

# Primjena parametarskih i neparametarskih metoda na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu BDP-a u Republici Hrvatskoj

---

Grbin, Andrej

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:137:609053>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#) / [Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-07**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula](#)



Sveučilište Jurja Dobrile u Puli  
Fakultet ekonomije i turizma  
«Dr. Mijo Mirković»

**Andrej Grbin**

**Primjena parametarskih i neparametarskih metoda  
na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu  
BDP-a u Republici Hrvatskoj**

Diplomski rad

Pula, 2020.

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli  
Fakultet ekonomije i turizma  
«Dr. Mijo Mirković»

**Andrej Grbin**

**Primjena parametarskih i neparametarskih metoda  
na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu  
BDP-a u Republici Hrvatskoj**

Diplomski rad

**JMBAG: 0114013165, izvanredni student  
Studijski smjer: Financijski management**

**Predmet: Ekonometrija**

**Znanstveno područje: Društvene znanosti**

**Znanstveno polje: Ekonomija**

**Znanstvena grana: Ekonometrija**

**Mentor: izv.prof.dr.sc. Alen Belullo**

**Sumentorica: doc.dr.sc. Danijela Rabar**

Pula, 2020.



## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisani Andrej Grbin, kandidat za magistra poslovne ekonomije ovime izjavljujem da je ovaj Diplomski rad rezultat isključivo mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Diplomskog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Student

---

U Puli, 11. ožujka 2020. godine



IZJAVA  
o korištenju autorskog djela

Ja, Andrej Grbin dajem odobrenje Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj diplomski rad pod nazivom *Primjena parametarskih i neparametarskih metoda na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu BDP-a u Republici Hrvatskoj* koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjeloviti tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice Sveučilišta Jurja Dobrile u Puli te kopira u javnu internetsku bazu završnih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljanje na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenoga, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama.

Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli, 11. ožujka 2020. godine

Potpis

---

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b> .....	1
<b>2. Ekonometrija i metodologija ekonometrijskog istraživanja</b> .....	3
<b>3. Regresijska analiza</b> .....	6
<b>3.1. Regresijski modeli i pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela</b> ..	6
<b>3.2. Procjena parametara regresijskog modela</b> .....	8
<b>3.3. Svojstva parametara izračunatih metodom najmanjih kvadrata</b> .....	11
<b>3.4. Statistička značajnost parametara</b> .....	12
3.4.1. <i>Varijanca i standardna greška parametara</i> .....	12
3.4.2. <i>Pojedinačni test hipoteza o parametrima (t-test)</i> .....	13
<b>3.5. Značajnost modela</b> .....	14
3.5.1. <i>Analiza varijance u modelu linearne regresije</i> .....	14
3.5.2. <i>Koeficijent determinacije <math>R^2</math></i> .....	15
3.5.3. <i>Skupni test hipoteza o parametrima (F-test)</i> .....	16
<b>4. Regresijski model analize utjecaja fiskalne politike na promjenu bruto domaćeg     proizvoda Republike Hrvatske</b> .....	18
<b>4.1. Teorijska podloga i određivanje varijabli modela</b> .....	18
<b>4.2. Podatci i specifikacija modela</b> .....	19
<b>4.3. Ocjena parametara</b> .....	21
<b>4.4. Ispitivanje pouzdanosti i značajnosti parametara</b> .....	24
4.4.1. <i>Varijanca i standardna greška parametara</i> .....	24
4.4.2. <i>T-test</i> .....	26
<b>4.5. Mjerenje pouzdanosti i značajnosti modela</b> .....	29
4.5.1. <i>Analiza varijance modela</i> .....	29
4.5.2. <i>Koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije</i> .....	30
4.5.3. <i>F-test</i> .....	31
<b>4.6. Testiranje polaznih pretpostavki klasičnog linearnog regresijskog modela</b> ..	33
4.6.1. <i>Multikolinearnost</i> .....	33
4.6.2. <i>Heteroskedastičnost</i> .....	34
4.6.3. <i>Autokorelacija slučajnih odstupanja</i> .....	35
4.6.4. <i>Specifikacijska greška</i> .....	38
4.6.5. <i>Normalnost distribucije reziduala</i> .....	39
<b>5. Neparametarski pristup analizi regionalne efikasnosti u Hrvatskoj korištenjem     fiskalnih pokazatelja</b> .....	42
<b>5.1. Izbor pokazatelja i prikupljanje podataka</b> .....	42

5.2. Postavljanje modela i odabir usmjerenja za ocjenu efikasnosti .....	45
5.3. Rezultati modela AOMP .....	49
6. Zaključak .....	59
LITERATURA .....	61
POPIS TABLICA .....	65
POPIS GRAFIKONA .....	65
Sažetak .....	66
Summary .....	67

## 1. Uvod

Porezni sustav, koji je najznačajniji instrument fiskalne politike, u Republici Hrvatskoj od njenog osamostaljenja do danas kontinuirano prolazi kroz reforme. Prva značajna reforma dogodila se 1994. godine nakon čega je 2000. godine porezni sustav iznova značajno izmijenjen te se od tada do danas konstantno provode brojne izmjene poreznog sustava. Stoga je u posljednja dva desetljeća predmet sve većeg broja istraživanja upravo analiza utjecaja raznih fiskalnih varijabli na gospodarstvo i ekonomski rast. Osim u ekonomskoj teoriji, fiskalna politika kao tema vrlo je zastupljena i kroz empirijska istraživanja u kojima se primjenjuje niz različitih metoda i modela. U ovome radu predmet analize jest utjecaj fiskalne politike na promjenu BDP-a, kao mjere ekonomskog rasta, u Republici Hrvatskoj, međutim naglasak je na primijenjenoj metodologiji. Prikazana je primjena dviju različitih metoda, od kojih je jedna parametarska, a druga neparametarska. Kao najčešće korištena parametarska metoda u ekonometrijskoj analizi, u radu je prikazana regresijska analiza primjenom metode najmanjih kvadrata odstupanja za procjenu parametara, dok je kao neparametarska metoda prikazana primjena analize omeđivanja podataka (AOMP).

Rad je kao cjelina podijeljen na dva temeljna dijela. U prvome se dijelu ukratko obrađuje teorijski dio s naglaskom na ekonometrijsku analizu i metodologiju ekonometrijskog istraživanja kroz sedam koraka opisanu u drugome poglavlju te regresijsku analizu i temeljne pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela u trećem poglavlju. U drugome je dijelu rada prikazana primjena parametarske metode, u četvrtom poglavlju, i neparametarske metode, u petom poglavlju, na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu BDP-a u Republici Hrvatskoj. U četvrtom poglavlju postavljen je regresijski model utjecaja fiskalne politike na promjenu bruto domaćeg proizvoda Republike Hrvatske kroz četiri pokazatelja. Kao zavisna varijabla uzet je BDP koji je standardna mjera gospodarskog učinka te tri kategorije poreznih prihoda kao mjera utjecaja instrumenata fiskalne politike na BDP. Za ocjenu, ispitivanje pouzdanosti i značajnosti parametara korištena je matrična algebra dok je za testiranje polaznih pretpostavki klasičnog linearnog regresijskog modela korišten ekonometrijski programski paket. U petom poglavlju prikazana je primjena analize omeđivanja podataka kao neparametarske metode kojom se računala efikasnost županija u Republici Hrvatskoj kroz šest pokazatelja. Za razliku od regresijskog modela gdje



varijable mogu biti zavisne ili nezavisne, pokazatelji se u AOMP određuju kao outputi ili inputi te je u radu bruto domaći proizvod određen kao output dok su ostali pokazatelji određeni kao inputi.

Oba modela postavljena su pod pretpostavkom da nositelji fiskalne politike svjesno utječu na promjene javnih prihoda i rashoda instrumentima fiskalne politike, u svrhu ostvarivanja ciljeva ekonomske politike među kojima je i ekonomski rast.

## 2. Ekonometrija i metodologija ekonometrijskog istraživanja

Ekonometrija kao znanost temelji se na primjeni statističkih i matematičkih metoda pri istraživanju ekonomskih teorija. Odnosno ekonometrijsko istraživanje povezuje ekonomsku teoriju i stvarna mjerenja koristeći ekonomsku teoriju i statističke metode.

Metodologija ekonometrijskog istraživanja slijedi sljedeće korake (Belullo, 2011.):

1. Određivanje teorije ili hipoteze
2. Specifikacija matematičkog modela teorije
3. Specifikacija ekonometrijskog (ili statističkog) modela
4. Prikupljanje podataka
5. Procjena parametara ekonometrijskog modela
6. Testiranje hipoteza
7. Prognoziranje i predviđanje

Važno je naglasiti uzročno posljedičnu vezu među koracima ekonometrijskog istraživanja iz razloga što se svaki sljedeći korak temelji na postavkama prethodnog, te ukoliko se dogodi pogreška u jednom koraku ta pogreška narušava pretpostavke svakog sljedećeg koraka te u konačnici prognoziranje i predviđanje temeljeno na postavljenom modelu.

Za *određivanje teorije ili hipoteze* ekonometrija se uglavnom koristi ekonomskom teorijom iz koje proizlazi i teorijski *matematički model* koji se može prikazati u općem obliku na sljedeći način:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2.1)$$

gdje je  $y$  zavisna varijabla koja je određena funkcijom nezavisnih varijabli  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Međutim, realni svijet nije toliko precizan da bi se mogao točno predstaviti matematičkom (determinističkom) funkcijom, stoga se uz deterministički dio u sljedećem koraku uvodi stohastički element.

Ekonometrijski model postavlja se na osnovu postavki ekonomske teorije, stoga pretpostavlja dobro poznavanje ekonomske teorije i teorijska očekivanja o veličini i predznaku parametara. Kako je *specifikacija ekonometrijskog modela* prvi, temeljni,

korak kojim započinje ekonometrijsko istraživanje vrlo je važno da se izbjegne pogreška u ovoj fazi istraživanja. Neke od najvjerojatnijih pogrešaka prilikom specifikacije ekonometrijskog modela jesu *izostavljanje iz modela značajne varijable, uključivanje u model varijable koja nije značajna, postavljanje pogrešne funkcionalne forme, pogreške u mjerenju* i dr. (Gujarati, 2004., str. 509)

Opći oblik ekonometrijskog modela može se prikazati kao:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad (2.2)$$

gdje je  $y$  zavisna varijabla koja je funkcija  $f$  nezavisnih varijabli  $x_1, x_2, \dots, x_k$  dok je  $\varepsilon$  slučajna pogreška ili rezidual odnosno stohastički element koji čini razliku između matematičkog (determinističkog) modela i ekonometrijskog (stohastičkog) modela. Zapravo se može reći da je svaki ekonometrijski model sastavljen od *determinističkog* dijela  $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  koji izražava matematičku vezu danu ekonomskom teorijom i *stohastičkog* dijela  $\varepsilon_i$  koji sadrži sve faktore utjecaja na  $y$  koji nisu obuhvaćeni funkcijom  $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  odnosno djelovanje ostalih varijabli koje nisu uključene u model.

Značajnost i uspjeh ekonometrijske analize u konačnici ovisi o prikupljenim podacima. Stoga je vrlo važno obratiti pozornost na izvore, kvalitetu i ograničenja pojedinih podataka. Za empirijsku analizu uobičajeno se koriste tri vrste podataka:

1. *Vremenski nizovi* – opažanja vrijednosti koje varijabla poprima u različitim vremenskim točkama (dnevno, mjesečno, kvartalno, godišnje i sl.)
2. *Vremenski presjeci* – opažanja vrijednosti koju jedna ili više varijabli poprimaju u istom vremenu (podatci za države, geografska područja, populaciju i sl.)
3. *Združeni podatci* – podatci koji su kombinacija vremenskih nizova i vremenskih presjeka. Posebna vrsta združenih podataka jesu panel ili uzdužni podatci u kojima se kroz promatrane vremenske točke pojavljuju iste jedinice (npr. iste države, poduzeća, geografska područja i sl.)

Statističkom obradom prikupljenih i obrađenih podataka parametrima se pridružuje određena procijenjena vrijednost.

Nakon procjene parametara ekonometrijskog modela procijenjene vrijednosti potrebno je testirati na njihovu statističku značajnost. Postoje razni testovi koji se koriste ovisno o metodi procjene parametara no temeljna značajka jest postavljanje

nulte hipoteze koja se prema određenim pravilima i procedurama testira te u konačnici prihvaća ili odbacuje odnosno odbacuje u korist alternativne hipoteze.

Ukoliko model zadovoljava pretpostavke na kojima se temelji, model se može koristiti za testiranje hipoteza i predviđanja.

### 3. Regresijska analiza

Najčešće korištena metoda u ekonometrijskoj analizi odnosno metoda za empirijska istraživanja jest regresijska analiza. Regresijska analiza bavi se proučavanjem zavisnosti jedne varijable (zavisna varijabla, endogena varijabla, regresand i sl.) o jednoj ili više drugih varijabli (nezavisne varijable, egzogene varijable, regresori i sl.) s ciljem procjene i/ili predviđanja vrijednosti populacije na temelju poznatih vrijednosti uzorka (Gujarati, 2004., str. 18). Drugim riječima bavi se procjenom regresijske funkcije populacije<sup>1</sup>

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

na temelju regresijske funkcije uzorka

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\varepsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

gdje  $i$  označava opažanje, a  $n$  broj opažanja. Vrijednosti  $\hat{y}_i$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$  i  $\hat{\varepsilon}_i$  u regresijskoj funkciji uzorka označavaju procijenjene vrijednosti  $y_i$ ,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  i  $\varepsilon_i$  regresijske funkcije populacije.

Može se reći da je regresijska funkcija populacije idealiziran pojam jer se rijetko mogu prikupiti podatci cijele populacije već se nastoji prikupiti reprezentativni uzorak iz opažanja populacije te se stoga stohastičkom regresijskom funkcijom uzorka procjenjuje regresijska funkcija populacije.

#### 3.1. Regresijski modeli i pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela

Temeljni model regresijske analize jest tzv. model jednostavne linearne regresije ili bivarijatni model linearne regresije u kojemu je prikazan odnos dvije varijable odnosno zavisna varijabla dovedena je u vezu s jednom nezavisnom, objasnidbenom, varijablom. Model jednostavne linearne regresije može se izraziti jednadžbom:

$$y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\varepsilon} \quad (3.3)$$

---

<sup>1</sup> Jednadžbama 3.1 i 3.2 prikazan je model s jednom nezavisnom varijablom  $x$ .

u kojemu je  $y$  zavisna, a  $x$  nezavisna varijabla.  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$  su nepoznati parametri koji se procjenjuju, dok je  $\hat{\varepsilon}$  slučajna pogreška uzorka koja daje stohastički karakter modelu, a sadrži sve faktore utjecaja na  $y$  koji nisu obuhvaćeni varijablom  $x$  odnosno ostalih varijabli koje nisu uključene u model (Wooldridge, 2006., str. 23).

Proširenje temeljnog modela regresijske analize jest model višestruke regresijske analize u kojoj je zavisna varijabla povezana s više nezavisnih varijabli. Model višestruke regresijske analize s  $k$  nezavisnih varijabli može se prikazati jednadžbom:

$$y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \dots + \hat{\beta}_k x_k + \hat{\varepsilon} \quad (3.4)$$

gdje je  $y$  zavisna, a  $x_1, x_2 \dots x_k$  nezavisne varijabla od 1 do  $k$ .  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2 \dots \hat{\beta}_k$  su nepoznati parametri uz nezavisne varijable koji se procjenjuju, dok je  $\hat{\varepsilon}$ , kao u modelu s dvije varijable, slučajna pogreška uzorka, koja bez obzira koliko je nezavisnih varijabli uključeno u model sadrži faktore utjecaja na zavisnu varijablu koji se ne mogu uključiti u model (Wooldridge, 2006., str. 69).

Kako se regresijskom analizom zaključci o regresijskoj funkciji populacije donose na temelju regresijske funkcije uzorka statistički zaključci ne mogu se donositi bez da se testiraju pretpostavke na kojima se temelji regresijski model.

Pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela (eng. Classical linear regression model – CLRM) koji je temelj većine ekonometrijske teorije jesu (Belullo, 2011., str. 15-17):

1. *Regresijski model linearan je u parametrima*, odnosno modelom se određuje veza između varijabli koja može, a i ne mora biti linearna u varijablama, ali je linearna u parametrima
2. Vrijednosti varijable  $x$  fiksirane su u ponovljenom uzorkovanju odnosno pretpostavlja se *nestohastičnost varijable  $x$*
3. *Sredina slučajne pogreške  $\varepsilon_i$  jednaka je nuli* ili simbolički  $E(\varepsilon_i|x_i) = 0$ , za  $i = 1, 2, \dots, n$
4. *Homoskedastičnost* ili jednaka varijanca slučajne pogreške  $\varepsilon_i$  za sva opažanja ili simbolički  $Var(\varepsilon_i|x_i) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i|x_i)]^2 = \sigma^2$ , za  $i = 1, 2, \dots, n$

5. *Odsutnost autokorelacije slučajnih odstupanja*: za dvije fiksne vrijednosti  $x_i$  i  $x_j$  ( $i \neq j$ ) kovarijanca (korelacija) između dva slučajna odstupanja  $\varepsilon_i$  i  $\varepsilon_j$  ( $i \neq j$ ) je nula ili simbolički

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j | x_i, x_j) = E\{[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)] | x_i\} \{[\varepsilon_j - E(\varepsilon_j)] | x_j\} = 0$$

6. *Odsutnost multikolinearnosti* između nezavisnih varijabli: u slučaju postojanja više nezavisnih varijabli ne smije postojati savršena linearna veza između njih
7. *Kovarijanca između  $\varepsilon_i$  i  $x_i$  je nula*, odnosno ne postoji korelacija između greške modela i nezavisnih varijabli, ili simbolički

$$\text{Cov}(\varepsilon_i | x_i) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)] [x_i - E(x_i)] = 0$$

8. *Broj opažanja mora biti veći od broja parametara koji se procjenjuju*
9. *Varijabilnost vrijednosti  $x$  odnosno model će biti kvalitetniji što su različitije vrijednosti  $x$*
10. *Pravilno specificiran regresijski model* odnosno pravilno specificirane varijable uvrštene u model, pravilno specificirana funkcionalna forma modela i pravilno specificirane pretpostavke o vjerojatnosti  $x$ ,  $y$  i  $\varepsilon$

Ukoliko vrijede navedene pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela funkcija uzorka biti će dobar procjenitelj regresijske funkcije populacije odnosno zaključci o regresijskoj funkciji populacije mogu se donositi na temelju regresijske funkcije uzorka.

### 3.2. Procjena parametara regresijskog modela

Ukoliko vrijede pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela sljedeći korak jest utvrditi parametre  $\beta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k$ ).

Metode koje se najčešće koriste za procjenu parametara  $\beta_i$  jesu *metoda najmanjih kvadrata* (eng. Ordinary Least Squares – OLS), *metoda najveće vjerodostojnosti* (eng. Maximum Likelihood – ML) i *metoda momenata* (eng. Method of

Moments – MM) (Bahovec, Erjavec, 2009., str. 70). Među navedenim metodama, metoda najmanjih kvadrata najčešće je korištena metoda za procjenu parametara modela višestruke regresije te će se u nastavku njoj posvetiti najviše pažnje.

Kako je prethodno spomenuto, regresijskom analizom se na temelju regresijske funkcije uzorka

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\varepsilon}_i \quad (3.5)$$

gdje su  $\hat{y}_i, \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  i  $\hat{\varepsilon}_i$  procijenjene vrijednosti  $y_i, \beta_0, \beta_1$  i  $\varepsilon_i$  regresijske funkcije populacije

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (3.6)$$

pokušava odrediti funkcija koja će biti najbolji procjenitelj regresijske funkcije populacije.

Metodom najmanjih kvadrata Carla F. Gaussa, procjenjuju se nepoznati parametri (u ovom slučaju  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$ ) na način da se minimizira suma kvadrata odstupanja empirijskih vrijednosti zavisne varijable  $y_i$  od procijenjenih vrijednosti zavisne varijable  $\hat{y}_i$  (Bahovec, Erjavec, 2009., str.71). Odstupanje se može prikazati izrazom:

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i$$

gdje je  $y_i$  empirijska vrijednost varijable  $y$  za opažanje  $i$  dok je  $\hat{y}_i$  procijenjena vrijednost varijable  $y$  za isto opažanje.

