

La strategia del problem solving nell'apprendimento del pensiero logico-matematico in età prescolare

Žužić, Corinna

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:137:597824>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-05**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula](#)



Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Università Juraj Dobrila di Pola

Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti
Facoltà di Scienze della Formazione

CORINNA ŽUŽIĆ

**LA STRATEGIA DEL PROBLEM SOLVING NELL'APPRENDIMENTO DEL
PENSIERO LOGICO-MATEMATICO IN ETÀ PRESCOLARE**

Tesina di laurea triennale

Pola, marzo 2024

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli
Università Juraj Dobrila di Pola

Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti
Facoltà di Scienze della Formazione

CORINNA ŽUŽIĆ

**LA STRATEGIA DEL PROBLEM SOLVING NELL'APPRENDIMENTO DEL
PENSIERO LOGICO-MATEMATICO IN ETÀ PRESCOLARE**

**STRATEGIJA RJEŠAVANJA PROBLEMA U UČENJU LOGIČKO-
MATEMATIČKOG MIŠLJENJA U PREDŠKOLSKOJ DOBI**

Tesina di laurea triennale
Završni rad

JMBAG / N. MATRICOLA: 601983 11 0303097115 5

Redoviti student / Studente regolare

Studijski smjer / Corso di laurea: Corso universitario di Laurea triennale in
educazione della prima infanzia e prescolare

Predmet / Materia: Didattica ambientale e protomatematica nel curriculum integrato

Area scientifico-disciplinare: Area interdisciplinare

Settore: Scienze dell'educazione

Indirizzo: Scienze pedagogiche

Mentor / Relatore: doc. dr. sc. Snježana Nevia Močinić

Pula, marzo 2024

Pola, ožujak 2024.

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisana **Corinna Žužić**, kandidatkinja za prvostupnicu ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja, ovime izjavljujem da je ovaj Završni rad rezultat isključivo mojega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Završnog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Student

U Puli,

DICHIARAZIONE DI INTEGRITÀ ACCADEMICA

Io, sottoscritta **Corinna Žužić**, laureanda in educazione della prima infanzia e prescolare, dichiaro che questa Tesina di laurea triennale è frutto esclusivamente del mio lavoro, si basa sulle mie ricerche e sulle fonti da me consultate come dimostrano le note e i riferimenti bibliografici. Dichiaro che nella mia tesi non c'è alcuna parte scritta violando le regole accademiche, ovvero copiate da testi non citati, senza rispettare i diritti d'autore degli stessi. Dichiaro, inoltre, che nessuna parte della mia tesi è un'appropriazione totale o parziale di tesi presentate e discusse presso altre istituzioni universitarie o di ricerca.

Lo studente

A Pola,

IZJAVA o korištenju autorskog djela

Ja, **Corinna Žužić** dajem odobrenje Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj završni rad pod nazivom **Strategija rješavanja problema u učenju logičko-matematičkog mišljenja u predškolskoj dobi**, koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjeloviti tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice Sveučilišta Jurja Dobrile u Puli te kopira u javnu internetsku bazu diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljanje na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenoga, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama. Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli,

Potpis

DICHIARAZIONE sull'uso dell'opera d'autore

Io, sottoscritta **Corinna Žužić** autorizzo l'Università Juraj Dobrila di Pola, in qualità di portatore dei diritti d'uso, ad inserire l'intera mia tesina di laurea triennale intitolata **La strategia del *problem solving* nell'apprendimento del pensiero logico-matematico in età prescolare** come opera d'autore nella banca dati *on line* della Biblioteca di Ateneo dell'Università Juraj Dobrila di Pola, nonché di renderla pubblicamente disponibile nella banca dati della Biblioteca Universitaria Nazionale, il tutto in accordo con la Legge sui diritti d'autore, gli altri diritti connessi e la buona prassi accademica, in vista della promozione di un accesso libero e aperto alle informazioni scientifiche. Per l'uso dell'opera d'autore descritto sopra, non richiedo alcun compenso.

