom i projektima, Sveučilište u Mostaru, Mostar, 2001.

E - knjige:

1. Ahuja R.K., Magnati T.L., Orlin J.B., *Network Flows*, New Jersey, Prentice Hall, dostupno na <http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/STSCS4R1.pdf>
2. Bazaraa M.S., Jarvis J.J., Sheral H.D., *Linear Programming and Network Flows*, New Jersey, Wiley, dostupno na [http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP\[430912\].pdf](http://cs.yazd.ac.ir/hasheminezhad/Bazaraa-LP[430912].pdf)

Web članci

1. Barković D. „Operacijska istraživanja u logističkom odlučivanju“, *Hrčak*, vol. 8, no. 1. 1995. dostupno na <https://hrcak.srce.hr/227652>
2. Buntak K, Grgurević D, Drožđek I. „Međusobni odnos logističkih i transportnih sustava“, *Hrčak*, vol. 6, no. 2, 2012., dostupno na <https://hrcak.srce.hr/94812>
3. Dušak V., „Rješavanje transportnog problema linearnog programiranja uz pomoć elektroničkog računala“, *Hrčak*, no. 2-3, 1979., dostupno na <https://hrcak.srce.hr/81306>,
4. Stanković R., Pašagić škrinjar J., „Logistika i transportni modeli“, *Crosbi*, 2016, dostupno na <https://www.bib.irb.hr/932240>

Web stranice

1. <http://cijenegoriva.info/CijeneGoriva.aspx> (pristupljeno 15.09.2020.)
2. http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/MAT/tperic/3-4_OI_2017.pdf (pristupljeno 28.08.2020.)
3. <https://e-ucenje.unipu.hr/mod/resource/view.php?id=24883> (pristupljeno 28.08.2020.)
4. <https://hr.judsonconcept.com/4175057-motor-transport-volume-and-carrying-capacity-of-a-truck> (pristupljeno 15.09.2020.)
5. <https://www.google.com/maps> (pristupljeno 15.09.2020.)
6. <https://www.hak.hr/hak/> (pristupljeno 15.09.2020.)
7. <https://www.kamion-bus.hr/> (pristupljeno 15.09.2020.)

Popis tablica

1. Tablica 1: Rute sa dobivenim varijablama odluke
2. Tablica 2: Ograničenja

Popis slika

1. Slika 1: Struktura opskrbnog lanca
2. Slika 2: Matematički model linearnog programiranja
3. Slika 3 : Instalacija Solvera
4. Slika 4: Prozor solvera
5. Slika 5: Izvešće o osjetljivosti za varijable odluke
6. Slika 6: Izvešće o osjetljivosti za ograničenja

SAŽETAK

Svako uspješno poduzeće mora imati dobro razvijenu logistiku odnosno logističke sustave, zbog toga što neadekvatna organizacija logističkih procesa može dovesti do slabe iskoristivosti transportne mreže i transportnog problema. Riješiti transportni problem znači postaviti početni program, odnosno odrediti rute kojima će se roba transportirati kako bi se zadovoljile potrebe odredišta uz iskorištavanje kapaciteta ishodišta. Primjena matematičkih metoda i programskih alata ima za cilj smanjiti mogućnost nastanka tih probleme odnosno njihovo rješavanje. U ovom je radu ukratko objašnjeno što su to logistički sustavi te koji su to problemi s kojima se susrećemo unutar transportne mreže. Također, navedena problematika je obrađena pomoću Excelovog programa Solver na primjeru teorijskog poduzeća koje se bavi proizvodnjom maslinovog ulja na području Republike Hrvatske.

Ključne riječi: logistički sustavi, transportni problem, linearno programiranje i Excel.

SUMMARY

Every successful enterprise has to have a well developed logistics or, to be precise, a set of logistic systems because an inadequate organization of logistic systems can lead to poor utilisation of the transport network and the transport problem. To solve a transport problem means to set up an initial program, in other words, to determine the routes by which the goods will be transported in order to satisfy the needs of a destination while using the capacity of the starting point. The application of mathematical methods and software tools aims to reduce the possibility of these problems arising and to offer a solution. This paper briefly explains what logistic systems are and what problems can be encountered inside a transport network. Also, the afore mentioned issue was analysed with the use of Excel's Solver program on the example of a theoretical enterprise which deals with the production of olive oil in the Republic of Croatia.

Key words: logistics systems, transport problem, linear programming and Excel.