Nastavno, kriterij najmanjih kvadrata odstupanja može se prikazati kao:

$$\min \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad (3.7)$$

Kako su vrijednosti  $x_i$  i  $y_i$  empirijske vrijednosti iz uzorka, suma kvadrata odstupanja funkcija je parametara  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$  stoga je potrebno odabrati vrijednosti parametara koje minimiziraju sumu kvadrata odstupanja. Simultanim rješavanjem funkcija dobivenih parcijalnim deriviranjem gornjeg izraza po  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$  i izjednačavanjem sa nulom za dobivanje minimuma kao ekstrema funkcije, dolazi se do izraza za izračunavanje parametara u modelu s jednom nezavisnom varijablom kojima se minimizira suma kvadrata odstupanja:



$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \tilde{y}_i}{\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i^2} \quad (3.8)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (3.9)$$

gdje su  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  srednje vrijednosti (aritmetičke sredine) uzorka, a  $\tilde{x}$  i  $\tilde{y}$  odstupanja od srednjih vrijednosti

$$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}, \quad \tilde{y}_i = y_i - \bar{y}.$$

U modelu višestruke linearne regresije izračun parametara korištenjem tzv. Gaussovih jednadžbi sastoji se od više koraka u odnosu na model jednostavne linearne regresije čiji broj višestruko raste s povećanjem broja nezavisnih varijabli te je za izračun parametara višestruke linearne regresije mnogo praktičnije, može se reći i nužno, korištenje matrične algebre.

Model s  $k$  brojem varijabli odnosno  $(k - 1)$  nezavisnih varijabli izraza:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_{(k-1)} x_{(k-1)i} + \varepsilon_i \quad (3.10)$$

može se također prikazati u matričnoj formi<sup>2</sup> (Belullo, 2011):

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.11)$$

gdje su

$\mathbf{y} = n \times 1$  vektor stupac s opažanjima zavisne varijable

$\mathbf{X} = n \times k$  matrica s opažanjima nezavisnih varijabli

$\boldsymbol{\beta} = k \times 1$  vektor stupac nepoznatih parametara

$\boldsymbol{\varepsilon} = n \times 1$  vektor stupac odstupanja

odnosno

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{(k-1)1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{(k-1)2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{(k-1)n} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

<sup>2</sup> U matričnoj algebri uobičajeno je korištenje latiničnih slova za oznake matrica no zbog lakše usporedbe pojmova zadržala su se grčka slova  $\boldsymbol{\beta}$  i  $\boldsymbol{\varepsilon}$ .

U matrici  $\mathbf{X}$  svaki redak označava opažanje, a svaki stupac varijablu u modelu. Kako se parametar  $\beta_0$  ne odnosi na varijablu već konstantni član, cijeli prvi stupac ispunjen je jedinicama dok se svaki sljedeći odnosi na nezavisne varijable  $x_1, x_2, \dots, x_{(k-1)}$ .

Vodeći se metodom najmanjih kvadrata izraz za minimizaciju sume kvadrata odstupanja može se u matričnoj algebri zapisati na sljedeći način

$$\min \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \min(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3.12)$$

Uvrštavanjem izraza  $\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ <sup>3</sup> umjesto vektor stupca  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , odnosno  $(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'$  umjesto  $\boldsymbol{\varepsilon}'$  te računanjem prve derivacije po parametrima i izjednačavanje s nulom slijedi da je

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (3.13)$$

gdje je  $\mathbf{X}'$  transponirana matrica  $\mathbf{X}$ , a  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  inverzna matrica umnoška  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ .

Za tumačenje parametara važan je njihov predznak i veličina. Negativan predznak kazuje da se zavisna varijabla kreće u suprotnom smjeru od nezavisne varijable dok pozitivan predznak kazuje da se vrijednost zavisne varijable kreće u istome smjeru kao i vrijednost nezavisne varijable. Veličina vrijednosti koeficijenta kazuje kojim intenzitetom će se vrijednost zavisne varijable mijenjati u odnosu na vrijednost nezavisne varijable.

### 3.3. Svojstva parametara izračunatih metodom najmanjih kvadrata

Svojstva procjenitelja (parametara) dobivenih metodom najmanjih kvadrata navedena su u Gauss-Markovljevu teoremu koji glasi: *Ukoliko vrijede pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela, procjenitelji dobiveni metodom najmanjih kvadrata najbolji (najefikasniji) su linearni nepristrani procjenitelji (eng. best linear unbiased estimators - BLUE)* (Gujarati, 2004., str. 79).

---

<sup>3</sup> Iz izraza  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  slijedi da je  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ .

Za razumijevanje teorema potrebno je razlučiti što znače svojstva procjenitelja kada se kaže da je *najbolji linearan i nepristran*.

1. *Najbolji (najefikasniji)* se odnosi na najmanju varijancu u klasi linearnih nepristranih procjenitelja tj. efikasan procjenitelj je nepristrani procjenitelj s najmanjom varijancom
2. *Linearan* odnosno da je linearna funkcija slučajne varijable jer se može izraziti kao linearna kombinacija pojedinih opažanja  $y$ , što proizlazi iz izraza 3.13.
3. *Npristran* odnosno prosjek procjenitelja regresijskih funkcija uzoraka ( $\hat{\beta}_i$ ) jednak stvarnoj vrijednosti procjenitelja regresijske funkcije populacije ( $\beta_i$ ).

Dokle god su pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela (CLRM) zadovoljene, vrijedi i Gauss-Markovljev teorem. Prema tomu ne postoji linearni nepristrani procjenitelj koji ima manju varijancu od procjenitelja dobivenog metodom najmanjih kvadrata.

### 3.4. Statistička značajnost parametara

Kako se procjenitelji računaju na temelju uzorka iz populacije te se njihova vrijednost mijenja ovisno o uzorku postavlja se pitanje kako njihove vrijednosti variraju s obzirom na uzorak te jesu li oni statistički značajni odnosno pouzdani.

#### 3.4.1. Varijanca i standardna greška parametara

Standardnom greškom procjenitelja mjeri se pouzdanost procjenitelja, koja se računa temeljem varijance procjenitelja. Vrijednosti matrice  $Var(\beta)$  gdje je

$$Var(\beta) = \begin{bmatrix} Var(\hat{\beta}_0) & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) & \cdots & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_k) \\ Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0) & Var(\hat{\beta}_1) & \cdots & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_0) & Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1) & \cdots & Var(\hat{\beta}_k) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

moгу se izračunati izrazom (Belullo, 2011., str. 41):

$$Var(\beta) = \frac{\epsilon' \epsilon}{n - k} (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \quad (3.15)$$

iz čega proizlazi da je standardna devijacija

$$sd(\boldsymbol{\beta}) = \sqrt{\frac{\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}}{n-k}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}} \quad (3.16)$$

budući da

$$\begin{aligned} sd(\hat{\beta}_0) &= \sqrt{Var(\hat{\beta}_0)}, \\ sd(\hat{\beta}_1) &= \sqrt{Var(\hat{\beta}_1)}, \\ &\vdots \\ sd(\hat{\beta}_k) &= \sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

### 3.4.2. Pojedinačni test hipoteza o parametrima (t-test)

Jedan od najčešće korištenih testova za testiranje pojedinačne statističke značajnosti parametara jest *t-test*. On može biti jednostrani i dvostrani. U slučaju dvostranog t-testa testira se nulta hipoteza da parametar uzorka  $\hat{\beta}_k$  poprima testnu vrijednost parametra  $\beta_k^*$  nasuprot alternativnoj hipotezi da je različit od parametra  $\beta_k^*$  odnosno

$H_0 : \beta_k = \beta_k^*$  nasuprot  $H_1 : \beta_k \neq \beta_k^*$

$$t_k = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k^*}{sd(\hat{\beta}_k)} \quad (3.18)$$

gdje je  $\hat{\beta}_k$  vrijednost parametra uzorka,  $\beta_k^*$  vrijednost parametra koju testiramo i  $sd(\hat{\beta}_k)$  standardna greška parametra uzorka  $\hat{\beta}_k$ .

Razlikuju se dvije vrste pogrešaka koje se mogu u statistici učiniti: *pogreška tipa I* i *pogreška tipa II*. Pogreška tipa I učini se ukoliko se odbaci nulta hipoteza, ako je ona istinita, a pogreška tipa II učini se ukoliko se ne odbaci nulta hipoteza, ako je ona neistinita. Uobičajeno je da se nulta hipoteza odbacuje do razine značajnosti od 0,05, odnosno ako su t-vrijednosti iznad kritične apsolutne t-vrijednosti na razini od 0,05 značajnosti može se reći s 95% pouzdanosti da je procjenitelj statistički značajan kao dio modela dok se u suprotnom kaže da procjenitelj nije statistički značajan u modelu.

Prema Gujarati (2004.) ukoliko broj stupnjeva slobode u modelu iznosi 20 ili više i ako se za testiranje nulte hipoteze uzme razina značajnosti od  $\alpha=0,05$ , nulta hipoteza može se odbaciti za sve t-vrijednosti veće od 2 u apsolutnoj vrijednosti ( $-2 > t > 2$ ).

### 3.5. Značajnost modela

#### 3.5.1. Analiza varijance u modelu linearne regresije

Osim utvrđivanja značajnosti i pouzdanosti parametara potrebno je utvrditi statističku značajnost modela. To se može učiniti usporedbom vrijednosti rezultata procijenjenog modela na temelju uzorka sa stvarnim (empirijskim) vrijednostima uzorka preko varijance. Općenito se smatra da što je više proporcije varijance zavisne varijable procijenjene na temelju uzorka objašnjeno modelom to je model bolje prilagođen opažanjima iz uzorka. Odstupanje empirijske vrijednosti zavisne varijable za opažanje  $i$  od njegove sredine ( $y_i - \bar{y}$ ) može se raščlaniti na odstupanje objašnjeno modelom ( $\hat{y}_i - \bar{y}$ ) i odstupanje koje nije objašnjeno modelom ( $y_i - \hat{y}_i$ ). Kako bi se izvela mjera disperzije potrebno je ta odstupanja kvadrirati i zbrojiti što se može prikazati tzv. jednadžbom analize varijance (Bahovec i Erjavec, 2009., str. 90-92):

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (3.19)$$

ili

$$TSS = ESS + RSS \quad (3.20)$$

gdje je  $TSS$  ukupna suma kvadrata odstupanja zavisne varijable (eng. Total Sum of Squares),  $ESS$  objašnjena suma kvadrata odstupanja zavisne varijable (eng. Explained Sum of Squares) i  $RSS$  neobjašnjena suma kvadrata odstupanja zavisne varijable (eng. Residual Sum of Squares), odnosno rezidualna suma kvadrata. Navedena odstupanja mogu se izračunati pomoću matrica sljedećim izrazima (Greene, 2003., str. 32-34):

$$TSS = \mathbf{y}'\mathbf{y} - n\bar{y}^2 \quad (3.21)$$

$$ESS = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} - n\bar{y}^2 \quad (3.22)$$

$$RSS = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.23)$$

Uobičajeno je da se vrijednosti odstupanja uz stupnjeve slobode i sredine kvadrata kao količnik te dvije vrijednosti prikazuju u tzv. ANOVA tablici.

Nadalje, u nastavku je prikazano na koji način se pomoću vrijednosti pojedinih odstupanja može odrediti mjera reprezentativnosti i značajnosti modela.

### 3.5.2. Koeficijent determinacije $R^2$

Može se reći za koeficijent determinacije da je mjera reprezentativnosti regresijskog modela odnosno mjera pristajanja regresijskog pravca opažanjima korištenih u modelu. Koeficijent determinacije pokazuje kolika je proporcija odstupanja objašnjenih regresijskim modelom u ukupnim odstupanjima (Bahovec i Erjavec, 2009., str. 93). Koristeći pojmove i oznake iz izraza 3.19 i 3.20 to se može prikazati sljedećim izrazom:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.24)$$

Sukladno tomu, što je vrijednost odstupanja objašnjenih regresijskim modelom bliža vrijednosti ukupnih odstupanja, odnosno vrijednost kvadrata objašnjenih odstupanja ( $ESS$ ) bliža vrijednosti kvadrata ukupnih odstupanja ( $TSS$ ) to je model reprezentativniji.

Također, može se zaključiti da koeficijent determinacije poprima vrijednosti od 0 do 1 gdje je vrijednost od 1 jedna krajnost kod koje je  $ESS = TSS$ , odnosno modelom su objašnjena sva odstupanja iz uzorka dok se za vrijednost koeficijenta determinacije 0 modelom nisu objasnila odstupanja iz uzorka što znači da su ukupna odstupanja jednaka neobjašnjenim (rezidualnim) odstupanjima  $TSS = RSS$ .

Izračun koeficijenta determinacije može se prikazati i uvrštavanjem rezidualnih odstupanja u izraz 3.25 gdje je sukladno izrazu 3.21  $ESS = TSS - RSS$  te slijedi

$$R^2 = \frac{TSS - RSS}{TSS} = \frac{TSS}{TSS} - \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.25)$$

Kako je jedan od temeljnih problema koeficijenta determinacije taj da njegova vrijednost ne opada s povećanjem broja nezavisnih varijabli u modelu, niti kada dodatne varijable ne objašnjavaju kretanje zavisne uobičajeno se promatra i korigirani koeficijent determinacije ( $\bar{R}^2$ ) koji ima bolja statistička svojstva jer uzima u obzir veličinu

uzorka i broj nezavisnih varijabli. Njegova vrijednost je manja od koeficijenta determinacije osim u slučaju kada su oba 1. Računa se na način da se koeficijent determinacije korigira za broj stupnjeva slobode iz čega proizlazi korigirani izraz 3.26 gdje je

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS/(n-k)}{TSS/(n-1)} = 1 - \frac{\frac{1}{(n-k)} \sum_{i=1}^n \varepsilon^2}{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.26)$$

Valja napomenuti da koeficijent determinacije i korigirani koeficijent nisu apsolutna mjera značajnosti modela i stupanj pristajanja regresijskog pravca opažanjima te nemaju određenu kritičnu vrijednost budući da njima ne testiramo hipotezu, već je potrebno razmatrati ih u kontekstu, uzimajući u obzir ekonomsku teoriju i vrstu podataka.

### 3.5.3. Skupni test hipoteza o parametrima (F-test)

Kako se t-test odnosi na pojedinačno testiranje procjenitelja, F-testom se testira značajnost svih procjenitelja i uobičajeno se kaže da je on skupni test ili test o značajnosti regresije. Njime se testira nulta hipoteza  $H_0$  da niti jedna nezavisna varijabla ne utječe na varijacije zavisne varijable odnosno alternativna hipoteza  $H_1$  da barem jedna od nezavisnih varijabli utječe na varijacije zavisne varijable što se može zapisati na sljedeći način (Bahovec i Erjavec, 2009., str. 134):

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{k-1} = 0$$

$$H_1: \exists \beta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, \dots, k-1$$

Za računanje vrijednosti F-testa može se koristiti sljedeći izraz (Gujarati, 2004., str. 140):

$$F_{(k-1), (n-k)} = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} \quad (3.27)$$

gdje je brojnik zapravo sredina objašnjene sume kvadrata, a nazivnik sredina rezidualne sume kvadrata koje su dobivene dijeljenjem suma kvadrata sa stupnjevima slobode  $k-1$  i  $n-k$ .

Ovaj test je također važan da se izbjegnu pogreške tipa I i pogreške tipa II pri čemu valja sagledati kritičnu vrijednost F distribucije za traženu razinu signifikantnosti F-testa. Kao kod t-testa o značajnosti jedne regresijske varijable tako i kod F-testa svih regresijskih varijabli uobičajeno je da se nulta hipoteza odbacuje na razini od 0,05 značajnosti. To bi značilo da se nulta hipoteza odbacuje za sve vrijednosti F distribucije veće od kritične vrijednosti na 5% značajnosti (Belullo, 2011., str. 65) pri određenim stupnjevima slobode te da barem jedna varijabla ima signifikantnog utjecaja na varijacije zavisne varijable.



## **4. Regresijski model analize utjecaja fiskalne politike na promjenu bruto domaćeg proizvoda Republike Hrvatske**

### **4.1. Teorijska podloga i određivanje varijabli modela**

Uobičajeno se fiskalna politika, koja je uz monetarnu politiku dio ekonomske politike, promatra kao politika javnih prihoda ili porezna politika te politika javnih rashoda.

Utjecaj fiskalne, konkretnije porezne, politike na (dugoročni) gospodarski rast dobio je na značaju u teoriji tek razvojem endogenih modela rasta (Romer, 1990; Barro, 1990) prema kojima se poreznom politikom može utjecati na ulaganja u kapital te istraživanje i razvoj kao generatore tehnološkog napretka. No, Barro (1990) u svojem radu "Government spending in a Simple model of Endogenous Growth", osim što je endogeni model rasta proširio utjecajem državnog sektora, poreze, ovisno o njihovom utjecaju na gospodarski rast, podijelio na distorzivne i nedistorzivne, te s porezne politike skrenuo pažnju na politiku javnih rashoda kroz produktivne i neproduktivne rashode. U ovome dijelu rada analizirati će se isključivo utjecaj poreznih prihoda koji su rezultat djelovanja porezne politike u Republici Hrvatskoj dok će se u drugome dijelu rada kroz neparametarski pristup u model uključiti i javni rashodi.

Barro (1991) također, osim u teoriji, u empirijskoj analizi fiskalne politike daje na značaju porezima i javnim rashodima gdje ih također dijeli na distorzivne i nedistorzivne odnosno produktivne i neproduktivne koristeći se metodom najmanjih kvadrata za procjenu parametara u regresijskom modelu. U to vrijeme se empirijska analiza utjecaja fiskalne politike, najčešće kroz porezno opterećenje i strukturu poreza, na gospodarski rast provodila regresijskom analizom. U to vrijeme, osim Roberta Barra utjecaj fiskalne politike na gospodarski rast, koristeći regresijsku analizu, analizirali su Koester i Kormendi (1989), Garrison i Lee (1992), Levine i Renelt (1992), Easterly i Rebelo (1993) i dr. Tada, a i u novije vrijeme, istraživanja su pokazala da postoji korelacija između fiskalne politike i gospodarskog rasta, međutim priroda korelacije nije sasvim jednoznačna.

Kako je Republika Hrvatska 1991. godine proglašena samostalnom i neovisnom državom, prava reforma poreznog sustava započela je 1994. godine te se od 2000. do danas provode brojne izmjene u poreznom sustavu. Empirijska istraživanja utjecaja

fiskalne politike na gospodarski rast u Republici Hrvatskoj kroz javne rashode i poreze, u pravilu su se provodila nakon 2000. godine uglavnom koristeći (S)VAR i VEC modele kojima se dokazala značajnost utjecaja fiskalne politike na gospodarski rast (Benazić, 2006.; Belullo i Dužman, 2013.; Hodžić i Bečić, 2015.).

Hodžić (2018.) je postavljanjem regresijskih modela, metodom najmanjih kvadrata utvrdila da su porezni prihodi vrlo značajan parametar utjecaja fiskalne politike na bruto domaći proizvod Republike Hrvatske.

#### 4.2. Podatci i specifikacija modela

Uzevši u obzir prethodna istraživanja o utjecaju fiskalne politike na gospodarski rast za ovaj rad odabrana su četiri pokazatelja: BDP kao standardna mjera gospodarskog učinka te tri kategorije poreznih prihoda kao parametri utjecaja fiskalne politike na BDP.

Za potrebe istraživanja porezni prihodi nisu kumulativno uvršteni u model već su odvojeno uvršteni prihodi od direktnih poreza (PDIR), prihodi od poreza na dodanu vrijednost (PDV) te prihodi od trošarina (TR). Prihodi od direktnih poreza uvršteni su kao zbroj prihoda od poreza na dohodak i poreza na dobit kao najznačajnijih „predstavnik“ direktnih poreza. Prihodi od poreza na dodanu vrijednost uvršteni su iz razloga što je upravo porez na dodanu vrijednost najizdašniji porezni oblik u Republici Hrvatskoj, dok su prihodi od trošarina odvojeni od poreza na dodanu vrijednost kao indirektnog poreza iz razloga što trošarine mogu imati negativan utjecaj na BDP odnosno proizvodnju dobara koja se dodatno oporezuju trošarinama. Uvrštavanjem prihoda od navedenih poreznih oblika u model obuhvaćeno je preko 90% poreznih prihoda odnosno preko 50% ukupnih prihoda opće države.

Specificirati će se model temeljen na teorijskim postavkama i empirijskim istraživanjima utjecaja fiskalne politike na gospodarski rast odnosno postaviti će se i ocijeniti linearni model tzv. LIN-LIN model u kojemu je prikazan utjecaj apsolutnih promjena nezavisnih varijabli na apsolutne promjene zavisne varijable. Linearni model prikazan je sljedećim izrazom:

$$BDP = \beta_0 + \beta_1 PDIR + \beta_2 PDV + \beta_3 TR + \varepsilon \quad (4.1)$$

gdje je vrijednost BDP-a u Republici Hrvatskoj prikazan kao linearna kombinacija prihoda opće države od direktnih poreza (PDIR), poreza na dodanu vrijednost (PDV) i trošarina (TR).

Svi podatci izraženi su u realnim vrijednostima odnosno stalnim cijenama 2015. godine (2015 = 100) kako bi se izbjegao utjecaj promjene cijena na rezultate istraživanja.

Podatci o bruto domaćem proizvodu Republike Hrvatske kao i indeksu potrošačkih cijena preuzeti su sa stranca Državnog zavoda za statistiku RH (DZS, 2019.) dok su podatci o poreznim prihodima konsolidirane opće države preuzeti sa stranica Ministarstva financija (MFIN, 2019.). U skladu s dostupnošću podataka korišteni su podatci u razdoblju od 2002.-2018. godine na godišnjoj razini kako bi se izbjegao sezonski utjecaj na pokazatelje.