A Pola,

Firma

INDICE

INTRODUZIONE.....	1
1. IL PENSIERO DI ALCUNI RICERCATORI SULL'APPRENDIMENTO PRECOCE DEI NUMERI	3
2. L'APPRENDIMENTO SPONTANEO DI CONCETTI E ABILITÀ MATEMATICHE NELL'INFANZIA.....	8
2.1 L'importanza di apprendere la matematica durante la prima infanzia.....	9
2.2 L'apprendimento di concetti e abilità matematiche nella scuola d'infanzia	11
3. LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI COME STRATEGIA DIDATTICA	15
3.1 Come applicare la strategia del <i>problem solving</i> con i bambini	17
3.1.1 La scelta delle situazioni problematiche.....	17
3.1.2 I procedimenti di risoluzione delle situazioni problematiche	19
3.1.3 La rappresentazione dei problemi.....	21
3.2 Il ruolo delle insegnanti nell'apprendimento delle abilità matematiche	25
4 ATTIVITÀ E GIOCHI PER SVILUPPARE IL PROBLEM SOLVING	28
5 LA RICERCA EMPIRICA.....	34
5.1 Lo scopo generale e gli obiettivi specifici della ricerca	34
5.2 L'impostazione e la metodologia della ricerca empirica.....	34
5.3 I soggetti e la durata della ricerca.....	39
5.4 Analisi dei risultati	40
5.5 Riflessioni sui risultati della ricerca empirica	72
6. CONCLUSIONE.....	79
7. RIASSUNTO.....	81
7.1 Sažetak.....	83
7.2 Summary.....	85
8. BIBLIOGRAFIA	87

INTRODUZIONE

I bambini, sin da piccoli, entrano in contatto con la matematica, sia a casa che nella scuola dell'infanzia e nell'ambiente circostante. Essa è utile nelle attività ludiche di gruppo e individuali, nel contare gli oggetti, nel riconoscere le cifre scritte sugli articoli nei negozi, sulle case per la strada o sul telecomando e sul telefono a casa. I contesti in cui i numeri possono essere usati sono numerosi e tra questi possono indicare la posizione di un elemento in un insieme, la quantità di oggetti, la misura di una grandezza, un valore nominale come nel caso del codice postale e altri ancora. La matematica, però, è molto più dei numeri. La troviamo in molte situazioni della vita quotidiana per risolvere problemi che riguardano la preparazione del cibo, il calcolo dei punti in un gioco, dei soldi per l'acquisto di giocattoli e vestiario, del materiale per costruire una casetta, ecc. Essendo le abilità matematiche tanto importanti, è dovere degli adulti scoprire i metodi più efficaci per aiutare i bambini ad apprenderle. In particolare, è necessario favorire lo sviluppo delle abilità di *problem solving*, processo importante perché sollecita il ragionamento, la creatività, il pensiero divergente e l'iniziativa dei bambini.

Molti studiosi hanno svolto ricerche sull'apprendimento precoce dei concetti matematici e sulle abilità di risoluzione dei problemi, esponendo il loro pensiero in articoli e libri. La maggioranza sottolinea l'importanza di rinforzare e sostenere le abilità matematiche sin dalla prima infanzia perché ciò faciliterà la successiva matematizzazione scolastica e la capacità di risolvere problemi nella vita reale quando i bambini si troveranno davanti a ostacoli o situazioni problematiche di ogni giorno.

La tesi contiene cinque capitoli di cui nel primo ho esposto le teorie di alcuni ricercatori sull'importanza della matematica per i bambini, mentre nel secondo ho parlato dell'apprendimento precoce del numero a casa e nella scuola dell'infanzia. Prima di parlare di vera e propria matematica, occorre presentare ai bambini i concetti proto-matematici che fanno da ponte tra i bambini e la matematica che poi verrà insegnata nella scuola elementare. Nella scuola dell'infanzia ci si concentra principalmente sulle abilità di classificazione, seriazione, ordinamento, corrispondenza, sul conteggio di piccole quantità, sulle misurazioni e sulle relazioni spaziali che vengono accompagnate da attività e giochi con oggetti reali per far

vivere ai bambini esperienze concrete e facilitare l'acquisizione dei concetti. Il terzo capitolo della tesi è basato sul *problem solving* come strategia didattica da applicare con i bambini nella scuola dell'infanzia. Ho elaborato il tema a iniziare dall'importanza del *problem solving* nell'apprendere i concetti matematici, per passare alla scelta dei problemi da proporre ai bambini, alla loro rappresentazione, focalizzandomi sul pensiero di diversi autori e ricercatori famosi i quali hanno svolto delle ricerche sui temi elencati. Lavorando con i bambini è necessario usare metodi che seguono le loro competenze matematiche spontanee, presentare problemi semplici, adatti al loro grado di sviluppo e sapere matematico, senza pretendere ciò che i bambini non sono in grado di fare. Il capitolo successivo comprende il tema delle attività e dei giochi per sviluppare le abilità del *problem solving*. Infatti, il modo più efficace per far apprendere ai bambini della scuola dell'infanzia nuovi concetti, stimolare la loro curiosità, il ragionamento, conoscere nuovi metodi di ricerca e scoperta di soluzioni nuove è attraverso l'attività ludica, strutturata o meno. In queste attività il ruolo dell'educatrice è essenziale dato che lei stimola e motiva i bambini ponendoli in situazioni problematiche, offre mezzi e strumenti per arrivare alla soluzione, tiene conto delle loro possibilità e limiti e rende interessante la matematica, aiutando i bambini a usarla per dare senso al mondo che li circonda.