U tablici 1 prikazana su osnovna statistička obilježja zavisne i nezavisnih varijabli korištenih u modelu.

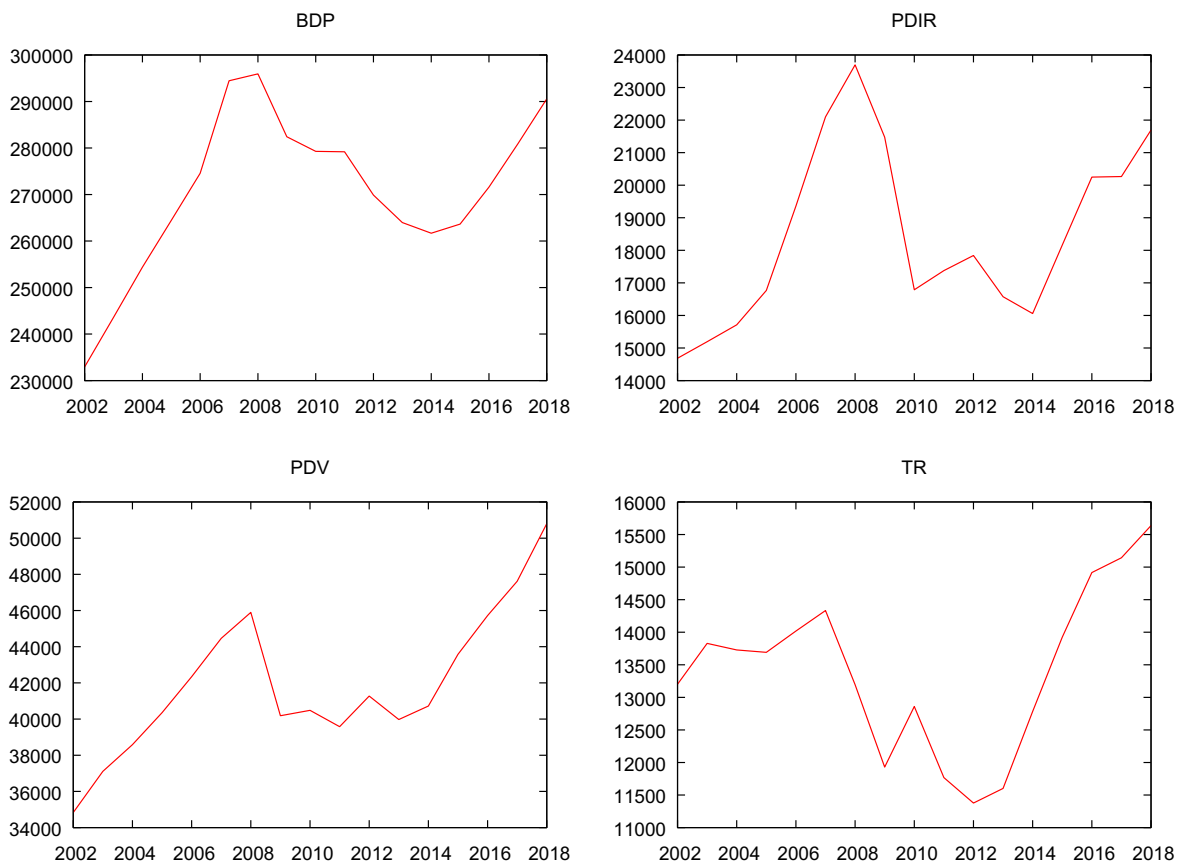
**Tablica 1:** Prikaz statističkih obilježja varijabli korištenih u modelu, u razdoblju od 2002. do 2018. godine, u milijunima kuna

Varijabla	Aritmetička sredina	Medijan	Standardna devijacija	Minimum	Maksimum
<b>BDP</b>	270.789,36	271.593,84	17.034,36	232.943,33	295.941,24
<b>PDIR</b>	18.470,52	17.841,13	2.699,45	14.685,63	23.696,04
<b>PDV</b>	41.971,23	40.719,90	3.984,56	34.835,55	50.799,68
<b>TR</b>	13.407,85	13.691,04	1.253,78	11.377,15	15.637,58

Izvor: Izračun autora na temelju podataka uzorka

Nadalje, u grafikonu 1 usporedno je prikazano kretanje BDP-a, poreznih prihoda opće države od direktnih poreza, poreza na dodanu vrijednost i trošarina Republici Hrvatskoj u razdoblju od 2002. do 2018. godine iz kojega je vidljivo pozitivno kretanje svih varijabli modela do krize 2008. godine osim prihoda od trošarina koji su počeli opadati već 2007. godine. Rast se najprije očituje 2013. godine kod prihoda od trošarina i poreza na dodanu vrijednost koji su 2016. godine premašili razinu prije krize, a zatim 2014. godine prihodi od direktnih poreza i bruto domaći proizvod koji ni 2018. godine nisu dostigli razinu prije krize.

**Grafikon 1:** Usporedni prikaz kretanja BDP-a, poreznih prihoda opće države od direktnih poreza, poreza na dodanu vrijednost i trošarina RH u stalnim cijenama (2015=100) u razdoblju od 2002. do 2018. godine, u mil.kn



Izvor: Izrada autora prema podacima Državnog zavoda za statistiku RH i Ministarstva financija RH

### 4.3. Ocjena parametara

Za procjenu parametara koristit će se metoda najmanjih kvadrata. Budući da se radi o višestrukoj regresiji odnosno regresiji s tri nezavisne varijable, radi jednostavnosti parametri će se izračunati pomoću matrične algebre. Za izračun je potrebno ulazne podatke iz uzorka zapisati u obliku matrica  $y$  i  $X$  sljedećeg oblika:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 232.943,33 \\ 243.583,54 \\ 254.380,56 \\ 264.436,16 \\ 274.563,32 \\ 294.461,37 \\ 295.941,24 \\ 282.420,62 \\ 279.282,13 \\ 279.186,35 \\ 269.871,21 \\ 263.974,80 \\ 261.678,56 \\ 263.633,73 \\ 271.593,84 \\ 280.905,24 \\ 290.563,15 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 14.685,63 & 34.835,55 & 13.201,74 \\ 1 & 15.193,17 & 37.109,89 & 13.828,62 \\ 1 & 15.711,51 & 38.585,15 & 13.727,85 \\ 1 & 16.767,10 & 40.354,66 & 13.691,04 \\ 1 & 19.360,35 & 42.341,51 & 14.017,83 \\ 1 & 22.099,52 & 44.461,70 & 14.332,94 \\ 1 & 23.696,04 & 45.897,82 & 13.194,58 \\ 1 & 21.475,89 & 40.184,77 & 11.929,40 \\ 1 & 16.788,89 & 40.481,76 & 12.859,64 \\ 1 & 17.377,54 & 39.578,34 & 11.768,16 \\ 1 & 17.841,13 & 41.271,09 & 11.377,15 \\ 1 & 16.575,47 & 39.973,25 & 11.601,72 \\ 1 & 16.057,73 & 40.719,90 & 12.782,54 \\ 1 & 18.158,98 & 43.577,75 & 13.923,20 \\ 1 & 20.249,47 & 45.721,40 & 14.916,42 \\ 1 & 20.265,21 & 47.616,66 & 15.143,12 \\ 1 & 21.695,20 & 50.799,68 & 15.637,58 \end{bmatrix}$$

Uvrštavanjem matrica  $\mathbf{y}$  i  $\mathbf{X}$  u izraz 3.13 izračuna se da je<sup>4</sup>

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 8,856549373 & 3,51709\text{E-}05 & -0,00012258 & -0,000320893 \\ 3,51709\text{E-}05 & 2,57127\text{E-}08 & -1,63634\text{E-}08 & 1,31784\text{E-}08 \\ -0,00012258 & -1,63634\text{E-}08 & 1,66795\text{E-}08 & -2,05281\text{E-}08 \\ -0,000320893 & 1,31784\text{E-}08 & -2,05281\text{E-}08 & 7,00388\text{E-}08 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4.603.419 \\ 85.669.320.552 \\ 1,94034\text{E}+11 \\ 61.773.918.754 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 175.984,91 \\ 3,71957 \\ 2,16136 \\ -4,81903 \end{bmatrix}$$

Iz rezultata matrice  $\boldsymbol{\beta}$  vidljivo je da su procijenjene vrijednosti parametara  $\hat{\beta}_0 = 175984,910$ ,  $\hat{\beta}_1 = 3,71957$ ,  $\hat{\beta}_2 = 2,16136$  i  $\hat{\beta}_3 = -4,81903$ , te uvrštavanjem vrijednosti u postavljeni model 4.1, može se zapisati na sljedeći način:

$$\widehat{BDP} = 175.984,91 + 3,71957 \mathbf{PDIR} + 2,16136 \mathbf{PDV} - 4,81903 \mathbf{TR}$$

<sup>4</sup> U izračunu nisu prikazani svi koraci zbog veličine matrica već je prikazan posljednji korak sa već izračunatim matricama  $\mathbf{X}'\mathbf{X}^{-1}$  i  $\mathbf{X}'\mathbf{y}$ .

Konstantni član  $\hat{\beta}_0$  u regresijskom modelu često nema posebno značenje i njegova vrijednost ne može se smisleno interpretirati (Bahovec, Erjavec, 2009). On teoretski pokazuje kolika bi bila vrijednost zavisne varijable kada bi sve nezavisne varijable imale vrijednost 0 odnosno čini odsječak regresijskog pravca na osi ordinata. U ovome modelu to bi značilo da ukoliko bi svi porezni prihodi iz modela imali vrijednost 0 onda bi BDP iznosio 175.984,91 mil.kn.

Prvi procijenjeni parametar koji se nalazi uz nezavisnu varijablu poreznih prihoda od direktnih poreza (PDIR), iznosi 3,71957 te se može tumačiti na način da ukoliko se povećaju prihodi opće države od direktnih poreza za milijun kuna, a ostali pokazatelji u modelu ostanu nepromijenjeni bruto domaći proizvod Republike Hrvatske u prosjeku će se povećati za 3,72 milijuna kuna<sup>5</sup>. Također, procjenitelj koji se nalazi uz prihode od direktnih poreza ( $\hat{\beta}_2$ ) pozitivnog je predznaka što je u skladu s makroekonomskom teorijom gdje veći prihodi države pretpostavljaju veću državnu potrošnju, koja prema rashodovnoj metodi ulazi u izračun BDP-a. Obzirom na to da je procjenitelj  $\hat{\beta}_2$  veći od 1, iz modela proizlazi da će se zavisna varijabla odnosno BDP intenzivnije mijenjati s promjenom nezavisne varijable prihodi od direktnih poreza što se može tumačiti na način da ubiranje poreza na dohodak i poreza na dobit imaju pozitivan multiplikativan učinak na promjene BDP-a Republike Hrvatske.

Drugi procijenjeni parametar koji se nalazi uz nezavisnu varijablu poreznih prihoda od poreza na dodanu vrijednost (PDV), iznosi 2,16136 te se može tumačiti slično kao za prethodni procjenitelj. Povećaju li se prihodi opće države od poreza na dodanu vrijednost za milijun kuna, a ostali pokazatelji u modelu ostanu nepromijenjeni bruto domaći proizvod Republike Hrvatske u prosjeku će se povećati za 2,16 milijuna kuna. Kao i kod koeficijenta  $\hat{\beta}_1$  uz PDIR, koeficijent  $\hat{\beta}_2$  uz PDV također je pozitivnog predznaka i veći je od 1 što se može tumačiti da ima višestruki pozitivan učinak na promjene BDP-a Republike Hrvatske.

Posljednja nezavisna varijabla u modelu, porezni prihod opće države od trošarina (TR) ima uz sebe koeficijent  $\hat{\beta}_3$  vrijednosti -4,81903 te se može tumačiti na način da povećanje poreznih prihoda od trošarina za milijun kuna, uz uvjet da ostali pokazatelji u modelu ostanu nepromijenjeni, bruto domaći proizvod Republike Hrvatske u prosjeku će se smanjiti za 4,82 milijuna kuna. Kod prethodne dvije

---

<sup>5</sup> U ovome primjeru korišteni su milijuni kuna kao jedinice mjere što nije vezano uz to da su ulazni podatci u modelu izraženi u milijunima kuna jer tumačenje modela je uvijek istovjetno neovisno o tome koje se jedinice mjere koriste prilikom interpretacije rezultata modela.

nezavisne varijable učinak na BDP bio je pozitivan što nije slučaj s prihodima od trošarina. Iako su trošarine značajni državni prihodi koji povećavaju raspoloživost sredstava za potrošnju, njihova važnost je u tome što služe za pokrivanje troškova eksternalija nastalih korištenjem štetnih proizvoda kao i destimulaciju njihove potrošnje (Bejaković, 2018.). Stoga se može zaključiti da je vrijednost i negativan predznak koeficijenta uz porezne prihode od trošarina u skladu s teorijom fiskalne politike.

Međutim, važno je napomenuti da samo postavljanje modela i tumačenje parametara ne znači da su varijable i model značajni odnosno da prilikom njegova postavljanja nisu učinjene pogreške. Prilikom istraživanja i izbjegavanja pogrešaka pri postavljanju modela potrebno je uzeti u obzir puno više elemenata nego je prikazano u ovome radu. Primjerice, kako se radi o podacima u vremenskom nizu, prilikom postavljanja modela i određivanja zavisne i nezavisnih varijabli nije se vodilo računa o smjeru djelovanja i dinamici tih varijabli. Međutim, zbog ograničenja u opsegu rada model je postavljen na način da se na primjeru prikaže primjena i metodologija regresijske analize kao i tumačenje dobivenih rezultata pod pretpostavkom stacionarnosti i utvrđene uzročno posljedične veze među varijablama.

Uzimajući u obzir navedene pretpostavke slijedeći neophodan korak jest sagledati pokazatelje koji mogu ukazivati na moguće pogreške ili nepravilnosti odnosno ispitati značajnost i pouzdanost parametara pojedinačno kao i modela kao cjelinu.

#### **4.4. Ispitivanje pouzdanosti i značajnosti parametara**

Ispitivanje značajnosti parametara može se provesti na više načina, no uobičajeno je računanjem standardne greške procjenitelja preko njihove varijance, te statističkim t-testom.

##### *4.4.1. Varijanca i standardna greška parametara*

Kao što je već spomenuto u poglavlju 3.4. pouzdanost parametara može se mjeriti standardnom greškom procjenitelja preko njihove varijance korištenjem izraza 3.15 za varijancu i 3.17 za standardnu grešku procjenitelja.

Najprije je potrebno izračunati matricu  $\varepsilon$  iz izraza 3.11 gdje je

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 232.943,33 \\ 243.583,54 \\ 254.380,56 \\ 264.436,16 \\ 274.563,32 \\ 294.461,37 \\ 295.941,24 \\ 282.420,62 \\ 279.282,13 \\ 279.186,35 \\ 269.871,21 \\ 263.974,80 \\ 261.678,56 \\ 263.633,73 \\ 271.593,84 \\ 280.905,24 \\ 290.563,15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 14.685,63 & 34.835,55 & 13.201,74 \\ 1 & 15.193,17 & 37.109,89 & 13.828,62 \\ 1 & 15.711,51 & 38.585,15 & 13.727,85 \\ 1 & 16.767,10 & 40.354,66 & 13.691,04 \\ 1 & 19.360,35 & 42.341,51 & 14.017,83 \\ 1 & 22.099,52 & 44.461,70 & 14.332,94 \\ 1 & 23.696,04 & 45.897,82 & 13.194,58 \\ 1 & 21.475,89 & 40.184,77 & 11.929,40 \\ 1 & 16.788,89 & 40.481,76 & 12.859,64 \\ 1 & 17.377,54 & 39.578,34 & 11.768,16 \\ 1 & 17.841,13 & 41.271,09 & 11.377,15 \\ 1 & 16.575,47 & 39.973,25 & 11.601,72 \\ 1 & 16.057,73 & 40.719,90 & 12.782,54 \\ 1 & 18.158,98 & 43.577,75 & 13.923,20 \\ 1 & 20.249,47 & 45.721,40 & 14.916,42 \\ 1 & 20.265,21 & 47.616,66 & 15.143,12 \\ 1 & 21.695,20 & 50.799,68 & 15.637,58 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 175.984,91 \\ 3,71957 \\ 2,16136 \\ -4,81903 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.339,88 \\ -2.478,10 \\ 2.713,71 \\ 4.840,64 \\ 2.603,99 \\ 9.246,26 \\ -3.797,95 \\ -2.813,54 \\ 15.325,70 \\ 9.730,36 \\ -6.850,23 \\ -4.147,52 \\ -443,76 \\ -6.987,05 \\ -6.647,46 \\ -400,00 \\ -555,18 \end{bmatrix}$$

nakon čega množenje matrica  $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$  rezultira skalarom vrijednosti 726.142.381,38 koji je zapravo suma kvadrata rezidualnih odstupanja. Nadalje, uvrštavanjem vrijednosti u izraz za izračun varijance (3.15) gdje je broj opažanja (n) 17 te broj varijabli (k) 4 proizlazi sljedeće

$$\text{Var}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}}{n - k} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \frac{726.142.381,38}{17 - 4} \begin{bmatrix} 8,856549373 & 3,51709\text{E-}05 & -0,00012258 & -0,000320893 \\ 3,51709\text{E-}05 & 2,57127\text{E-}08 & -1,63634\text{E-}08 & 1,31784\text{E-}08 \\ -0,00012258 & -1,63634\text{E-}08 & 1,66795\text{E-}08 & -2,05281\text{E-}08 \\ -0,000320893 & 1,31784\text{E-}08 & -2,05281\text{E-}08 & 7,00388\text{E-}08 \end{bmatrix}$$

$$\text{Var}(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\beta}_0) & \text{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0) & \text{Var}(\hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_0) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & \text{Var}(\hat{\beta}_2) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_0) & \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_2) & \text{Var}(\hat{\beta}_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 494.701.219,41 & 1.964,55 & -6.846,94 & -17.924,18 \\ 1.964,55 & 1,43624 & -0,91401 & 0,73611 \\ -6.846,94 & -0,91401 & 0,93167 & -1,14664 \\ -17.924,18 & 0,73611 & -1,14664 & 3,91216 \end{bmatrix}$$

Izračunatim vrijednostima varijanci procijenjenih parametara  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , i  $\beta_3$ , može se izračunati standardna pogreška procjenitelja računanjem drugog (kvadratnog) korijena vrijednosti varijanci odnosno uvrštavanjem vrijednosti varijanci u izraz 3.17 za



svaki procjenitelj pojedinačno. Na taj način dobiju se sljedeće vrijednosti standardnih pogrešaka:

$$sd(\hat{\beta}_0) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_0)} = \sqrt{494.701.219,41} = \mathbf{22.241,9}$$

$$sd(\hat{\beta}_1) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_1)} = \sqrt{1,43624} = \mathbf{1,19843}$$

$$sd(\hat{\beta}_2) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_2)} = \sqrt{0,93167} = \mathbf{0,96523}$$

$$sd(\hat{\beta}_3) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_3)} = \sqrt{3,91216} = \mathbf{1,97792}$$

Standardne pogreške zapravo predstavljaju mjeru varijabilnosti procjenitelja od uzorka do uzorka. Ako jedan od procjenitelja značajno varira od uzorka do uzorka uobičajeno se pretpostavlja da taj procjenitelj nije statistički značajan. Da bi se utvrdile granice značajnog odstupanja u pravilu se koristi t-test.

#### 4.4.2. T-test

Nakon što su se odredile standardne devijacije odnosno standardne pogreške procjenitelja vrši se testiranje hipoteza o procjeniteljima. Prvi test kojim će se testirati značajnost procjenitelja jest, već spomenuti, t-test kojime će se testirati nulta hipoteza, za svaki procijenjeni parametar zasebno, da poprima vrijednost 0, odnosno za hipoteze

$$H_0: \hat{\beta}_k = 0$$

$$H_1: \hat{\beta}_k \neq 0$$

uvrštavanjem potrebnih podataka u izraz za računanje t-vrijednosti (3.18), gdje je za svaki procjenitelj njegova testna vrijednost  $\beta_k^*$  jednaka nuli, dobiju se sljedeće vrijednosti

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - 0}{sd(\hat{\beta}_0)} = \frac{175.984,91}{22.241,9} = 7,912$$

$$t_{PDIR} = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{sd(\hat{\beta}_1)} = \frac{3,71957}{1,19843} = 3,104$$

$$t_{PDV} = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{sd(\hat{\beta}_2)} = \frac{2,16136}{0,96523} = 2,239$$

$$t_{TR} = \frac{\hat{\beta}_3 - 0}{sd(\hat{\beta}_3)} = \frac{-4,81903}{1,97792} = -2,436$$

U promatranom modelu broj stupnjeva slobode jest 13 (17 opažanja - 4 varijable) i vrijednosti svih procjenitelja veće su od dvije standardne pogreške procjenitelja, no vrijednosti  $t_{PDV}$  i  $t_{TR}$  blizu su 2 odnosno -2, stoga je potrebno pogledati kritične t-vrijednosti dvostranog testa za 13 stupnjeva slobode i razinu značajnosti od 0,05 u tablici kritičnih vrijednosti Studentove t distribucije (Belullo, 2011., str. 64). Kritična apsolutna t-vrijednost za postavljeni model na razini značajnosti od 0,05 iznosi 2,160<sup>6</sup> što je manje od 2,239 za  $t_{PDV}$  odnosno 2,436 za  $t_{TR}$ . Vrijednosti  $t_{PDIR}$  od 3,104 i  $t_0$  od 7,912 značajno su veće od kritične t-vrijednosti. Sljedeća kritična t-vrijednost na razini značajnosti od 0,02 dvostranog t-testa iznosi 2,650. Stoga, temeljem vrijednosti t-testa može se, na razini značajnosti od 0,05, odnosno sa 95% pouzdanosti da se nije učinila pogreška, odbaciti nulta hipoteza za procjenitelje  $\hat{\beta}_2$  i  $\hat{\beta}_3$  dok se za  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$  nulta hipoteza može odbaciti i sa 98% pouzdanosti. Kada bi se bilo koja od nezavisnih varijabli izbacila iz modela ili zanemarila prilikom objašnjavanja varijacije zavisne varijable velika je vjerojatnost da bi se učinila pogreška.

Poznavajući kritičnu t-vrijednost za model sa 13 stupnjeva slobode na razini značajnosti od 0,05 moguće je temeljem vrijednosti standardnih pogrešaka procjenitelja odrediti raspon, odnosno interval pouzdanosti parametra, unutar kojega bi se u 95% uzoraka našla vrijednost parametra populacije. Uvrštavanjem vrijednosti u izraz  $\hat{\beta}_k \pm sd(\hat{\beta}_k)t_{\alpha/2,(n-k)}$  za  $t_{\alpha/2,(n-k)} = t_{0,025,13} = 2,160$  proizlaze sljedeći intervali

$$\hat{\beta}_0 \pm sd(\hat{\beta}_0)t_{0,025,13} = 175.98491 \pm 22.241,9 \times 2,16 = 175.984,91 \pm 48.042,51$$

$$\hat{\beta}_1 \pm sd(\hat{\beta}_1)t_{0,025,13} = 3,71957 \pm 1,19843 \times 2,16 = 3,71957 \pm 2,58861$$

$$\hat{\beta}_2 \pm sd(\hat{\beta}_2)t_{0,025,13} = 2,16136 \pm 0,96523 \times 2,16 = 2,16136 \pm 2,08490$$

---

<sup>6</sup> Budući da se radi o dvostranom t-testu, a u tablici su dane kritične t-vrijednosti jednostranog testa, potrebno je promatrati t-vrijednost na razini značajnosti  $\alpha/2$  odnosno u ovome modelu  $t_{0,025,13}$ .

$$\hat{\beta}_3 \pm sd(\hat{\beta}_3)t_{0,025,13} = -4,81903 \pm 1,97792 \times 2,16 = -4,81903 \pm 4,27231$$

odnosno

$$127.942,4 \leq \beta_0 \leq 224.027,42$$

$$1,13096 \leq \beta_1 \leq 6,30818$$

$$0,07646 \leq \beta_2 \leq 4,24626$$

$$-9,09134 \leq \beta_3 \leq -0,54672$$

Iz izraza  $\hat{\beta}_k \pm sd(\hat{\beta}_k)t_{\alpha/2,(n-k)}$  vidljivo je da raspon intervala pouzdanosti ovisi, naravno, o kritičnoj t-vrijednosti koja ovisi o stupnjevima slobode i zahtijevanoj razini značajnosti, ali ponajviše o vrijednosti standardne pogreške. Kako standardna pogreška predstavlja mjeru varijabilnosti procjenitelja od uzorka do uzorka može se zaključiti da što je ta varijabilnost manja to preciznije procijenjeni  $\hat{\beta}_k$  opisuje populacijski  $\beta_k$ .

U današnje vrijeme empirijsko istraživanje izvođenjem regresijske analize i ocjena postavljenog modela, u pravilu se izvodi pomoću računala, odnosno raznih matematičkih, statističkih i ekonometrijskih programskih rješenja (npr. EViews, Gretl, MS Excel, Python, R, SPSS, STATA i dr.). U nastavku je prikaz izlaznih podataka dobivenih nakon unosa podataka uzorka u programski paket Gretl, izlazni podatci prikazani su u tablici 2.

**Tablica 2:** Rezultati regresijske analize, 1.dio (ispis Gretl)

Model 1: OLS, using observations 2002–2018 (T = 17)  
Dependent variable: BDP

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value	
const	175989	22243.4	7.912	2.52e-06	***
PDIR	3.71968	1.19848	3.104	0.0084	***
PDV	2.16129	0.965283	2.239	0.0433	**
TR	-4.81924	1.97801	-2.436	0.0300	**

Izvor: Izračun autora

Prvi dio tablice prikazuje informacije o kojemu se modelu radi (OLS), da se radi o opažanjima u razdoblju od 2002. godine do 2018. godine odnosno ukupno 17 opažanja kao i da je zavisna varijabla BDP. U donjem dijelu tablice prikazane su

vrijednosti vezane uz nezavisne varijable odnosno vrijednosti procjenitelja, njihovih standardnih devijacija, t-vrijednosti i p-vrijednosti t-testa. Prvi stupac pokazuje oznake nezavisnih varijabli u modelu, a u prvom redu prikazuje konstantni član modela *const.* Usporedbom prethodno "ručno" izračunatih vrijednosti i vrijednosti dobivenih Gretl-om koje bi trebale biti identične, može se primijetiti neznatna razlika koja se pojavila zbog nejednakog zaokruživanja brojeva na decimale. Osim procjenitelja, standardne greške i t-vrijednosti, uobičajeno je da programski paketi prikazuju točnu p-vrijednost odnosno razinu značajnosti t-testa. Pomoću tablice se utvrdilo da je za procjenitelje  $\hat{\beta}_2$  i  $\hat{\beta}_3$  razina značajnosti t-testa između 0,05 i 0,02 dok je za  $\hat{\beta}_0$  i  $\hat{\beta}_1$  manja od 0,02

## 4.5. Mjerenje pouzdanosti i značajnosti modela

### 4.5.1. Analiza varijance modela

Jednadžbom analize varijance (3.21) može se prikazati raščlanjena ukupna suma kvadrata odstupanja (*TSS*) empirijskih vrijednosti BDP-a (vrijednosti iz uzorka) od prosječne vrijednosti BDP-a na zbroj sume kvadrata odstupanja protumačenih modelom (*ESS*) i zbroj sume kvadrata odstupanja koja nisu protumačena modelom (*RSS*), tzv. rezidualna odstupanja. U dijelu 4.5.1. izračunata je vrijednost *RSS* kao umnožak matrica  $\boldsymbol{\varepsilon}$  i  $\boldsymbol{\varepsilon}'$  gdje je

$$\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = RSS = 726.142.381,38$$

Suma kvadrata ukupnih empirijskih vrijednosti BDP-a od njegove sredine  $\overline{BDP}$  (u jednadžbi 3.21 oznaka *TSS*) vrlo jednostavno se izračuna iz izraza 3.22. gdje je

$$TSS = \mathbf{y}'\mathbf{y} - n\bar{y}^2 = 1.251.199.492.987 - 17 \times 270.789,36^2 = 4.642.575.670,44$$

dok se *ESS* može izračunati pomoću izraza 3.23 ili jednostavnije uvrštavanjem poznatih vrijednosti u izraz 3.21 gdje je

$$ESS = TSS - RSS = 4.642.575.670,44 - 726.142.381,38 = 3.916.433.289,06$$

Izračunate vrijednosti prikazane su u sljedećoj tablici u kojoj su osim suma kvadrata prikazani i stupnjevi slobode temeljem kojih se računa sredina kvadrata kao količnik sume kvadrata i stupnjeva slobode.

**Tablica 3: Prikaz analize varijance (ANOVA)**

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Sredine kvadrata
ESS	3.916.433.289,06	3 ( $k - 1$ )	1.305.477.763,02
RSS	726.142.381,38	13 ( $n - k$ )	55.857.106,26
TSS	4.642.575.670,44	16 ( $n - 1$ )	290.160.979,40

Izvor: Izračun autora

Kako će se u svrhu izbjegavanja pogreški tipa I i tipa II na razini modela analizirati reprezentativnost i značajnost modela najviše će se pažnje posvetiti koeficijentu determinacije i skupnom F-testu čije će se vrijednosti izračunati na temelju vrijednosti iz tablice 3.

#### 4.5.2. Koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije

Kao mjera reprezentativnosti modela, uvrštavanjem podataka iz tablice 3 u izraz 3.25, može se izračunati koeficijent determinacije koji iznosi

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{3.916.433.289,06}{4.642.575.670,44} = 0,84359$$

Vrijednost koeficijenta determinacije od 0,84359 znači da je 84,36% varijance BDP-a objašnjeno nezavisnim varijablama ovoga modela. S obzirom na to da na BDP neke zemlje, osim poreznih prihoda utječe još čitav niz faktora, koeficijent od 0,84359 prilično je visok te znači da se samo 15,64% odnosi na rezidualna odstupanja.

Kako se uz koeficijent determinacije uglavnom promatra i korigirani koeficijent determinacije koji ima bolja statistička svojstva jer uzima u obzir veličinu uzorka uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 3 u izraz 3.26 može se izračunati korigirani koeficijent determinacije  $\bar{R}^2$  koji iznosi

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS/(n - k)}{TSS/(n - 1)} = 1 - \frac{726.142.381,38/13}{4.642.708.813,84/16} = 0,80750$$

Vidljivo je da je vrijednost koeficijenta determinacije viša od korigiranog koeficijenta determinacije zbog uvrštavanja stupnjeva slobode u jednadžbu. Njegova vrijednost raste s većim brojem opažanja, a opada s većim brojem varijabli.

#### 4.5.3. F-test

Statistička značajnost modela uobičajeno se testira skupnim F-testom kojime se testira nulta hipoteza da su svi procjenitelji u modelu jednaki nuli odnosno za ovaj model testira se

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,$$

$$H_1: \exists \beta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, 3.$$

uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 3 u izraz 3.26 gdje je

$$F_{3,13} = \frac{ESS/(4 - 1)}{RSS/(17 - 4)} = \frac{3.916.566.432,46/3}{726.142.381,38/13} = 23,3725$$

Nakon izračuna vrijednosti F distribucije, vrijednost je potrebno usporediti s kritičnom vrijednosti F distribucije za 3 i 13 stupnja slobode. Na zahtijevanoj razini značajnosti od 0,05 kritična vrijednost  $F_{3,13}$  iznosi 3,41 (Belullo, 2011., str. 65) što je znatno niže od vrijednosti modela. Stoga se temeljem F-testa može, na razini značajnosti od 5%, odbaciti nulta hipoteza da su svi procjenitelji jednaki nuli odnosno da model nije statistički značajan.

U sljedećoj tablici prikazana je analiza varijance dobivena pomoću programskog paketa Gretl koja, osim sume kvadrata odstupanja, stupnjeva slobode i sredine kvadrata prikazuje vrijednost koeficijenta determinacije i F distribucije kao i njihov izračun te p-vrijednost F-testa iz koje je također vidljivo da se nulta hipoteza može odbaciti na razini značajnosti od 5%.

**Tablica 4: Prikaz analize varijance (ispis Gretl)**

Analysis of Variance:

	Sum of squares	df	Mean square
Regression	3.91649e+09	3	1.3055e+09
Residual	7.26221e+08	13	5.58631e+07
Total	4.64271e+09	16	2.90169e+08

$$R^2 = 3.91649e+09 / 4.64271e+09 = 0.843578$$

$$F(3, 13) = 1.3055e+09 / 5.58631e+07 = 23.3695 \text{ [p-value } 1.64e-05]$$

Izvor: Izračun autora

U tablici 5 prikazani su rezultati regresijske analize izračunati u Gretl-u. Prvi dio tablice prethodno je prikazan i objašnjen u tablici 2, a odnosi se na procjenitelje.

**Tablica 5: Rezultati regresijske analize (ispis Gretl)**

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value	
const	175989	22243,4	7,912	2,52e-06	***
PDIR	3,71968	1,19848	3,104	0,0084	***
PDV	2,16129	0,965283	2,239	0,0433	**
TR	-4,81924	1,97801	-2,436	0,0300	**
Mean dependent var	270789,4	S.D. dependent var	17034,36		
Sum squared resid	7,26e+08	S.E. of regression	7474,164		
R-squared	0,843578	Adjusted R-squared	0,807481		
F(3, 13)	23,36955	P-value(F)	0,000016		
Log-likelihood	-173,4682	Akaike criterion	354,9365		
Schwarz criterion	358,2693	Hannan-Quinn	355,2678		
rho	0,225770	Durbin-Watson	1,428140		

Izvor: Izračun autora

Prva četiri reda drugog dijela tablice prikazuju vrijednosti čiji je izračun prikazan u ovome radu i koje se, kao što je već spomenuto, neznatno razlikuju zbog razlike u zaokruživanju decimalnih mjesta. Ostala tri reda odnose se uglavnom na vrijednosti kriterija za odabir modela te neće biti obrađene u ovome radu, osim Durbin-Watsonove statistike koja se koristi za otkrivanje prisutnosti odnosno odsutnosti autokorelacije odstupanja koja je jedna od temeljnih pretpostavki klasičnog linearnog regresijskog modela.

U sljedećem poglavlju, osim odsutnosti autokorelacije odstupanja, testirat će se jesu li narušene ostale polazne pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela u ovome modelu.

## 4.6. Testiranje polaznih pretpostavki klasičnog linearnog regresijskog modela

U ovome dijelu poglavlja analizirat će se jesu li u postavljenom modelu narušene polazne pretpostavke klasičnog linearnog regresijskog modela navedene u poglavlju 3.1. odnosno testirat će se postoje li problemi multikolinearnosti među nezavisnim varijablama, heteroskedastičnosti, autokorelacije slučajnih odstupanja, nenormalnosti distribucije reziduala i je li model pravilno specificiran.

Polazne pretpostavke CLRM-a testirati će se korištenjem programskog rješenja Gretl.

### 4.6.1. Multikolinearnost

U modelu je prisutan problem multikolinearnosti ako su barem dvije regresorske varijable linearno zavisne ili približno linearno zavisne (Bahovec, Erjavec, 2009., str.163). Jedan od načina otkrivanja jesu li regresorske varijable međusobno zavisne jest pomoću tzv. matrice korelacije.

**Tablica 6:** Matrica korelacije nezavisnih varijabli modela

	PDIR	PDV	TR
PDIR	1	0,7943	0,3348
PDV	0,7943	1	0,6097
TR	0,3348	0,6097	1

Izvor: Izračun autora

U tablici su prikazani koeficijenti korelacije među varijablama iz kojih je vidljivo da je najmanja korelacija među varijablama PDIR i TR s koeficijentom od 0,3348, između PDV i TR s koeficijentom od 0,6097 te najznačajnija korelacija jest među varijablama PDV i PDIR s vrijednosti koeficijenta od 0,7943. Kako su vrijednosti koeficijenata korelacije relativno visoki te se temeljem njih ne može definitivno isključiti postojanje problema multikolinearnosti potrebno je koristiti dodatne pokazatelje.

Jedan od dodatnih pokazatelja jest tzv. I. Kleinov kriterij koji govori da postoji ozbiljan problem multikolinearnosti ako je jedan od koeficijenata korelacije među varijablama veći od drugog korijena koeficijenta determinacije modela (Bahovec, Erjavec, 2009). Koeficijent determinacije ( $R^2$ ) modela iznosi 0,843578, a njegov drugi korijen iznosi 0,918465. Kako najviša vrijednost koeficijenta korelacije iznosi 0,7943



što je manje od 0,918465 može se zaključiti da prema I. Kleinovu kriteriju ne postoji ozbiljan problem multikolinearnosti.

Drugi pokazatelj multikolinearnosti koji se često koristi jest faktor inflacije varijance VIF (engl. Variance Inflation Factor) odnosno ekvivalentni pokazatelj TOL (engl. Tolerance) koji se računa tako da se svaka pojedina nezavisna varijabla zasebno uvrštava u OLS model kao zavisna dok se preostale tretiraju kao nezavisne nakon čega se uvrštavanjem dobivenih koeficijenta determinacije u izraz 4.2

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}, \quad TOL_j = \frac{1}{VIF_j}, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (4.2)$$

izračunava VIF vrijednost odnosno TOL vrijednost. U tablici u nastavku prikazani su koeficijenti determinacije dobiveni uvrštavanjem nezavisnih varijabli u model OLS te VIF i TOL vrijednosti izračunate temeljem koeficijenata determinacije.

**Tablica 7:** Prikaz koeficijenata determinacije, VIF i TOL pokazatelja regresorskih varijabli

POKAZATELJ	PDIR	PDV	TR
R <sup>2</sup>	0,666	0,763	0,432
VIF	2,994	4,219	1,760
TOL	0,334	0,237	0,568

Izvor: Izračun autora

Najveća VIF vrijednost odnosi se na varijablu PDV koja iznosi 4,219 na što je vrlo vjerojatno utjecala korelacija među PDIR i PDV koja je vidljiva iz matrice korelacije. Problem multikolinearnosti prisutan je ukoliko VIF vrijednost barem jedne varijable iz modela prelazi 5, što u ovome modelu nije slučaj, odnosno ukoliko je vrijednost koeficijenta determinacije (R<sup>2</sup>) veća od 0,8 ili TOL manja od 0,2 jer VIF vrijednost i TOL vrijednost proizlaze iz vrijednosti koeficijenta determinacije.

Temeljem rezultata testova može se zaključiti da u modelu ne postoji problem multikolinearnosti među varijablama.

#### 4.6.2. Heteroskedastičnost

Kako ne postoji siguran test kojime bi se otkrio problem postojanja heteroskedastičnosti, heteroskedastičnost se otkriva grafičkom metodom ili formalnim

testovima kao što je npr. Whiteov, Breusch-Paganov, Parkov, Goldfeld-Quandtov test i dr.

U nastavku je prikaz podataka Whiteovog testa iz programa Gretl. Kako broj opažanja u modelu nije velik (17) vršio se test bez mješovitih članova (umnožak nezavisnih varijabli) već samo kvadrat nezavisnih varijabli da se ne smanjuju stupnjevi slobode s dodatne tri varijable.

**Tablica 8:** Whiteov test heteroskedastičnosti (ispis Gretl)

```
White's test for heteroskedasticity (squares only)
OLS, using observations 2002-2018 (T = 17)
Dependent variable: uhat^2
```

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-3,78253e+09	3,46200e+09	-1,093	0,3002
PDIR	218200	209616	1,041	0,3224
PDV	-160572	169361	-0,9481	0,3654
TR	797833	670292	1,190	0,2614
sq_PDIR	-5,72353	5,36933	-1,066	0,3115
sq_PDV	1,96039	2,03925	0,9613	0,3591
sq_TR	-31,1925	26,0542	-1,197	0,2588

Unadjusted R-squared = 0,190694

Test statistic:  $TR^2 = 3,241801$ ,  
with p-value =  $P(\text{Chi-square}(6) > 3,241801) = 0,777943$

Izvor: Izračun autora

Iz tablice je vidljivo da koeficijent determinacije iznosi 0,190694 što nije značajno za model. Kako je nulta hipoteza Whiteovog testa neprisutnost heteroskedastičnosti (homoskedastičnost), a p-vrijednost iznosi 0,777943, nije moguće odbaciti nultu hipotezu na uobičajenoj razini značajnosti od 5% te se, alternativno, odbacuje hipoteza da je prisutna heteroskedastičnost.

Budući da je problem heteroskedastičnosti uglavnom povezan s podacima vremenskog presjeka, u ovome modelu gdje se radi o podacima vremenskog niza nije za očekivati pojavljivanje problema heteroskedastičnosti te nema potrebe provoditi dodatne testove.