Nel quinto capitolo ho presentato la mia ricerca empirica che riguarda le attività proposte ai bambini di quattro e sei anni per osservare il livello di sviluppo delle loro abilità logico matematiche nella soluzione di problemi. Nella ricerca le situazioni problematiche riguardano la classificazione, la seriazione, la corrispondenza biunivoca e l'ordinamento. Sono state presentate sotto forma di attività ludiche utilizzando diversi oggetti, come libri, fiori, pentole, coperchi, palline di das, ecc., e i loro indumenti, ciabattine e giubbotti. I bambini erano liberi di realizzare le attività cercando di applicare le proprie idee, mettendo in atto il sapere, le abilità logico-matematiche, cognitive, creative, emotive e sociali, in quanto alcune prove sono state svolte in gruppo.

1. IL PENSIERO DI ALCUNI RICERCATORI SULL'APPRENDIMENTO PRECOCE DEI NUMERI

I problemi da risolvere nella nostra vita quotidiana hanno spesso alla base concetti matematici che riguardano i numeri, le forme, il tempo, lo spazio. Per questo è importante vedere cosa pensano gli studiosi su come e quando i bambini iniziano a categorizzare il mondo intorno a loro usando concetti matematici. Uno dei temi più studiati è la genesi del numero, tra i più affascinanti del sapere matematico, essendo un concetto fondamentale per descrivere il mondo che ci circonda.

Il grande psicologo J. Piaget (1965, in Elkind, 1976) sostiene che la conoscenza matematica nasce da una comprensione delle relazioni tra gli oggetti. Questa è diversa sia dalla conoscenza sensoriale, che implica la conoscenza della realtà esterna degli oggetti, sia da quella sociale. L'allievo crea le relazioni e le coordina nella propria mente. La fonte della conoscenza matematica, quindi è interna. Sulla base di ciò che già conosce, l'allievo riflette e interpreta ciò che ha percepito attraverso osservazioni e interazioni con oggetti, persone e ambienti. Questo tipo di interpretazione è del tutto personale e ha senso solo per l'individuo in base alla sua comprensione. Inoltre, Piaget afferma che non solo i processi intellettuali sono di per sé costruttivi, ma anche le stesse strutture cognitive sono il prodotto di una costruzione continua. Questa costruzione attiva implica sia una struttura di base da cui iniziare (assimilazione) sia un processo trasformativo o creativo.

In base agli studi di Piaget e collaboratori (1965, in Chung, 1994) sull'apprendimento delle conoscenze matematiche da parte dei bambini ci sono tre fasi nello sviluppo dei concetti matematici. Nella prima fase i bambini non comprendono i concetti matematici, essi considerano solo la dimensione delle relazioni percettive. Nella seconda fase i bambini iniziano a coordinare le relazioni percettive con il ragionamento logico per raggiungere la vera comprensione che si completa nel terzo stadio. Di conseguenza, secondo Piaget (1964, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007) il concetto di numero non può essere acquisito prima dei 6-7 anni quando inizia la fase operatorio-concreta e si sviluppano le capacità tipiche di questo periodo: la conservazione della quantità, la classificazione, la corrispondenza biunivoca e l'ordinamento. I bambini più piccoli non sanno valutare la dimensione numerica di un

insieme senza lasciarsi confondere dai caratteri fisici (es. forma, dimensione, disposizione nello spazio) degli oggetti nell'insieme e sono incerti nell'applicare i criteri di classificazione e di ordinamento. Quando i bambini hanno acquisito la vera comprensione del numero, diventano capaci di usare la coordinazione logica per risolvere i problemi matematici.