#### 4.6.3. Autokorelacija slučajnih odstupanja

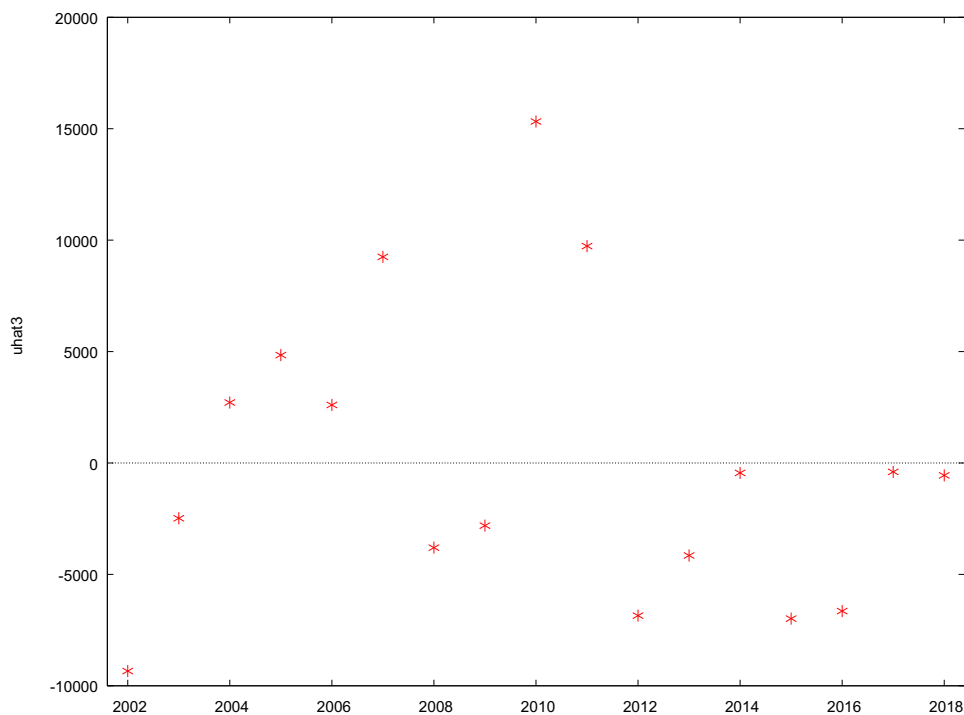
Autokorelacija slučajnih odstupanja se javlja ako je narušena pretpostavka o nezavisnosti slučajnih varijabli u modelu, najčešće kod vremenskih regresijskih

modela, odnosno to je naziv za korelaciju slučajnih varijabli unutar jednog stohastičkog procesa (Bahovec, Erjavec, 2009.).

Problem autokorelacije može se otkriti na temelju grafičke metode (dijagrama rasipanja ili korelograma rezidualnih odstupanja) ili formalnim testovima (npr. Durbin-Watsonov test, Breusch-Godfrey (LM) test, Ljung-Box Q test).

U nastavku slijedi prikaz raspršenosti reziduala kroz vrijeme iz kojega se može vidjeti eventualno postojanje pravilnosti u rezidualnim odstupanjima što bi dovelo do zaključka o postojanju problema autokorelacije.

**Grafikon 2:** Prikaz vrijednosti rezidualnih odstupanja modela u vremenu od 2002.-2018. godine



Izvor: Izrada autora u Gretl-u

Iz grafikona 2 koji prikazuje vrijednosti reziduala u vremenu od 2002. do 2018. godine nije vidljiv uzorak koji bi mogao upućivati na problem autokorelacije. Kako bi se pouzdano odbacila mogućnost postojanja problema autokorelacije potrebno je provesti dodatni formalni test.

Postojanje problema autokorelacije prvog reda može se testirati Durbin-Watsonovim testom čija je d vrijednost prikazana u tablici 5 te iznosi 1,428140 dok kritične vrijednosti  $d_L$  i  $d_U$  za 17 opažanja ( $n=17$ ) i 3 stupnja slobode ( $k'=3$ ) prema tablici Durbin-Watson d statistike na razini od 5% značajnosti (Gujarati, 2004., str. 970)

iznose 0,897 odnosno 1,710. Odluke o postojanju problema autokorelacije donose se na temelju jednosmjernog testa na gornju granicu ukoliko je  $0 \leq d \leq 2$  ili na donju granicu ukoliko je  $2 \leq d \leq 4$ . Kako u modelu  $d$  vrijednost iznosi 1,428 potrebno je provesti jednostrani test na gornju granicu odnosno test o pozitivnoj autokorelaciji. Odluka se donosi temeljem sljedećih odnosa:

$d < d_L$  – postoji problem pozitivne autokorelacije

$d_L < d < d_U$  – temeljem ovog testa odluka se ne može donijeti

$d > d_U$  – ne postoji pozitivna autokorelacija

Kako je  $0,897 < 1,428 < 1,710$  odluka o postojanju problema autokorelacije ne može se donijeti što je posljedica činjenice da distribucija procjenitelja  $d$  za mali uzorak ovisi o regresorskim varijablama (Bahovec, Erjavec, 2009). Kako se odluka ne može donijeti na temelju Durbin-Watsonova testa potrebno je provesti drugi test.

Test koji se često provodi za utvrđivanje postojanja autokorelacije višeg reda jest Breusch-Godfrey test koji je poznat i kao LM (Lagrange Multiplier) test koji se može automatski provesti u programu Gretl. U sljedećoj tablici prikazan je Breusch-Godfrey test na autokorelaciju koji uzima u obzir 3 pomaka.

**Tablica 9: Breusch-Godfreyev test autokorelacije (ispis Gretl)**

Breusch-Godfrey test for autocorrelation up to order 3  
 OLS, using observations 2002-2018 (T = 17)  
 Dependent variable: uhat

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-4256,54	33702,3	-0,1263	0,9020
PDIR	0,340921	1,40838	0,2421	0,8136
PDV	-0,340838	0,945996	-0,3603	0,7261
TR	0,901046	3,29393	0,2735	0,7900
uhat_1	0,491529	0,408140	1,204	0,2562
uhat_2	-0,459461	0,411617	-1,116	0,2904
uhat_3	0,432861	0,406503	1,065	0,3120

Unadjusted R-squared = 0,294004

Test statistic: LMF = 1,388128,  
 with p-value =  $P(F(3,10) > 1,38813) = 0,303$

Alternative statistic:  $TR^2 = 4,998065$ ,  
 with p-value =  $P(\text{Chi-square}(3) > 4,99807) = 0,172$

Ljung-Box  $Q' = 3,14767$ ,  
 with p-value =  $P(\text{Chi-square}(3) > 3,14767) = 0,369$

Izvor: Izračun autora

Iz tablice 9 vidljivo je da do razine od tri vremenska pomaka niti jedan koeficijent u modelu nije statistički značajan odnosno p-vrijednosti su veće od 0,05. U testu, osim p-vrijednosti t-testa nad koeficijentima pri donošenju zaključaka značajna je i vrijednost F-testa od 1,388128 i njezina p-vrijednost od 0,303 što znači da se ne može odbaciti nulta hipoteza testa o nepostojanju autokorelacije.

Temeljem dijagrama raspršivanja rezidualnih odstupanja u odnosu na vrijeme iz kojeg nije vidljiv uzorak koji bi upućivao na postojanje autokorelacije, Durbin-Watsonovom testu na postojanje autokorelacije prvog reda temeljem kojega se nije mogla donijeti odluka te Breusch-Godfreyevom (LM) testu kojime se ne može na razini značajnosti od 5% odbaciti nulta hipoteza o nepostojanju autokorelacije može se zaključiti da u postavljenom modelu ne postoji autokorelacija.

#### 4.6.4. *Specifikacijska greška*

Osim navedenih pretpostavki i problema koji se mogu pojaviti prilikom postavljanja modela jest njegova nepravilna specifikacija. Važnost izbjegavanje ove pogreške objašnjena je u poglavlju 2 gdje su navedene i najčešće pogreške koje se mogu dogoditi prilikom specifikacije ekonometrijskog modela.

Kako se model ne bi testirao na sve varijante pogrešaka, najčešće se koristi takozvani Ramsey-ev RESET opći test (prema eng. REgression Specification Error Test) kojime se testira nulta hipoteza da je model pravilno specificiran. U postavljeni model uvrštavaju se, najčešće, kvadratna i/ili kubična vrijednost procijenjenih zavisnih varijabli ( $\hat{y}_i^2$  i  $\hat{y}_i^3$ ) kao dodatne regresorske varijable (u tablici 10  $\hat{y}^2$  i  $\hat{y}^3$ ) te se F-testom testira nulta hipoteza (Gujarati, 2004., str. 521-523).

**Tablica 10: Ramsey RESET test (ispis Gretl)**

Auxiliary regression for RESET specification test  
OLS, using observations 2002-2018 (T = 17)  
Dependent variable: BDP

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	1,33002e+07	8,06808e+06	1,648	0,1275
PDIR	585,374	350,405	1,671	0,1230
PDV	338,046	203,058	1,665	0,1242
TR	-754,117	452,759	-1,666	0,1240
yhat^2	-0,000564555	0,000346771	-1,628	0,1318
yhat^3	6,78968e-010	4,25043e-010	1,597	0,1385

Test statistic: F = 2,392065,  
with p-value = P(F(2,11) > 2,39206) = 0,137

Izvor: Izračun autora

Iz tablice 10 vidljivo je da p-vrijednost F-testa iznosi 0,137 što je iznad zahtijevane razine značajnosti od 0,05 pri kojoj se odbacuje nulta hipoteza. Stoga se nulta hipoteza da je model pravilno specificiran ne može odbaciti na uobičajenoj razini značajnosti od 5% te se zaključuje da model nije krivo specificiran.

#### 4.6.5. Normalnost distribucije reziduala

Testiranje hipoteza i statističko zaključivanje vrši se pod pretpostavkom da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana (Belullo, 2011., str. 42). Stoga, ako postoji nenormalnost u distribuciji reziduala provedeni statistički testovi, kao što su t-test i F-test, nisu pouzdani i zaključci doneseni temeljem statističkih testova mogu biti pogrešni.

Pretpostavka da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana može se provjeriti pomoću tzv. Jarque-Bera testa kojime se koeficijentom asimetrije i zaobljenosti reziduala procijenjenih metodom najmanjih kvadrata ispituje odstupanje procijenjenih vrijednosti od vrijednosti pri kojima su odstupanja normalno distribuirana.

Vrijednost Jarque-Bera testa može se izračunati iz izraza (Gujarati, 2004., str. 148):

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad (4.3)$$

gdje je  $n$  veličina uzorka,  $S$  koeficijent asimetrije, a  $K$  koeficijent zaobljenosti.

Vrijednosti koeficijenata pri kojima su rezidualna odstupanja normalno distribuirana jesu 0 za koeficijent asimetrije i 3 za koeficijent zaobljenosti iz čega proizlazi da pri normalnoj distribuciji vrijednost Jarque-Bera testa iznosi 0. Stoga se nulta hipoteza da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana odbacuje ukoliko se vrijednost  $JB$  značajno razlikuje od 0 odnosno ukoliko je vrijednost  $JB$  veća od  $\chi^2$  distribucije s 2 stupnja slobode (5,99) ili alternativno p-vrijednost manja od zahtijevane razine značajnosti (uobičajeno 0,05).

U sljedećoj tablici prikazana je vrijednost Jarque-Bera testa i njegova p-vrijednost koja iznosi 0,450603 što je znatno više od zahtijevane razine značajnosti od 0,05 kao što znači da se ne može odbaciti nulta hipoteza da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana. Osim Jarque-Bera testa, u Gretl-u se automatski prikazuju i drugi testovi normalnosti distribucije reziduala kojima se također testira nulta hipoteza da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana čija je p-vrijednost isto tako veća od 0,05.

**Tablica 11: Testovi normalnosti distribucije reziduala (ispis Gretl)**

Test for normality of e:

Doornik-Hansen test = 2,48079, with p-value 0,28927

Shapiro-Wilk W = 0,937911, with p-value 0,294249

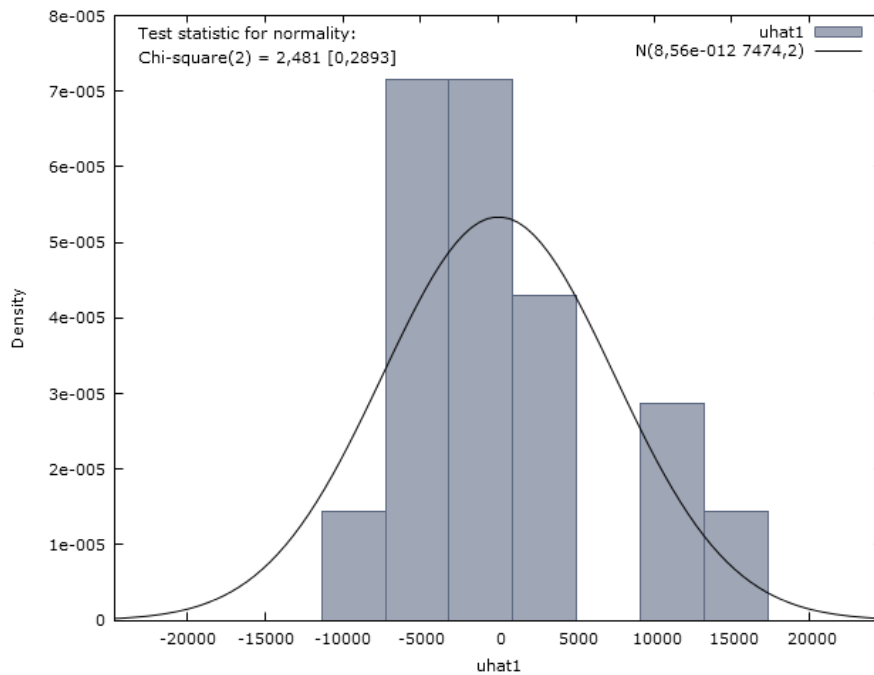
Lilliefors test = 0,170645, with p-value ≈ 0,2

Jarque-Bera test = 1,59434, with p-value 0,450603

Izvor: Izračun autora

Na temelju Jarque-Bera testa ne može se odbaciti nulta hipoteza stoga se može zaključiti da su rezidualna odstupanja normalno distribuirana. To se može potvrditi grafikonom i  $\chi^2$  testom prikazanim u nastavku.

**Grafikon 3: Normalnost distribucije reziduala (ispis Gretl)**



Izvor: Izračun autora

Grafikon 3 prikazuje distribuciju reziduala i vrijednosti  $\chi^2$  testa kojime se testira nulta hipoteza da su greške relacije normalno distribuirane, a čija p-vrijednost iznosi 0,2893. Obzirom na p-vrijednost koja je znatno veća od 0,05, nulta hipoteza se ne može odbaciti na razini od 5% značajnosti što znači da se prihvaća hipoteza o normalnosti distribucije reziduala.

U ovome poglavlju prikazana je metodologija regresijske analize na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu BDP-a gdje je najvećim dijelom pažnja usmjerena na ocjenu parametara te ispitivanje pouzdanosti i značajnosti parametara i modela. Zaključci su se donijeli pod pretpostavkom da se nije učinila pogreška u specifikaciji modela iako se nije posebno ispitala njihova dinamika i uzročno posljedična veza.



## **5. Neparametarski pristup analizi regionalne efikasnosti u Hrvatskoj korištenjem fiskalnih pokazatelja**

Prethodno je obrađena i prikazana empirijska analiza utjecaja fiskalne politike na gospodarski rast Republike Hrvatske mjeren BDP-om korištenjem parametarske metode, dok će se u nastavku prikazati koliko efikasno pojedine županije koriste inpute, koje imaju na raspolaganju u provođenju fiskalne politike na regionalnoj razini, korištenjem neparametarske metode, također uzimajući u obzir BDP kao zavisnu varijablu odnosno output. Ovo poglavlje temeljeno je na radu Rabar i Grbin (2019.) *Analiza regionalne efikasnosti u Hrvatskoj korištenjem fiskalnih pokazatelja – neparametarski pristup* u kojemu se istražuje efikasnost 21 županije u razdoblju od 2002. do 2015. godine. Efikasnost je temeljena na 6 pokazatelja koji su povezani s mjerama fiskalne politike ukazujući na doprinos pojedinih pokazatelja na neefikasnost.

### **5.1. Izbor pokazatelja i prikupljanje podataka**

Izbor različitih ulaznih i izlaznih varijabli dovodi do različitih rezultata efikasnosti na koje dodatno utječe odabir modela. Stoga su među najznačajnijim i najosjetljivijim koracima u postavljanju odgovarajućeg modela AOMP za procjenu usporedne ili relativne uspješnosti županija upravo izbor pokazatelja i modela podobnog za primjenu u analizi nekog procesa, a osobito pretpostavke njegova usmjerenja i prinosa. Pritom dodatno pozornost svakako treba obratiti i na dostupnost podataka.

Razliku u razvijenosti hrvatskih županija, potvrđenu brojnim studijama, a uzrokovanu i produbljenom čitavim nizom čimbenika potrebno je smanjiti na razini međužupanijskih disproporcija kroz fiskalnu politiku koja ima ključnu ulogu u tome. Utvrđivanje odnosa ključnih fiskalnih i drugih pokazatelja povezanih s gospodarskim rastom zasigurno bi doprinijelo rješavanju tog fenomena.

Za ovo je istraživanje odabrano šest pokazatelja koji su odabrani nakon razmatranja širokog spektra pokazatelja te njihova rangiranja prema važnosti. Ti pokazatelji jesu porezni prihodi, tekući rashodi, kapitalni rashodi, broj zaposlenih u jedinicama lokalne i područne (regionalne) samouprave (u nastavku LRZAP), ukupan broj zaposlenih umanjen za zaposlene u tijelima lokalne i područne samouprave i kod korisnika proračuna (u nastavku UKZAP) te BDP.

Pokazatelji su odabrani iz sljedećih razloga. Porezni prihodi koji su osnovni izvor financiranja proračunskih rashoda i rezultat provođenja fiskalne politike, uzimajući u obzir sve veći problem vodoravne fiskalne nejednakosti u RH, u model su uvršteni kao mjera fiskalnog kapaciteta županija (Bajo i Bronić, 2007). Jedna od dvije kategorije rashoda prema funkcijskoj klasifikaciji proračuna, koje su uvrštene u model, jesu *tekući rashodi*, koji obuhvaćaju rashode za zaposlene, materijalne rashode i financijske rashode. Druga kategorija jesu *kapitalni rashodi* koji predstavljaju rashode za dobra koja uglavnom imaju vijek trajanja dulji od jedne godine i mogu utjecati na prihode u budućem razdoblju. Namjera je da se na taj način, s jedne strane, kroz tekuće troškove obuhvate svi troškovi koje generira lokalna i područna vlast kako bi obavljala poslove u svojoj nadležnosti, a s druge strane kroz kapitalne rashode obuhvati doprinos lokalnih i područnih vlasti kapitalnim investicijama koje su, uz radnu snagu, prema mnogim modelima endogenog rasta među najznačajnijima (Scott, 1991; De Long i Summers, 1991). Nastavno na to, u model je uvrštena i radna snaga, kao ukupan broj zaposlenih umanjena za broj zaposlenih u tijelima lokalne i područne samouprave i kod korisnika proračuna. Te dvije kategorije zaposlenih potrebno je odvojeno promatrati iz razloga što je ukupan broj zaposlenih varijabla koja pozitivno utječe na ekonomski rast dok je broj zaposlenih u tijelima lokalne i područne samouprave i kod korisnika proračuna varijabla koja neposredno utječe na razinu tekućih rashoda odnosno čiji porast može doprinijeti fiskalnoj neefikasnosti (Franić, 2012).

Valja napomenuti da je prilikom izrade smjernica temeljenih na rezultatima dobivenih empirijskom analizom potrebno uzeti u obzir razinu utjecaja koju jedinice lokalne i područne samouprave imaju na pojedine pokazatelje jer ona značajno varira. U modelu je moguće pojedinu varijablu označiti kao nekontrolabilnu te bi na taj način ona i dalje utjecala na rezultat efikasnosti, ali bi pri formiranju projekcija neefikasnih županija na efikasnu granicu ostala nepromijenjena. Međutim postavljanje varijable na taj način dovelo bi u pitanje relevantnost rezultata jer ograničeni utjecaj županija na pojedine varijable ne znači da je on nepostojeći.

Kako bi se analiza učinila što pouzdanijom, potrebno je na određeni način prilagoditi pokazatelje. Budući da su za analizu korišteni podatci u vremenskom razdoblju od 2002. do 2015. godine za 20 županija i Grad Zagreb bilo je potrebno korištenje pomoćnih podataka kojima su svi promatrani entiteti svedeni na istu razinu obzirom na vrijeme i veličinu. Indeks potrošačkih cijena korišten je u svrhu svođenja podataka izraženih u tekućim cijenama na podatke u konstantnim cijenama (2015 =

100). Na taj je način uvedena realnost u usporedbu entiteta tijekom cijelog promatranog razdoblja. Kako se u radu uspoređuje 20 županija i Grad Zagreb koje se značajno razlikuju u veličini, a tako i vrijednostima ulaznih podataka korištenih u modelu (BDP, veličina proračuna i broj zaposlenih) svi podatci stavljani su u odnos s brojem stanovnika izraženi kao vrijednost po stanovniku. Time se dolazi do relevantnijih međuzupanijskih usporedbi i jednostavnijeg tumačenja rezultata jer se na taj način neutralizirao utjecaj promjene cijena i veličine populacije tijekom promatranog razdoblja.

U modelu primjerenom za praćenje dinamičkog odnosa BDP-a, kao standardne mjere nacionalnog gospodarskog rasta, i odabranih pokazatelja, BDP se uvrštava kao output dok se ostalih pet pokazatelja uvrštavaju kao inputi.

Podatci o odabranim pokazateljima, kao i o pomoćnim varijablama<sup>7</sup> potrebnima za njihov izračun, preuzeti su sa službenih stranica Državnog zavoda za statistiku ([DZS], 2017, 2018a, 2018b, 2018c) i Ministarstva financija Republike Hrvatske ([MFIN], 2018) i zatim izmijenjeni u skladu s prethodno navedenim zahtjevima. Vremenski opseg modela, u koji su uvršteni podatci za razdoblje od 2002. do 2015. na razini županija, uvjetovala je nedostupnost podataka o nekima od pokazatelja za razdoblje prije 2002. i nakon 2015. godine. U tablici 12 prikazana su osnovna statistička obilježja za prilagođene podatke svake varijable uvrštene u analizu.

**Tablica 12:** Statistika pokazatelja korištenih u analizi, 2002.-2015.

	Varijable	Aritmetička sredina	Medijan	Standardna devijacija	Minimum	Maksimum	Koeficijent varijacije
<i>Inputi</i>	Porezni prihodi	2.380,87	2.123,48	1.153,43	735,55	7.030,35	48,45
	Tekući rashodi	2.323,80	2.076,87	885,43	838,66	5.033,79	38,10
	Kapitalni rashodi	1.155,87	1.032,67	541,74	400,80	3.426,68	46,87
	LRZAP	74,55	68,06	28,20	21,29	141,79	37,84
	UKZAP	2.854,69	2.667,84	630,89	1.872,76	5.253,16	22,10
<i>Output</i>	BDP	67.673,03	62.412,53	22.024,10	40.639,80	157.265,40	32,54

Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

<sup>7</sup> Broj stanovnika i indeks potrošačkih cijena kao varijable na koje jedinice lokalne i područne samouprave ne mogu neposredno utjecati.

Porezni prihodi, tekući i kapitalni rashodi i BDP uzeti su po stanovniku, dok su obje varijable koje se odnose na broj zaposlenih uzete na 10.000 stanovnika<sup>8</sup>. Zbog jednostavnosti, u daljnjem će tekstu biti korišteni nazivi iz tablice, bez naznake da se radi o per capita a ne o apsolutnim iznosima varijabli.

Kako se smatra da se veća učinkovitost postiže smanjenjem inputa i povećanjem outputa, za pokazatelje koje će se razmatrati kao inpute, a poželjno je da se povećavaju, uzet će se recipročne vrijednosti. Među pokazateljima iz tablice 12, koji su u model uvršteni kao inputi, povećanje je poželjno za porezne prihode i UKZAP. Valja napomenuti da, kako bi se izbjegla situacija u kojoj je za jedan dio neke varijable poželjno povećanje a za drugi dio smanjenje, što bi dovelo do nemogućnosti njezinog nedvosmislenog određenja kao inputa ili outputa te posredno i nedvojbenu interpretaciju rezultata, iz ukupnog je broja zaposlenih (UKZAP) za koji je poželjan rast izdvojen broj zaposlenih u tijelima lokalne i područne samouprave i kod korisnika proračuna (LRZAP) za koji nije poželjan rast i upućuje na potrebu za strukturnim promjenama (Bajo, 2009.). Na taj način se istodobno zadržavaju odnosi među podatcima i omogućuje procjena relativne efikasnosti županije kroz fiskalnu prizmu s ciljem maksimiziranja BDP-a, prihoda od poreza i UKZAP-a i minimiziranja tekućih, kapitalnih rashoda i LRZAP-a.

## 5.2. Postavljanje modela i odabir usmjerenja za ocjenu efikasnosti

AOMP je neparametarska tehnika mjerenja performansi. Uobičajeno se koristi za procjenu relativne efikasnosti grupe entiteta odnosno donositelja odluka (*DO*). Empirijski podatci o odabranim višestrukim inputima i višestrukim outputima promatranih entiteta uvrštavaju se u linearni program koji predstavlja model AOMP. Taj model osigurava jedinstveni indeks relativne efikasnosti na temelju kojeg se oblikuje efikasna granica koju formiraju entiteti koji su efikasni odnosno pokazuju najbolju praksu (tzv. benchmarks). Efikasna granica odnosno granica „najbolje prakse“ istodobno obavlja sve ostale entitete koji su neefikasni. Efikasnim entitetima dodjeljuje se ocjena (mjera relativne efikasnosti) 1 odnosno 100%, a neefikasnim ocjena strogo između 0 i 1 odnosno 0% i 100% ovisno o njihovoj udaljenosti od efikasne granice.

---

<sup>8</sup> Rezultat je neovisan o tome uzme li se pojedini parametar po stanovniku ili na 10.000 stanovnika jer, prema teoremu jedinične invarijantnosti (Cooper, Seiford i Tone, 2006.), iznos efikasnosti ne ovisi o jedinicama u kojima su inputi i outputi mjereni pod uvjetom da su te jedinice iste za svaki entitet.

Neefikasnost proizlazi iz previsoke razine inputa za određenu razinu outputa i/ili ostvarivanja preniske razine outputa za određenu razinu inputa. Neefikasnost se može ukloniti dostizanjem efikasne točke projekcije na efikasnu granicu koja je izračunata modelom. Kako je granica empirijski generirana, ona se pojavljuje kao objektivno ostvarivi cilj svakog neefikasnog entiteta, a također služi kao temelj za prepoznavanje izvora njegove neefikasnosti i njihovih vrijednosti, smjerova potrebnih poboljšanja i entiteta referentnih za izravnu usporedbu.

AOMP se, zbog svojih jedinstvenih robusnih svojstava, primjenjuje u čitavom spektru područja, u profitnim i neprofitnim područjima, na razini država, organizacija i dr. Sam koncept AOMP temeljen je na seminalnom radu M. J. Farrellia (1957.). Od nastanka i predstavljanja od strane Charnesa, Coopera i Rhodesa (1978.) do 2014. godine, u bazi ISI Web of Science približno je objavljeno 6500 radova koji se bave ovom metodom na razini teorije i praktične primjene (Liu, Lu i Lu, 2016.). Razvijen je značajan broj modela AOMP koji se razlikuju po pretpostavkama je li prinos konstantan ili varijabilan, je li model usmjeren na minimizaciju inputa ili maksimizaciju outputa te posljedično po vrsti efikasnosti koju izračunavaju. Osim toga, postoje i brojna proširenja modela od kojih se jedno (analiza prozora) koristi u ovome radu. Stoga je ovaj pristup međunarodno i akademski priznat te je prepoznat kao alat za potporu u odlučivanju.

Za odabir ove metode u odnosu na tradicionalne tehnike benchmarkinga, odlučujući čimbenik jest mogućnost dinamičkog mjerenja efikasnosti pri čemu inputi i outputi mogu biti izraženi u različitim mjernim jedinicama bez potrebe da se prethodno odredi težina varijabli jer težine određuje sam model na način da maksimizira ocjenu efikasnosti za svaki entitet. Iz tog razloga nije potrebno eksplicitno poznavanje funkcionalne veze između inputa i outputa.

Analitičar na samome početku, nakon odabira pokazatelja, mora odrediti vrstu prinosa u skladu s kojom se određuje granica proizvodnosti. Dva su osnovna modela koja se najčešće koriste u primjeni modela AOMP. To su CCR (Charnes, Cooper i Rhodes, 1978.) i BCC (Banker, Charnes i Cooper, 1984.), nazvani prema inicijalima autora. CCR model koristi se pod pretpostavkom da funkcija proizvodnje ima konstantan prinos, dok se BCC, kao jedno od njegovih brojnih teorijskih proširenja, koristi pod pretpostavkom varijabilnog prinosa. Preliminarnim istraživanjem procesa koji je predmet istraživanja i ispitivanjem njegovih svojstava, može se odrediti vrsta prinosa. Međutim, svojstva granice proizvodnosti ponekad nije moguće sa sigurnošću

utvrditi i to svakako otežava izbor tipa modela, a osloniti se na samo jedan unaprijed određen model može biti rizično. Jedno od rješenja, koje je korišteno i pri odabiru tipa modela u ovome radu, jest postaviti model pod pretpostavkom konstantnog prinosa i model pod pretpostavkom varijabilnog prinosa, a zatim odrediti najprikladniji tip pretpostavke za analizu temeljem stupnja njihovih razlika u rezultatima i korištenjem stručnog znanja o problemu. Tako provedeno određivanje tipa prinosa u ovome radu pokazalo je da se rezultati modela značajno razlikuju što se pripisuje efektu prinosa s obzirom na raspon aktivnosti. Kako značajne razlike u rezultatima model BCC čine prikladnijim, isti je odabran za daljnju analizu.

Nakon određivanje vrste prinosa i odabira tipa modela, analitičar mora odabrati usmjerenje modela. Usmjerenje modela AOMP može biti na smanjenje inputa ili na povećanje outputa. Ovisno o usmjerenju modela razlikuju se smjerovi projekcije na efikasnu granicu te posljedično točke projekcije neefikasnih entiteta. Važnost odabira usmjerenja očituje se u tome da se ne ostvaruje jednaka efikasnost u različito usmjerenim modelima jer se udaljenosti neefikasnog entiteta i njegovih projekcija usmjerenih na inpute razlikuju od onog usmjerenih na outpute. U ovome radu usmjerenje na inpute odabrano je kao prikladnije iz razloga što je BDP jedini output među šest odabranih pokazatelja i pruža mogućnost procjene mjere u kojoj bi se inputi trebali povećati, bez smanjenja outputa, kako bi se entitet (donositelj odluka - DO) smatrao efikasnim.

U nastavku je ukratko opisan model temeljen na Cooper, Seiford i Tone (2006, str. 87-89). Sukladno modelu, ocjenjuju se relativne efikasnosti  $n$  DO ( $DO_j, j = 1, 2, \dots, n$ ), od kojih svaki koristi  $m$  inputa za stvaranje  $s$  outputa. Model BCC usmjeren na inpute ocjenjuje efikasnost  $DO_o$  rješavajući sljedeći linearni program:

$$\min_{\theta_B, \lambda} \theta_B \quad (5.1)$$

$$\text{uz ograničenja} \quad \theta_B x_o - X\lambda \geq 0 \quad (1)$$

$$Y\lambda \geq y_o \quad (2)$$

$$e\lambda = 1 \quad (3)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (4)$$

gdje je  $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  matrica utrošenih inputa, a  $Y = (x_j) \in \mathbb{R}^{s \times n}$  matrica ostvarenih outputa,  $\lambda \in \mathbb{R}^n$ , a  $e$   $n$ -dimenzionalni vektor-redak čiji su svi elementi jednaki 1. Stoga se uvjeti (1), (2) i (4) sastoje od  $m$ ,  $s$  i  $n$  ograničenja, respektivno. U ovome radu, broj

donositelja odluka (županija)  $n$  je 21, inputa  $m$  je 5, a outputa  $s$  je 1. Vektor  $\lambda$  pokazuje mjeru u kojoj efikasni  $DO$  doprinose projekciji neefikasnog  $DO_o$  na efikasnu granicu. Optimalna vrijednost  $\theta_B$  funkcije cilja predstavlja iznos efikasnosti za  $DO_o$  a, ukoliko je on neefikasan, također i faktor smanjenja inputa ( $0 \leq \theta_B^* \leq 1$ ).

Ova prva faza minimizira  $\theta_B$ , a prva dva ograničenja pripadnog linearnog programa pokazuju da  $(X\lambda, Y\lambda)$  nadmašuje  $(\theta_B^* x_o, y_o)$  kada je  $\theta_B^* < 1$ . U tom se kontekstu viškovi inputa i manjkovi outputa (tzv. dopunske varijable) računaju formulama

$$s^- = \theta_B x_o - X\lambda, \quad s^+ = Y\lambda - y_o \quad (5.2)$$

gdje je  $s^- \in \mathbb{R}^m$ ,  $s^- \geq 0$  i  $s^+ \in \mathbb{R}^s$ ,  $s^+ \geq 0$  za svako moguće rješenje  $(\theta_B, \lambda)$ .

U drugoj se fazi eventualni preostali viškovi inputa i manjkovi outputa otkrivaju maksimiziranjem njihova zbroja uz zadržavanje  $\theta_B = \theta_B^*$ .

*Definicija 1 (BCC efikasnost):*

*Ako optimalno rješenje  $(\theta_B^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$  modela BCC (dobiveno uz pomoć opisanoga dvofaznog postupka) zadovoljava  $\theta_B^* = 1$  i nema dopunskih varijabli ( $s^{-*} = 0, s^{+*} = 0$ ), tada se  $DO_o$  naziva BCC efikasnim, u suprotnom je BCC neefikasan.*

*Definicija 2 (referentni skup):*

*Za BCC neefikasni  $DO_o$  definira se njegov referentni skup  $E_o$  baziran na optimalnom rješenju  $\lambda^*$  s*

$$E_o = \{j \mid \lambda_j^* > 0\} \quad (j \in \{1, 2, \dots, n\}).$$

Svako od eventualno višestrukih optimalnih rješenja izražava se kao:

$$\begin{aligned} \theta_B^* x_o &= \sum_{j \in E_o} x_j \lambda_j^* + s^{-*}, \\ y_o &= \sum_{j \in E_o} y_j \lambda_j^* - s^{+*} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Navedene relacije sugeriraju da se efikasnost od  $(x_o, y_o)$  za  $DO_o$  može doseći ako se vrijednosti inputa smanje proporcionalno s omjerom  $\theta_B^*$  i ako se uklone viškovi inputa zabilježeni u  $s^{-*}$ , a vrijednosti outputa povećaju manjkovima outputa u  $s^{+*}$ . Opisano poboljšanje može se izraziti sljedećom formulom (tzv. BCC projekcija):

$$\begin{aligned} \hat{x}_o &= \theta_B^* x_o - s^{-*}, \\ \hat{y}_o &= y_o + s^{+*}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Budući da je analizirano razdoblje podijeljeno na četrnaest podrazdoblja (godina), potrebno je prikladno prikazati pregled dobivenih rezultata tijekom promatranog razdoblja. To će se uraditi analizom prozora, gdje se usporedbe provode unutar razdoblja (prozora) kojima može biti obuhvaćeno od jednog do četrnaest podrazdoblja (godina). Na taj se način relativna efikasnost pojedine županije može procijeniti ne samo usporedbom s drugim županijama u istoj godini, već i u odnosu na rezultate drugih županija, uključujući i vlastite, iz drugih godina. Međutim, ovisno o svrsi analize, određuje se duljina prozora iz koje se izvodi broj prozora. U slučaju da se primjerice postavi model koji bi koristio dva prozora (2002.-2014. i 2003.-2015.), prva i posljednja godina testirale bi se samo u jednom prozoru dok bi se sve ostale testirale u oba prozora. Radi što uravnoteženije analize, potrebno je sve promatrane godine tretirati ravnopravno. Ostvarenje toga cilja postiže se postavljanjem modela s minimalnom i maksimalnom duljinom prozora. U slučaju s minimalnom duljinom prozora postoji četrnaest jednogodišnjih prozora, dok je s maksimalnom duljinom prozora samo jedan četrnaestogodišnji prozor. Model s maksimalnom duljinom prozora postavlja se kao i osnovni, osim što se razlikuje u broju promatranih entiteta.

### **5.3. Rezultati modela AOMP**

U daljnjem tekstu prikazani su rezultati relativne efikasnosti 21 županije u Republici Hrvatskoj dobiveni izračunom temeljem rezultata programskog paketa DEA-Solver-Pro koji je primijenjen na modelu usmjerenom na inpute pod pretpostavkom varijabilnog prinosa.



**Tablica 13: Relativna efikasnost županija prema modelu analize prozora – četrnaest prozora**

Županija	Godina														Statistika po županijama			
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Prosjeak	St. dev.	Min. iznos	Rang
Zagrebačka	1	0,964	1	1	0,922	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,992	0,022	0,922	6
Krapinsko-zagorska	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
Sisačko-moslavačka	1	1	1	1	1	1	0,991	1	1	0,899	0,861	0,882	0,968	0,773	0,955	0,072	0,773	13
Karlovačka	1	1	1	0,989	1	1	1	0,985	0,983	0,962	0,935	0,966	0,912	0,913	0,975	0,033	0,912	7
Varaždinska	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
Koprivničko-križevačka	1	1	1	0,943	1	1	1	1	0,929	0,901	0,889	0,877	0,855	0,965	0,954	0,054	0,855	14
Bjelovarsko-bilogorska	0,975	0,989	1	0,977	0,953	0,972	0,970	0,938	0,975	0,990	1	1	0,984	0,902	0,973	0,027	0,902	9
Primorsko-goranska	0,877	0,876	0,993	0,945	0,973	0,990	0,970	0,951	0,928	0,935	0,949	0,943	1	0,895	0,945	0,040	0,876	16
Ličko-senjska	0,769	0,891	0,988	0,896	0,827	0,869	0,822	0,828	0,930	0,824	0,820	0,829	0,856	0,762	0,851	0,061	0,762	21
Virovitičko-podravska	1	1	0,984	0,909	0,936	0,917	0,903	1	0,936	0,829	0,860	0,802	0,857	0,804	0,910	0,071	0,802	19
Požeško-slavonska	1	0,884	0,988	1	1	1	1	1	0,944	0,930	0,914	0,870	0,914	1	0,960	0,049	0,870	12
Brodsko-posavska	1	0,983	1	1	1	1	1	0,982	0,999	0,953	1	0,970	1	1	0,992	0,015	0,953	5
Zadarska	0,971	0,916	0,931	0,920	0,914	0,933	0,897	0,910	0,930	0,886	0,893	0,885	0,885	0,832	0,907	0,032	0,832	20
Osječko-baranjska	0,916	1	1	0,953	0,940	1	1	1	1	1	0,957	0,929	0,947	0,904	0,968	0,036	0,904	11
Šibensko-kninska	1	0,980	0,985	0,985	0,922	0,998	0,945	0,908	0,940	0,858	0,864	0,873	0,856	0,853	0,926	0,058	0,853	18
Vukovarsko-srijemska	1	1	1	1	0,918	0,915	0,861	0,976	1	0,988	0,958	0,870	0,983	0,854	0,952	0,056	0,854	15
Splitsko-dalmatinska	0,916	0,978	1	0,969	0,943	0,974	0,976	0,967	0,961	0,968	0,960	0,998	0,979	0,986	0,970	0,021	0,916	10
Istarska	0,879	0,995	0,974	0,894	0,992	1	0,942	0,938	0,917	0,919	0,937	0,905	0,975	0,861	0,938	0,044	0,861	17
Dubrovačko-neretvanska	1	1	1	1	1	1	1	1	0,967	0,937	0,941	0,916	0,935	0,943	0,974	0,033	0,916	8
Međimurska	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
Grad Zagreb	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
Statistika po godinama	Prosjeak	0,967	0,974	0,993	0,971	0,964	0,979	0,966	0,971	0,969	0,942	0,940	0,929	0,948	0,916	0,959		
	St. dev.	0,061	0,043	0,016	0,038	0,046	0,038	0,052	0,045	0,032	0,058	0,057	0,064	0,057	0,081			
	Min. iznos	0,769	0,876	0,931	0,894	0,827	0,869	0,822	0,828	0,917	0,824	0,820	0,802	0,855	0,762			
	Broj (%)efikasnih	14 67 %	11 52 %	14 67 %	10 48 %	10 48 %	13 62 %	11 52 %	11 52 %	8 38 %	6 29 %	7 33 %	6 29 %	7 33 %	7 33 %			
	Rang	7	3	1	4	9	2	8	5	6	11	12	13	10	14			

Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

U prvome modelu korišteno je četrnaest jednogodišnjih prozora. Postavljanjem modela na taj način, izvedba svake županije u određenoj godini uspoređuje se isključivo s izvedbama ostalih županija u toj istoj godini, što se promatra za svaku od četrnaest godina zasebno. Obzirom na to da se svaka županija smatra pojedinačnim entitetom za svaku godinu, efikasnost se u ovome modelu analizira unutar četrnaest skupova od kojih se svaki sastoji od 21 entiteta. U tablici 13 prikazani su iznosi relativne efikasnosti te omogućuju usporedbu performansi svih županija u istoj godini kao i usporedbu iznosa efikasnosti jedne županije tijekom svih godina. U tablici je prikazana i statistika efikasnosti po županijama te njihov rang prema prosječnim iznosima efikasnosti kao i statistika po godinama i rang godina prema prosječnim iznosima efikasnosti.

Na godišnjoj razini, najviši prosječni iznos efikasnosti od 0,993 ostvaren je u 2004. godini dok je najniži od 0,916 ostvaren u 2015. godini. U 2002. i 2004. godini najviše je efikasnih županija, njih čak 14, dok je najmanje efikasnih županija, njih 6, u 2011. i 2013. godini. Županije koje su kontinuirano efikasne jesu Krapinsko-zagorska, Varaždinska, Međimurska i Grad Zagreb, dok su jedine neprekidno neefikasne Ličko-senjska i Zadarska. Pri tome je Zadarska županija, najmanje efikasna samo u 2004. godini a Ličko-senjska u čak devet od četrnaest promatranih godina. Razlike između najviših i najnižih ostvarenih iznosa efikasnosti najizraženije su u posljednjoj analiziranoj godini kod Sisačko-moslavačke županije (0,227) i Ličko-senjske županije (0,238). Kontinuirani rast ili kontinuirani pad relativne efikasnosti nije zabilježen niti kod jedne županije. Županije su u prosjeku neefikasne svega 4,1% ( $1 - 0,959 \times 100$ ) na što ukazuje sveukupna prosječna ocjena efikasnosti od 0,959.