Secondo Vygotskij (1978, in Chung, 1994) il bambino partecipa al suo sviluppo costruendo attivamente la propria conoscenza mediante un'interazione con l'ambiente naturale e sociale. Questa conoscenza è il frutto di un'attività mentale di selezione, interpretazione e nuova creazione dell'esperienza sensoriale. Entrambi gli autori, Piaget e Vygotskij sono giunti alla conclusione che l'apprendimento consiste nel collegare le nuove osservazioni alle conoscenze esistenti dapprima.

Nelle sue ricerche, Vygotskij (1978, in Chung, 1994) ha individuato tre stadi di sviluppo concettuale come segue:

- il pensiero non organizzato basato sulla percezione sensoriale
- il pensiero organizzato in complessità combinate di impressioni soggettive e legami realmente esistenti tra gli oggetti
- il pensiero organizzato in concetti che richiedono operazioni astratte.

Sia Piaget che Vygotskij hanno affermato che la conoscenza riguarda un concetto compreso dall'allievo attraverso una regolazione interna (Piaget 1963, Vygotskij, 1978, in Chung, 1994). Tuttavia, le loro teorie si basano su prospettive diverse e differiscono nella loro interpretazione della fonte di conoscenza e dell'influenza sociale. Piaget (1963) riteneva che la conoscenza dipendesse dall'azione dell'individuo, mentre Vygotskij (1978) si è concentrato sulle basi sociali della mente. Per Piaget il pensiero è azione, per Vygotskij la conoscenza è azione interpretata mediante il discorso comunicativo. Infatti, il teorico socioculturale Vygotskij (1978) ha affermato che la conoscenza finale riflette un'interazione di convenzioni socioculturali. Essa si trasmette nelle comunità sociali e culturali da persone più mature ed esperte che conoscono ciò che è particolarmente prezioso nella cultura. Dato che le attività umane sono interazioni tra il mondo esterno e le menti individuali, lo sviluppo del bambino in una cultura è sia socioculturale che interno. Come le altre conoscenze sistematiche, anche quella matematica viene acquisita attraverso la trasmissione nelle comunità sociali e culturali (Rogoff, 1990). Infatti, Vygotskij (1978)

sosteneva che l'acquisizione delle conoscenze matematiche non dovrebbe essere discussa senza considerare le influenze della cultura e della società dove il bambino vive (Cobb, Wood, Yackel, 1990, Rogoff, 1990). Egli affermava che persone di culture diverse utilizzano sistemi di conteggio diversi e diverse parti del corpo o gesti per indicare la quantità (Baroody, 1987). Inoltre, il conteggio, assimilato nell'interazione con l'ambiente, favorisce la costruzione di conoscenze matematiche, fornendo simboli che possono essere utilizzati per il funzionamento della mente.

Similmente a Piaget, Hiebert e Lefevre (1986, in Hiebert, 1986: 127), fanno riferimento alla matematica accostandola alle relazioni esistenti tra le informazioni presenti nella mente di un allievo, che vengono costruite, esaminate e collegate in base all'esperienza. Pertanto, la conoscenza matematica è generata dall'allievo attraverso la rielaborazione attiva delle informazioni che hanno senso per lui. Inoltre, affermano che la conoscenza matematica acquisita attraverso il processo di concettualizzazione, implica la comprensione della struttura sottostante della matematica.

Le ricerche, condotte dagli anni '80 del XX sec. in poi, hanno dimostrato che una rappresentazione della quantità, anche se non precisa, esiste fin dalla nascita, ma che prima dei sei anni può essere facilmente sviata da indizi percettivi come la forma, la grandezza o la disposizione spaziale degli elementi di un insieme (Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007). Di conseguenza, invece di aspettare che i bambini abbiano raggiunto lo stadio di maturazione appropriato, è meglio anticipare le tappe presentando loro attività e problemi matematici di tipologia adeguata (Paoli, 2014).

In linea con queste idee è l'autrice Karen Fuson (1988, in Paoli, 2014) che negli anni '80 del XX secolo riconosce l'esistenza di strutture innate di conoscenza matematica, ma continua a considerare l'influenza dell'ambiente come la variabile più importante nel processo di costruzione della conoscenza numerica. Il bambino forma la propria conoscenza del numero attraverso la relazione con la realtà circostante, attraverso ripetuti esercizi e per imitazione (Fuson, in Sabena et al., 2019). Sebbene le parole numero siano sempre le stesse, le situazioni in cui i bambini le utilizzano sono differenti così come i significati e gli usi delle stesse. Da qui trae origine il nome della sua teoria cioè, *La teoria dei contesti diversi* (Fuson, in Leonardi, 2021). L'autrice

sostiene che esistano i seguenti contesti differenti in cui i bambini usano le parole numero:

- a) il contesto ordinale: la parola-numero fa riferimento ad un elemento che si trova all'interno di una serie ordinata di elementi, indicando la posizione che vi occupa
- b) il contesto cardinale: la parola-numero si riferisce alla quantità degli elementi di cui è costituito un insieme
- c) il contesto di misura: la parola-numero è in rapporto ad una grandezza continua e indica quante unità di misura sono indispensabili per "riempire" la grandezza
- d) il contesto sequenza: le parole-numero vengono pronunciate senza riferimento a oggetti ed equivale alla recita di una filastrocca
- e) il contesto conta: le parole-numero vengono messe in corrispondenza biunivoca con gli oggetti a cui si riferiscono, senza implicare un riferimento alla numerosità
- f) il contesto simbolico: la parola-numero è intesa come oggetto di scrittura o di lettura
- g) il contesto non-numerico: la parola-numero è usata come etichetta e identifica l'attributo di un oggetto (Fuson, in Leonardi, 2021).

La Fuson (in Santoni, Pontalti, 2012) è convinta che siano indispensabili ripetuti momenti di apprendimento prima che i numeri e i calcoli vengano utilizzati in modo corretto e competente. Per questo bisogna proporre all'attenzione dei bambini più piccoli i numeri naturali, il calcolo mentale, la misura e altri concetti matematici attraverso domande e problemi, cogliendo occasioni che la quotidianità offre (Santoni, Pontalti, 2012).

Un'altra teoria, in opposizione a quella di Piaget, che si occupa dell'apprendimento dei concetti matematici da parte dei bambini, è il modello di Gallistel e Gelman (1992, in Chung 1994). Secondo gli autori le basi della competenza numerica si trovano in meccanismi preverbali innati presenti alla nascita. Il sistema preverbale innato di conteggio fornisce informazioni sulle quantità relative di insiemi di oggetti. Così un bambino sa che un insieme di due elementi è inferiore a un insieme di tre elementi senza saperne dire la quantità (Geary, 1996). Da questi meccanismi preverbali si

sviluppano in seguito le capacità di conteggio verbale e le procedure di calcolo (Paoli, 2012).

Gelman e Gallistel (1978, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007) sostengono che bambini di tre o quattro anni conoscono implicitamente i principi chiave che permettono al conteggio di fungere da veicolo di quantificazione. Secondo loro l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale è guidata dalla conoscenza innata dei seguenti cinque principi basati sulla competenza numerica non verbale:

- il principio della corrispondenza uno a uno (ogni parola-numero è associata ad un solo elemento dell'insieme)
- Il principio dell'ordine stabile (le parole-numero devono essere nella stessa sequenza in ogni prova)
- Il principio cardinale (l'ultimo numero pronunciato rappresenta la quantità di elementi in un insieme)
- Il principio di astrazione (qualsiasi tipo di oggetto può essere usato ai fini del conteggio)
- Il principio di irrilevanza dell'ordine (gli oggetti di un insieme possono essere contati in qualsiasi ordine, purché non vengano violati gli altri principi di conteggio).

D'Amore (2021) espone le sue riflessioni riguardo al tema delle competenze matematiche dei bambini sostenendo che dai 3 ai 6 anni essi iniziano a contare, ovvero cominciano ad avere consapevolezza del fatto che c'è un primo numero ("uno"), che dopo l'uno c'è il due e che si possa proseguire così all'infinito. Inoltre, conoscono i nomi dei numeri che si susseguono nella conta e scoprono le loro diverse funzioni. Infatti, il numero può servire per contare, per indicare quantità, misure, un posto nell'ordinamento. Crescendo i bambini iniziano a organizzare strategie, sono in grado di rappresentare situazioni usando simboli, hanno varie idee sulla misura e sul processo di misurazione. Per quanto riguarda la geometria, i bambini hanno discrete competenze su varie questioni di natura geometrica non legate alla misurazione. Infine, proponendogli adeguate attività, il bambino è in grado di acquisire una consapevolezza ingenua dell'idea di zero come aspetto cardinale o come cifra (D'Amore, 2021).