Na prisutne međužupanijske nejednakosti, ali i na relativno uravnotežene performanse tijekom vremena na razini županije ukazuje to da su standardna odstupanja znatno veća kada se promatraju različite županije u istoj godini nego kada se promatra ista županija u različitim godinama. Te međužupanijske nejednakosti posebno potvrđuju značajne razlike između minimalnih i maksimalnih rezultata efikasnosti u pojedinim slučajevima.

Analiza prozora u okviru AOMP značajna je iz razloga što prikazuje podatke o trendovima relativne efikasnosti. Međutim, modeli s prozorima, ne prikazuju potrebne informacije o izvorima neefikasnosti i prijedlozima poboljšanja. Za dobivanje tih informacija potrebno je pokrenuti osnovni model BCC za svaku godinu (prozor) posebno, odnosno u ovome slučaju četrnaest puta. Razine efikasnosti u ovih četrnaest

analiza identične su onima prikazanim u tablici 13. U svakoj varijabli izračunate su razlike između stvarnih i projiciranih vrijednosti, odnosno viškovi inputa i manjkovi outputa, uzimajući u obzir prethodno spomenutu prilagodbu izvornih podataka. U tablici 14 prikazane su te razlike koje su uprosječene po županijama te izražene kao postotak odgovarajućih inicijalnih vrijednosti. One predstavljaju potrebna poboljšanja koja se mogu postići korištenjem prethodno objašnjenog dvofaznog postupka. Kako model u pravilu zahtijeva smanjenje inputa, prilikom interpretacije potrebno je obratiti pozornost na porezne prihode i UKZAP. Kako je ranije pojašnjeno, za ta su dva inputa uzete recipročne vrijednosti, pa za njih traženo smanjenje od primjerice 20% zapravo znači traženo povećanje od 25% iz razloga što je smanjenje recipročne vrijednosti  $\frac{1}{X}$  na  $0,8 \cdot \frac{1}{X}$  ekvivalentno povećanju vrijednosti  $X$  na  $\frac{1}{0,8 \cdot \frac{1}{X}} = 1,25 \cdot X$ .

Iz tablice je vidljivo da je, primjerice, u 2015. godini, najizraženiji višak u broju zaposlenih u jedinicama lokalne i područne samouprave od 22,38%, od toga 8,4%<sup>9</sup> otpada na radijalnu neefikasnost te se uklanja u prvoj fazi, dok se preostalih 13,98% do traženog iznosa odnosi na mješovitu neefikasnost koja se uklanja u drugoj fazi.

**Tablica 14:** Izvori relativne neefikasnosti županija i njihova veličina prema modelu analize prozora – četrnaest prozora

	Godina	Varijable					
		Inputi			Output		
		Porezni prihodi	Tekući rashodi	Kapitalni rashodi	LRZAP	UKZAP	BDP
Poboljšanja inputa i outputa (%)	2002	6,03	-4,62	-4,69	-6,49	4,22	4,49
	2003	6,47	-3,96	-4,37	-10,70	11,81	7,20
	2004	3,39	-2,11	-4,50	-4,69	4,92	0,95
	2005	3,45	-3,73	-5,92	-8,36	4,37	5,55
	2006	4,36	-5,25	-10,63	-9,38	5,96	2,96
	2007	2,25	-2,62	-4,85	-5,80	2,71	2,79
	2008	3,89	-4,18	-6,34	-8,03	4,53	3,88
	2009	3,34	-3,11	-4,35	-5,44	4,89	6,86
	2010	5,66	-3,39	-10,78	-11,88	4,92	7,08
	2011	13,17	-6,06	-12,80	-18,24	11,30	11,24
	2012	7,42	-6,28	-11,87	-17,38	7,41	9,13
	2013	9,27	-8,47	-17,78	-21,12	14,15	14,49
	2014	7,00	-6,92	-11,60	-19,73	7,47	9,77
	2015	16,61	-8,35	-20,14	-22,38	10,31	13,83

Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

<sup>9</sup> Prosječna efikasnost u 2015. godini iznosi 0,916 (tablica 13).

Veličina traženih poboljšanja neefikasnih županija ukazuje na međužupanijsku divergenciju što je vidljivo i kroz značajne prosječne zahtijevane promjene količina inputa i outputa. U smislu zahtijevanih poboljšanja, broj zaposlenih u jedinicama lokalne i područne samouprave ima najveći utjecaj na efikasnost u čak deset od četrnaest promatranih godina. Taj utjecaj osobito je izražen od 2010. do 2015. godine, s tendencijom daljnjeg povećanja. S druge strane, najmanji utjecaj na neefikasnost imaju tekući rashodi i to u osam godina, od čega je sedam posljednjih godina promatranoga razdoblja. Međutim, kako je zbog ekonomske krize u 2009. godini generalno zabilježen najveći pad BDP-a upravo u toj godini, vodeći utjecaj na efikasnost ima BDP kao output, što je iznimka u cijelom promatranom razdoblju. Kako je vidljivo iz tablice 14, svi pokazatelji u svim godinama u većoj ili manjoj mjeri doprinose neefikasnosti, što pokazuje značaj njihova odabira za ovo istraživanje.

Budući da se u ovome modelu od četrnaest prozora svaka godina razmatra zasebno, najbolji rezultat efikasnosti određene županije u nekoj godini ne ukazuje nužno na njezine najbolje performanse u odnosu na ostale godine promatranog razdoblja. To samo znači da su njezine performanse u usporedbi s drugim županijama u toj godini bile bolje od njezinih performansi u usporedbi s drugim županijama u ostalim godinama. Budući da je baza za uspoređivanje županija različita za svaku godinu ovaj model nije pogodan za izravne usporedbe kroz godine za svaku županiju. Za takvu proširenu usporedbu potrebno je istodobno uključiti performanse svih županija u svim godinama. Na taj način, uz korištenje jednog četrnaestogodišnjeg prozora, performanse svake županije u svakoj godini uspoređuju se s performansama svih županija u svim godinama, uključujući i nju samu, također temeljem spomenutih šest pokazatelja. Temeljna razlika između ovog i prethodnog modela jest ta što se efikasnost u novome modelu analizira unutar jednog skupa sa 294 (14 godina x 21 županija) entiteta. U sljedećoj tablici prikazani su iznosi relativne efikasnosti prema novome modelu, kao i statistika efikasnosti po županijama i godinama, što pojednostavljuje usporedbu s rezultatima prethodnoga modela.

**Tablica 15: Relativna efikasnost županija prema modelu analize prozora – jedan prozor**

Županija	Godina															Statistika po županijama			
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Prosjek	St. dev.	Min. iznos	Rang	
Zagrebačka	0,980	0,910	0,893	0,881	0,888	0,886	0,908	0,877	0,896	0,893	0,921	0,922	0,929	1	<b>0,913</b>	<b>0,036</b>	<b>0,877</b>	<b>5</b>	
Krapinsko-zagorska	1	0,998	0,976	0,971	0,984	1	0,997	0,944	0,961	0,882	0,887	0,901	0,898	1	<b>0,957</b>	<b>0,046</b>	<b>0,882</b>	<b>4</b>	
Sisačko-moslavačka	1	0,857	0,862	0,822	0,821	0,824	0,800	0,789	0,837	0,774	0,779	0,746	0,800	0,772	<b>0,820</b>	<b>0,062</b>	<b>0,746</b>	<b>14</b>	
Karlovačka	0,965	0,923	0,925	0,869	0,968	0,910	0,871	0,848	0,880	0,834	0,830	0,786	0,755	0,908	<b>0,877</b>	<b>0,063</b>	<b>0,755</b>	<b>9</b>	
Varaždinska	1	1	0,992	0,973	1	1	0,910	0,878	0,912	0,970	1	0,884	0,891	1	<b>0,958</b>	<b>0,050</b>	<b>0,878</b>	<b>3</b>	
Koprivničko-križevačka	0,911	0,923	0,922	0,895	0,909	0,926	0,869	0,854	0,816	0,769	0,761	0,753	0,738	0,925	<b>0,855</b>	<b>0,073</b>	<b>0,738</b>	<b>11</b>	
Bjelovarsko-bilogorska	0,945	0,899	0,922	0,893	0,916	0,920	0,893	0,862	0,877	0,798	0,948	0,916	0,806	0,876	<b>0,891</b>	<b>0,045</b>	<b>0,798</b>	<b>6</b>	
Primorsko-goranska	0,827	0,799	0,790	0,767	0,771	0,785	0,784	0,770	0,740	0,720	0,717	0,709	0,695	0,886	<b>0,769</b>	<b>0,051</b>	<b>0,695</b>	<b>20</b>	
Ličko-senjska	0,701	0,808	0,827	0,774	0,772	0,749	0,709	0,678	0,733	0,645	0,652	0,664	0,670	0,735	<b>0,722</b>	<b>0,058</b>	<b>0,645</b>	<b>21</b>	
Virovitičko-podravska	1	0,852	0,835	0,872	0,884	0,896	0,859	0,826	0,826	0,710	0,720	0,688	0,693	0,710	<b>0,812</b>	<b>0,094</b>	<b>0,688</b>	<b>16</b>	
Požeško-slavonska	0,964	0,832	0,944	0,908	0,869	0,937	0,926	0,878	0,896	0,751	0,756	0,718	0,736	0,921	<b>0,860</b>	<b>0,085</b>	<b>0,718</b>	<b>10</b>	
Brodsko-posavska	1	0,873	0,917	0,922	0,907	0,954	0,915	0,867	0,880	0,738	0,766	0,741	0,847	0,955	<b>0,877</b>	<b>0,081</b>	<b>0,738</b>	<b>8</b>	
Zadarska	0,848	0,830	0,838	0,791	0,805	0,797	0,761	0,751	0,762	0,719	0,749	0,731	0,711	0,824	<b>0,780</b>	<b>0,045</b>	<b>0,711</b>	<b>19</b>	
Osječko-baranjska	0,877	0,898	0,901	0,897	0,922	0,924	0,904	0,881	0,902	0,851	0,839	0,805	0,826	0,898	<b>0,880</b>	<b>0,036</b>	<b>0,805</b>	<b>7</b>	
Šibensko-kninska	0,995	0,894	0,892	0,867	0,892	0,888	0,820	0,758	0,801	0,699	0,725	0,717	0,688	0,843	<b>0,820</b>	<b>0,092</b>	<b>0,688</b>	<b>15</b>	
Vukovarsko-srijemska	1	0,864	0,896	0,868	0,860	0,880	0,842	0,813	0,870	0,783	0,820	0,759	0,782	0,814	<b>0,846</b>	<b>0,060</b>	<b>0,759</b>	<b>12</b>	
Splitsko-dalmatinska	0,837	0,886	0,882	0,829	0,846	0,849	0,821	0,790	0,802	0,768	0,793	0,810	0,778	0,986	<b>0,834</b>	<b>0,056</b>	<b>0,768</b>	<b>13</b>	
Istarska	0,788	0,767	0,780	0,789	0,809	0,824	0,836	0,790	0,766	0,742	0,748	0,723	0,714	0,851	<b>0,781</b>	<b>0,041</b>	<b>0,714</b>	<b>18</b>	
Dubrovačko-neretvanska	1	0,841	0,803	0,774	0,816	0,753	0,710	0,772	0,747	0,705	0,725	0,708	0,696	0,928	<b>0,784</b>	<b>0,089</b>	<b>0,696</b>	<b>17</b>	
Međimurska	1	1	1	0,983	1	1	0,972	0,947	0,920	0,926	0,912	0,926	0,901	0,999	<b>0,963</b>	<b>0,039</b>	<b>0,901</b>	<b>2</b>	
Grad Zagreb	0,965	0,964	0,954	0,989	1	0,989	1	1	1	0,969	0,980	1	0,928	1	<b>0,981</b>	<b>0,022</b>	<b>0,928</b>	<b>1</b>	
Statistika po godinama	Prosjek	<b>0,933</b>	<b>0,887</b>	<b>0,893</b>	<b>0,873</b>	<b>0,888</b>	<b>0,890</b>	<b>0,862</b>	<b>0,837</b>	<b>0,849</b>	<b>0,793</b>	<b>0,811</b>	<b>0,791</b>	<b>0,785</b>	<b>0,897</b>	<i>0,856</i>			
	St. dev.	<b>0,087</b>	<b>0,066</b>	<b>0,064</b>	<b>0,070</b>	<b>0,074</b>	<b>0,079</b>	<b>0,082</b>	<b>0,076</b>	<b>0,075</b>	<b>0,092</b>	<b>0,096</b>	<b>0,086</b>	<b>0,090</b>					
	Min. iznos	<b>0,701</b>	<b>0,767</b>	<b>0,780</b>	<b>0,767</b>	<b>0,771</b>	<b>0,749</b>	<b>0,709</b>	<b>0,678</b>	<b>0,733</b>	<b>0,645</b>	<b>0,652</b>	<b>0,664</b>	<b>0,670</b>	<b>0,710</b>				
	Max. iznos	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,989</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,970</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,929</b>	<b>1</b>				
	Broj (%)efikasnih	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>8</b>				
	Rang	<b>1</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>2</b>				

Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

Iz tablice 15 vidljivo je da niti jedna županija nije uspjela ostvariti kontinuiranu efikasnost. Od ukupno 294 promatranih entiteta, relativno je efikasnih njih 26. Od toga, u šest godina efikasni su Grad Zagreb i Varaždinska županija, u pet Međimurska županija te u tri godine Krapinsko-zagorska županija dok je šest županija efikasno u samo jednoj godini. Od 21 županije, njih 11 neefikasno je tijekom cijelog promatranog razdoblja. Usporedbom godina po prosječnom iznosu efikasnosti, daleko najuspješnija je 2002. godina s prosječnim iznosom efikasnosti 0,933, u kojoj je također i najveći broj efikasnih županija, njih čak osam. Najmanje uspješna je 2014. godina s prosječnim iznosom efikasnosti 0,785 te bez efikasnih županija. Osim u 2014. godini efikasnih županija nije bilo ni u 2005. i 2011. godini. Usporedbom iznosa efikasnosti novoga modela s iznosima iz prethodnog modela jasno je vidljivo da, zbog duljine prozora odnosno obuhvata podataka za pojedinu usporedbu, niti jedan iznos efikasnosti u novome modelu nije veći od odgovarajućeg iznosa u prethodnome modelu. Naime, za pojedinu je županiju povoljnija usporedba sa ostalih 20 entiteta u jednoj godini (prvi model) nego sa 293 entiteta, uključujući i nju samu (drugi model). Razlike među županijama su u ovome modelu još izraženije nego u prethodnome.

Od 294 entiteta najmanju efikasnost od 0,645 ostvarila je Ličko-senjska županija u 2011. godini. Također, Ličko-senjska županija ostvarila je i najnižu prosječnu efikasnost od 0,722, dok je Grad Zagreb ostvario najvišu prosječnu efikasnost od 0,981. Dubrovačko-neretvanska županija ostvarila je, među promatranim županijama, najveći pad efikasnosti u odnosu na prethodnu godinu od -0,159 u 2003. godini, ali i najveći porast od +0,232 u 2015. godini. Također, ta je županija zabilježila najveći pad prosječnog iznosa efikasnosti u ovome modelu u odnosu na prvi model od 0,190. U novome modelu efikasnost je ostvarila samo u jednoj godini, dok je u prvome modelu efikasnost ostvarila u čak osam uzastopnih godina. Sukladno tomu, postavljanje novog modela rezultiralo je najvećim pogoršanjem nezina ranga među županijama za čak devet mjesta. Primjerice, usporedbom performansi Dubrovačko-neretvanske županije iz 2008. godine u prvome modelu isključivo s performansama ostalih županija u toj godini, može se zaključiti da je ona najefikasnija. Međutim, u drugome modelu gdje se njezine performanse iz iste godine uspoređuju s performansama svih županija, uključivši i nju samu, u svim godinama promatranoga razdoblja, od 294 entiteta njih čak 276 pokazuje veću efikasnost od nje, uključujući i nju samu s performansama iz ostalih godina (osim 2011., 2013. i 2014. godine).

Usporedbom rezultata dvaju modela može se ustvrditi da među rezultatima dvaju modela postoje kako sličnosti tako i razlike. Deset je županija koje su prema prosječnoj efikasnosti bolje rangirane u drugome modelu dok je devet onih koje su bolje rangirane u prvome. Grad Zagreb je najbolje rangirana dok je Ličko-senjska najlošije rangirana županija u oba modela te su to ujedno i jedine dvije županije kojima se promjenom modela nije promijenio rang. Sveukupna prosječna ocjena efikasnosti u drugome modelu, za 294 entiteta, odnosno za sve županije u cijelom razdoblju od 0,856 ukazuje na to da su županije u prosjeku neefikasne 14,4%. Razlika od 10,3% u odnosu na prvi model posljedica je činjenice da su prosječni iznosi efikasnosti u drugome modelu svih županija niži, jedino što su te razlike kod nekih više a kod nekih manje izražene, što se i očituje u promjenama ranga.

Izvori relativne neefikasnosti i prosječna veličina traženih poboljšanja inputa i outputa prikazani su u tablici 16.

U ovome modelu mnogo je jasnije da broj zaposlenih u jedinicama lokalne i područne samouprave ima najveći utjecaj na neefikasnost županija. Njihov je višak najizraženiji u 2013. godini od čak 47,59% dok je, za usporedbu, u prvome modelu najviše iznosio 22,38% u 2015. godini. Tako se može primijetiti da je u cijelome promatranom razdoblju, osim u 2009. i 2010. godini kada je to BDP, taj pokazatelj najznačajniji izvor neefikasnosti. S druge strane, kao i u prethodnom modelu, najmanji utjecaj na neefikasnost imaju tekući rashodi, ali u ovome modelu tijekom cijelog promatranog razdoblja, osim u posljednjoj godini kada to ima BDP.

Kod prethodnoga modela pojašnjeno je zašto je BDP u 2009. godini preuzeo vodeći utjecaj na efikasnost koji je u ovome modelu bio osjetan i u 2010. godini dok je njegov najmanji utjecaj na efikasnost u posljednjoj promatranoj godini vjerojatno rezultat činjenice da je 2015. godina prva godina rasta BDP-a nakon šest uzastopnih godina recesije. Činjenica da su, u odnosu na prethodni model, razlike između veličina izvora relativne neefikasnosti dublje opet je izravna posljedica razlike u duljini prozora.

**Tablica 16:** Izvori relativne neefikasnosti županija i njihova veličina prema modelu analize prozora – jedan prozor

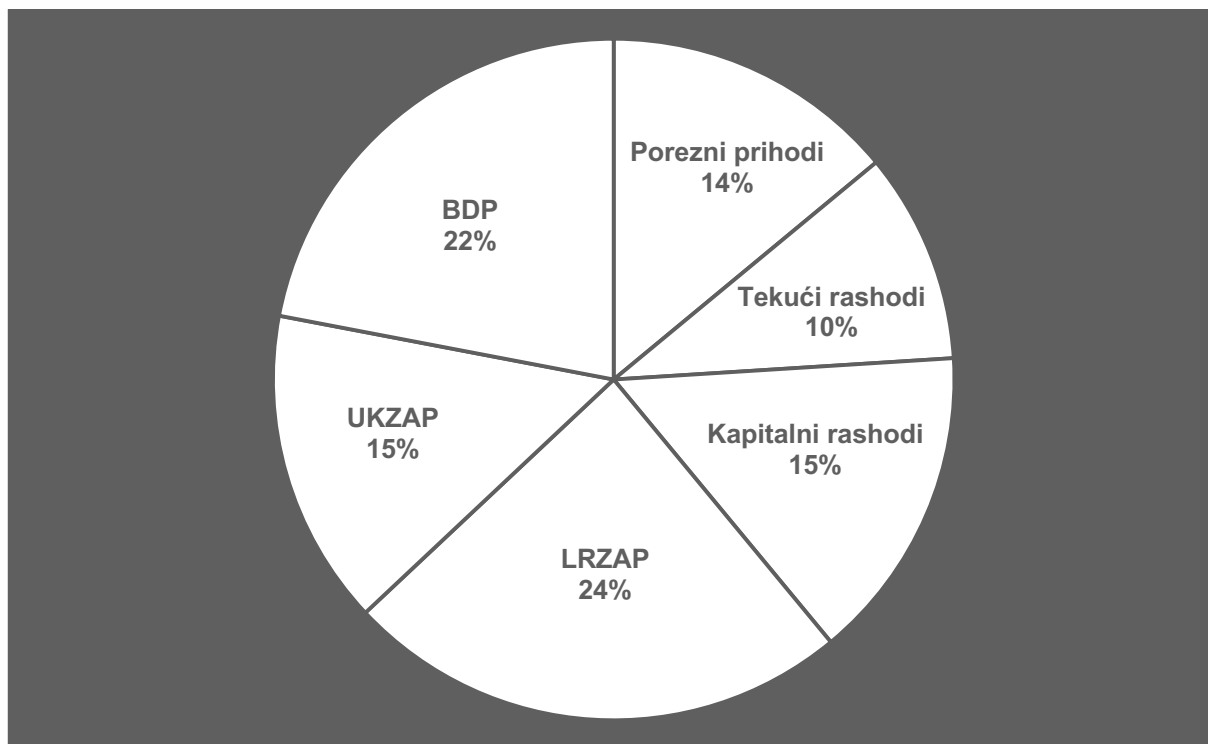
	Godina	Varijable					<i>Output</i>
		<i>Inputi</i>			LRZAP	UKZAP	
		Porezni prihodi	Tekući rashodi	Kapitalni rashodi			
Poboljšanja i outputa (%)	2002	10,39	-6,84	-10,85	-16,10	13,54	14,87
	2003	14,54	-11,34	-21,03	-26,93	17,76	20,43
	2004	13,87	-10,71	-20,91	-31,10	13,43	23,52
	2005	17,87	-12,70	-24,52	-31,51	16,28	24,72
	2006	15,35	-11,24	-25,54	-31,76	14,42	23,73
	2007	14,70	-11,00	-28,42	-31,36	15,95	28,05
	2008	18,40	-13,77	-32,68	-37,07	18,25	31,70
	2009	22,17	-16,33	-29,86	-42,39	22,24	46,02
	2010	20,81	-15,13	-20,21	-45,11	26,30	55,72
	2011	31,96	-20,98	-22,05	-41,52	30,39	37,44
	2012	28,24	-19,48	-20,29	-42,92	28,67	41,16
	2013	29,95	-21,35	-23,15	-47,59	33,03	46,33
	2014	30,17	-21,52	-24,16	-46,28	35,37	45,80
	2015	13,10	-10,33	-13,44	-25,25	14,43	10,21
	Prosjek	20,11	-14,48	-22,65	-35,49	21,43	32,12

Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

Iz grafičkog prikaza odnosa doprinosa pokazatelja neefikasnosti vidljiv je najveći udio broja zaposlenih u jedinicama lokalne i područne samouprave (24%) i najmanji udio tekućih rashoda (10%).



**Grafikon 4:** Doprinos inputa i outputa neefikasnosti prema modelu analize prozora – jedan prozor



Izvor: Rabar i Grbin (2019.)

Rezultati analize efikasnosti fiskalne politike na razini županija Republike Hrvatske pomoću modela AOMP razlikuju se ovisno o duljini prozora te u slučaju četrnaest prozora prosječna ukupna neefikasnost iznosi 4,1%, dok je u slučaju jednog prozora to 14,4%. Međutim, neovisno o duljini prozora očite su razlike u efikasnosti među županijama te su se posebno istaknuli Grad Zagreb kao entitet s najvišom razinom efikasnosti te Ličko-senjska županija kao najmanje efikasan entitet. Osim razlika među županijama, u oba modela posebno se istaknuo broj zaposlenih u jedinicama lokalne i regionalne samouprave kao glavni izvor neefikasnosti.

Analiza omeđivanja podataka u odnosu na regresijsku analizu ne zahtjeva prethodnu specifikaciju modela te se samim time smanjuje mogućnost pogreške prilikom analize. Metoda analize omeđivanja podataka ima nekoliko kritičnih točaka u metodologiji te je nakon pravilnog određivanja inputa i outputa potrebno odrediti je li u razmatranom procesu riječ o konstantnom ili varijabilnom prinosu te odabrati usmjerenje modela koje može biti na outpute ili inpute. Analiza ne zahtijeva dodatno ispitivanje i testiranje funkcionalne forme već daje točne procjene relativne efikasnosti i ciljne razine inputa i outputa.

## 6. Zaključak

U radu su prikazana dva pristupa u empirijskoj analizi odnosno istraživanju na primjeru utjecaja fiskalne politike na promjenu bruto domaćeg proizvoda u Republici Hrvatskoj. Svaki se od tih pristupa temelji na zasebnoj metodologiji, a uključuje i zasebne skupove podataka kao i njihove interpretacije.

Temeljna razlika ta dva pristupa je u parametrima. Prvoj analizi pristupilo se korištenjem regresijske analize koja je parametarska metoda i najčešće korištena metoda u ekonometrijskom istraživanju dok je analiza omeđivanja podataka neparametarska metoda korištena u drugoj analizi.

Regresijska analiza, kao parametarska metoda, prije procjene parametara zahtjeva specifikaciju općeg modela kojim je prikazan odnos među varijablama dok je analiza omeđivanja podataka metoda koja ne zahtjeva eksplicitno poznavanje funkcionalne forme između inputa i outputa. Stoga je za regresijsku analizu, odnosno ekonometrijsku analizu korištenjem regresije, nužno dobro poznavanje ekonomske teorije. S druge strane, metoda analize omeđivanja podataka zahtjeva pravilan odabir inputa i outputa, vrste prinosa te usmjerenja modela.

Oba pristupa imaju svoje prednosti i nedostatke te je prema tome potrebno prilagoditi primjenu. Tako se ukratko temeljem regresijske analize postavljene u radu može potvrditi da postoji veza između zavisne i nezavisnih varijabli odnosno da povećanje prihoda od direktnih poreza (PDIR) i poreza na dodanu vrijednost (PDV) pozitivno utječe na BDP dok prihodi od trošarina (TR) negativno utječu. Međutim, valja naglasiti da je model postavljen pod pretpostavkom da porezi, odnosno porezni prihodi utječu na promjene BDP-a, a ne obrnuto, kao i da se radi o stacionarnom procesu iako podatci izraženi u vremenskom nizu nerijetko imaju problem nestacionarnosti. Ukoliko su te pretpostavke pogrešne funkcionalna forma regresijskog modela također je pogrešna. No, kako je cilj rada bio usporedno prikazati metodologiju empirijske analize primjenom dviju različitih metoda zajedno s njihovim prednostima i nedostacima, prilikom regresijske analize nije se dublje ulazilo u pitanje povratne veze niti dinamike. Također, model analize omeđivanja podataka postavljen je pod pretpostavkom da je BDP kao output rezultat utroška inputa na koje promatrani entiteti imaju utjecaj odnosno mogu neposredno ili posredno utjecati. U radu su postavljena dva oblika modela, s minimalnom i maksimalnom duljinom prozora. Iako postoje razlike među rezultatima, postoje i značajne sličnosti. Temeljem analize omeđivanja podataka može

se zaključiti da postoje razlike u efikasnosti među županijama od kojih Grad Zagreb ima najvišu, a Ličko-senjska županija najnižu razinu efikasnosti, uz broj zaposlenih u jedinicama lokalne i regionalne samouprave kao općenito glavni izvor neefikasnosti.

Kao što je već spomenuto, temeljna razlika među metodama jest ta što je regresijska analiza parametarska metoda koja zahtijeva eksplicitno postavljanje funkcionalne forme i dobro poznavanje ekonomske teorije dok je analiza omeđivanja podataka neparametarska metoda koja nema ekvivalentne zahtjeve te je manje izložena specifikacijskim pogreškama. Osim toga, prednost analize omeđivanja podataka u odnosu na regresijsku analizu jest da daje točne procjene relativne efikasnosti, granične vrijednosti inputa i outputa kao i ciljne razine na koje ne utječe međusobna korelacija i multikolinearnost dok se regresijskom analizom dobivaju bolji prediktori budućih vrijednosti zavisne varijable na temelju nezavisnih. Analizom omeđivanja podataka analizira se odnos među entitetima preko granice efikasnosti koja je izložena utjecajima ekstremnih vrijednosti dok se regresijskom analizom analizira odnos među varijablama preko srednje vrijednosti te tako umanjuje utjecaj ekstrema.

Na prednosti i nedostatke obaju pristupa treba obratiti pozornost ne samo kod analize već ponajviše kod interpretacije rezultata. U svakom slučaju ekonomska teorija treba biti podloga i nit vodilja pri odabiru metode kojom će se određeni podatci analizirati, a ne obrnuto.

## LITERATURA

1. BAHOVEC, V. i ERJAVEC, N. (2009.) *Uvod u ekonometrijsku analizu*. Zagreb: Element
2. BAJO, A. (2009.) *Struktura zaposlenih u lokalnim jedinicama*. Newsletter br. 43, Zagreb: Institut za javne financije. Dostupno na <http://web3.ijf.hr/newsletter/43.pdf>
3. BAJO, A. i BRONIĆ, M. (2007.) *Procjene učinkovitosti modela fiskalnog izravnjanja u Hrvatskoj*. *Financijska teorija i praksa*, 31(1), 1-24. Dostupno na <https://hrcak.srce.hr/12239>
4. BANKER, R. D., CHARNES, A. i COOPER, W. W. (1984.) *Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*. *Management Science*, 30(9), 1078-1092. Dostupno na <https://www.jstor.org/stable/pdf/2631725.pdf>, <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
5. BARRO, R. J. (1990.) *Government spending in a simple model of endogeneous growth*. *Journal of political economy*, 98(5, Part 2), S103-S125.
6. BARRO, R. J. (1991.) *Economic growth in a cross section of countries*. *The quarterly journal of economics*, 106(2), 407-443.
7. BELULLO, A. (2011.) *Uvod u ekonometriju*. Pula: Sveučilište Jurja Dobrile u Puli, Odjel za ekonomiju i turizam" Dr. Mijo Mirković".
8. BELULLO, A. i DUŽMAN, T. (2013.) *Relations among government revenues and gross domestic product (GDP) of the Republic of Croatia*. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 24(4), 143-152.
9. BEJAKOVIĆ, P. (2018.) *Razvoj trošarina u Hrvatskoj*. *Političke analize*, 9(35), 45-50
10. BENAŽIĆ, M. (2006.) *Fiskalna politika i gospodarska aktivnost u Republici Hrvatskoj: model kointegracije*. *Ekonomski pregled*, 57(12), 882-918.
11. CHARNES, A., COOPER, W. W. i RHODES, E. (1978.) *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444. Dostupno na [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)

12. COOPER, W. W., SEIFORD, L. M. i TONE, K. (2006.) *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses: With DEA-Solver Software and References*. New York: Springer.
13. DE LONG, J. B. i SUMMERS, L. H. (1991.) *Equipment investment and economic growth*. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2), 445-502. Dostupno na <https://www.jstor.org/stable/pdf/2937944.pdf>, <https://doi.org/10.2307/2937944>
14. DRŽAVNI ZAVOD ZA STATISTIKU REPUBLIKE HRVATSKE. (2017.) *Ukupno zaposleni prema administrativnim izvorima, stanje 31. ožujka*. [https://www.dzs.hr/Hrv\\_Eng/Pokazatelji/Zaposlenost%20i%20place/Zaposlenost%20i%20place%20-%20pregled%20po%20zupanjama.xlsx](https://www.dzs.hr/Hrv_Eng/Pokazatelji/Zaposlenost%20i%20place/Zaposlenost%20i%20place%20-%20pregled%20po%20zupanjama.xlsx) (pristupljeno 13. travnja 2018.)
15. DRŽAVNI ZAVOD ZA STATISTIKU REPUBLIKE HRVATSKE. (2018.a.) *Bruto domaći proizvod za Republiku Hrvatsku i prema NKPJS-u 2012. – 2. razina i županije*. [https://www.dzs.hr/Hrv\\_Eng/Pokazatelji/Bruto%20domaci%20proizvod.xls](https://www.dzs.hr/Hrv_Eng/Pokazatelji/Bruto%20domaci%20proizvod.xls) (pristupljeno 13. travnja 2018.)
16. DRŽAVNI ZAVOD ZA STATISTIKU REPUBLIKE HRVATSKE. (2018.b.) *Indeks potrošačkih cijena*. [https://www.dzs.hr/Hrv\\_Eng/Pokazatelji/MSI%20CIJENE.xlsx](https://www.dzs.hr/Hrv_Eng/Pokazatelji/MSI%20CIJENE.xlsx) (pristupljeno 13. travnja 2018.)
17. DRŽAVNI ZAVOD ZA STATISTIKU REPUBLIKE HRVATSKE. (2018.c.) *Procjena stanovništva prema dobnim skupinama i spolu, po županijama, 31.12.* [https://www.dzs.hr/PXWeb/Table.aspx?layout=tableViewLayout1&px\\_tableid=SP22\\_2.px&px\\_path=Stanovni%20c5%20a1tvo\\_Procjene%20stanovni%20c5%20a1tva&px\\_language=hr&px\\_db=Stanovni%20c5%20a1tvo&rxid=c5eb4a18-89bf-4e4e-ba82-76e9e37dea37](https://www.dzs.hr/PXWeb/Table.aspx?layout=tableViewLayout1&px_tableid=SP22_2.px&px_path=Stanovni%20c5%20a1tvo_Procjene%20stanovni%20c5%20a1tva&px_language=hr&px_db=Stanovni%20c5%20a1tvo&rxid=c5eb4a18-89bf-4e4e-ba82-76e9e37dea37) (pristupljeno 13. travnja 2018.)
18. EASTERLY, W. i REBELO, S. (1993.) *Fiscal policy and economic growth*. *Journal of monetary economics*, 32(3), 417-458.
19. FARRELL, M. J. (1957.) *The Measurement of Productive Efficiency*. *The Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290. Dostupno na <https://doi.org/10.2307/2343100>

20. FRANIĆ, J. (2012.) *Zapošljavanje na lokalnoj razini u Republici Hrvatskoj tijekom gospodarske krize*, Newsletter br. 71, Zagreb: Institut za javne financije. Dostupno na <https://doi.org/10.3326/nlh.2013.71>
21. GARRISON, C. B. i LEE, F. Y. (1992.) *Taxation, agregate activity and economic growth: Further cross-country evidence on some supply-side hypotheses*. *Economic Inquiry*, 30(1), 172-176.
22. GUJARATI, D. N. (2004.) *Basic Econometrics*. Četvrto izdanje, New York: McGraw-Hill.
23. HODŽIĆ, S. (2018.) *Veza između poreznih prihoda i bruto domaćeg proizvoda u Republici Hrvatskoj*. *Financije - teorija i suvremena pitanja 2018*, 21-39. Dostupno na: <http://www.efos.unios.hr/repec/osi/chaptr/PDF/chapter18-02.pdf>
24. HODŽIĆ, S. i BEČIĆ, E. (2015.) *Utjecaj porezne politike na rast odnosno pad bruto društvenog proizvoda: primjer Hrvatske*. *Periodicum 2015*. Hrvatska akademska zajednica: Beč. 137-170.
25. KOESTER, R. B. i KORMENDI, R. C. (1989.) *Taxation, aggregate activity and economic growth: cross-country evidence on some supply-side hypotheses*. *Economic Inquiry*, 27(3), 367-386.
26. LEVINE, R. i RENELT, D. (1992.) *A sensitivity analysis of cross-country growth regressions*. *The American economic review*, 942-963.
27. LIU, J. S., LU, L. Y. i LU, W. M. (2016.) *Research fronts in data envelopment analysis*. *Omega*, 58, 33-45. Dostupno na <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.04.004>
28. MINISTARSTVO FINANCIJA REPUBLIKE HRVATSKE. *Financijski izvještaji JLP(R)S, razna izdanja*. <https://mfin.gov.hr/istaknute-teme/lokalna-samouprava/financijski-izvjestaji-jlp-r-s/203> (pristupljeno 13. travnja 2018.)
29. RABAR, D. i GRBIN, A. (2019.) *Analiza regionalne efikasnosti u Hrvatskoj korištenjem fiskalnih pokazatelja - neparametarski pristup*. *Ekonomski pregled*, 70(4), str. 627-649. <https://doi.org/10.32910/ep.70.4.3>

30. ROMER, P. M. (1990.) *Endogenous technological change*. Journal of political Economy, 98(5, Part 2), S71-S102.
31. SCOTT, M. (1991.) *A New View of Economic Growth: Four Lectures*, World Bank Discussion Papers br. 131, Washington, D. C.: The World Bank. Dostupno na: <https://www.oxfordscholarship.com/view/10.1093/0198287429.001.0001/acprof-9780198287421>
32. WOOLDRIDGE, J. (2006.) *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Treće izdanje, South-Western Pub.

## POPIS TABLICA

<b>Tablica 1:</b> Prikaz statističkih obilježja varijabli korištenih u modelu, u razdoblju od 2002. do 2018. godine, u milijunima kuna .....	20
<b>Tablica 2:</b> Rezultati regresijske analize, 1.dio (ispis Gretl).....	28
<b>Tablica 3:</b> Prikaz analize varijance (ANOVA).....	30
<b>Tablica 4:</b> Prikaz analize varijance (ispis Gretl).....	32
<b>Tablica 5:</b> Rezultati regresijske analize (ispis Gretl).....	32
<b>Tablica 6:</b> Matrica korelacije nezavisnih varijabli modela.....	33
<b>Tablica 7:</b> Prikaz koeficijenata determinacije, VIF i TOL pokazatelja regresorskih varijabli .....	34
<b>Tablica 8:</b> Whiteov test heteroskedastičnosti (ispis Gretl).....	35
<b>Tablica 9:</b> Breusch-Godfreyev test autokorelacije (ispis Gretl) .....	37
<b>Tablica 10:</b> Ramsey RESET test (ispis Gretl) .....	39
<b>Tablica 11:</b> Testovi normalnosti distribucije reziduala (ispis Gretl).....	40
<b>Tablica 12:</b> Statistika pokazatelja korištenih u analizi, 2002.-2015. ....	44
<b>Tablica 13:</b> Relativna efikasnost županija prema modelu analize prozora – četrnaest prozora .....	50
<b>Tablica 14:</b> Izvori relativne neefikasnosti županija i njihova veličina prema modelu analize prozora – četrnaest prozora .....	52
<b>Tablica 15:</b> Relativna efikasnost županija prema modelu analize prozora – jedan prozor .....	54
<b>Tablica 16:</b> Izvori relativne neefikasnosti županija i njihova veličina prema modelu analize prozora – jedan prozor .....	57

## POPIS GRAFIKONA

<b>Grafikon 1:</b> Usporedni prikaz kretanja BDP-a, poreznih prihoda opće države od direktnih poreza, poreza na dodanu vrijednost i trošarina RH u stalnim cijenama (2015=100) u razdoblju od 2002. do 2018. godine, u mil.kn .....	21
<b>Grafikon 2:</b> Prikaz vrijednosti rezidualnih odstupanja modela u vremenu od 2002.-2018. godine.....	36
<b>Grafikon 3:</b> Normalnost distribucije reziduala (ispis Gretl).....	41
<b>Grafikon 4:</b> Doprinos inputa i outputa neefikasnosti prema modelu analize prozora – jedan prozor .....	58



## Sažetak

Svrha je ovoga rada prikazati metodologiju empirijskog istraživanja kroz primjenu parametarske i neparametarske metode na primjeru utjecaja fiskalne politike, ponajprije kroz upravljanje proračunskim prihodima i rashodima, na promjenu BDP-a u Republici Hrvatskoj. Istraživanje je provedeno korištenjem regresijske analize, kao najčešće korištene metode u ekonometrijskom istraživanju, primjenom metode najmanjih kvadrata odstupanja za procjenu parametara i korištenjem analize omeđivanja podataka. Regresijskom analizom, korištenjem matrične algebre za izračun parametara, prikazala se veza između BDP-a kao zavisne varijable i prihoda od direktnih poreza, poreza na dodanu vrijednost te trošarina kao nezavisnih varijabli. Pod uvjetom da su zadovoljene određene pretpostavke, regresijskom analizom utvrđen je pozitivan utjecaj prihoda od direktnih poreza i poreza na dodanu vrijednost dok je utjecaj prihoda od trošarina na BDP negativan. Metoda analize omeđivanja podataka prikazana je kroz dva modela analize prozora, s minimalnom i maksimalnom duljinom prozora. Rezultati oba modela ukazuju na postojanje razlika u efikasnosti među županijama od kojih Grad Zagreb ima najvišu, a Ličko-senjska županija najnižu razinu efikasnosti, uz broj zaposlenih u jedinicama lokalne i regionalne samouprave kao općenito glavni izvor neefikasnosti.

Ključne riječi: regresijska analiza, analiza omeđivanja podataka, fiskalna politika, ekonometrijska analiza

## Summary

The aim of this paper is to present the methodology of empirical research through the application of parametric and non-parametric methods on the example of the fiscal policy impact on GDP change in the Republic of Croatia. Fiscal policy impact is measured primarily through the budget revenues and expenditures management. The study was conducted using regression analysis as the most commonly used method in econometric research, applying the ordinary least squares method for parameter estimation and using data envelopment analysis. Using matrix algebra to calculate parameters, regression analysis showed the relationship between GDP as a dependent variable and direct taxes revenue, value added tax revenue and excise tax revenue as independent variables. Under the certain assumptions, the regression analysis has determined the positive impact of direct taxes and value added tax revenues, while the impact of excise tax revenue on GDP is negative. The data envelopment analysis method is presented by two window analysis models, with minimum and maximum window length. The results of both models indicate that there are differences in efficiency between the counties of which the City of Zagreb has the highest and Lika-Senj County the lowest level of efficiency, with the number of employees in local and regional self-government units being generally the main source of inefficiency.

Keywords: regression analysis, data envelopment analysis, fiscal policy, econometric analysis