2. L'APPRENDIMENTO SPONTANEO DI CONCETTI E ABILITÀ MATEMATICHE NELL'INFANZIA

La matematica è una parte essenziale dell'educazione in quanto aiuta i bambini a condurre la loro vita applicando abilità di risoluzione di problemi, di comunicazione e di creatività. Un'educazione matematica di qualità è essenziale affinché i bambini imparino a pensare in modo matematico e a risolvere i problemi quotidiani (National Research Council, 1989 in Stramel 2021).

I bambini, sin dalla prima infanzia, notano le differenze di quantità, confrontano le forme e le dimensioni degli oggetti e utilizzano i primi concetti matematici quando giocano e in altri aspetti della loro vita quotidiana (Gopnik et al., 2001, in Harris e Peterson, 2017). La curiosità li spinge a conoscere concetti matematici di base in modo autonomo e spontaneo, concetti come il conteggio, la quantità, le forme, le relazioni spaziali, le misurazioni e i modelli (National Research Council, 2009). Per esempio, i bambini piccoli esplorano la matematica giocando e costruendo torri con i blocchi. Durante la costruzione, ordinano i blocchi per dimensione e colore, notano le relazioni spaziali e sviluppano capacità di ragionamento quando imparano quali forme possono essere posizionate l'una sull'altra, quali fanno cadere la torre e come combinare le forme per creare oggetti familiari. I bambini in età prescolare contano e confrontano gli oggetti mentre giocano ed esplorano modelli e forme (Seo, Ginsburg, 2004, in Palmér, Bommel, 2018).

L'apprendimento matematico implica una costruzione attiva del significato che hanno le esperienze concrete vissute. L'uso di modelli concreti per facilitare il pensiero matematico dei bambini piccoli è stato accettato come una strategia didattica appropriata (Baroody, 1987). I bambini piccoli costruiscono le conoscenze matematiche a partire dalle loro percezioni degli oggetti e dalle azioni che compiono su di essi (Kamii, 1982, in Grigorovitch, Nertivich, 2017). Psicologicamente, per i bambini piccoli è impossibile collegare la conoscenza percettivo-sensoriale con quella simbolica della matematica astratta. La conoscenza sensoriale si acquisisce quando i bambini maneggiano gli oggetti e osservano come reagiscono. I materiali manipolativi si riferiscono a oggetti, materiali e attrezzature con cui i bambini possono interagire da soli. L'utilizzo dei materiali manipolativi, insieme a diagrammi e/o simboli per caratterizzare le relazioni o i concetti matematici desiderati, è particolarmente significativo per il bambino (Baroody, 1987).

In generale i bambini piccoli sono in grado di distinguere piccoli gruppi di oggetti e usano le parole numero per etichettare piccole quantità. A 2-3 anni contano gli oggetti toccandoli o indicandoli, poi crescendo iniziano a riconoscere rapidamente piccoli gruppi di oggetti senza contare (ad esempio 1, 2 o 3 palline). Durante l'età prescolare, intorno ai 5-6 anni iniziano a sommare o sottrarre piccole quantità (Harris, Petersen, 2019).

2.1 L'importanza di apprendere la matematica durante la prima infanzia

Dalle ricerche scientifiche degli ultimi decenni risulta che i neonati e i bambini piccoli intuiscono il concetto di numero e le operazioni di base, soprattutto le differenze di quantità. Per questo i discorsi sulla matematica dovrebbero iniziare fin dalla nascita del bambino. Il bagnetto, il cambio del pannolino, la pappa, le passeggiate sono momenti ideali per parlare di forme, dimensioni, schemi e per descrivere cose diverse fra loro. La comprensione della matematica è più ampia del capire solo i numeri. Essa comprende anche ordinare le cose in categorie, risolvere problemi utilizzando modelli, risolvere problemi spaziali e usare la logica (Greensberg, 2012 in Hunter, Perger, Darragh, 2018).

L'acquisizione di conoscenze matematiche non consiste semplicemente nell'imparare a ottenere risposte corrette, quindi l'acquisizione della procedura per ottenere i risultati non deve essere l'unico obiettivo dell'educazione matematica (Castaneda, 1987, Chung, 1994). Concentrarsi sull'ottenimento di risposte non è la stessa cosa che usare la conoscenza matematica per affrontare la vita di tutti i giorni. L'obiettivo dell'educazione matematica è quello di aiutare i bambini a sviluppare abilità matematiche che permettano loro di esplorare il mondo, di fare congetture, di ipotizzare e di motivare le proprie azioni (NCTM, 1989 in Stramel 2021). Con una solida conoscenza matematica i bambini saranno in grado di risolvere problemi convenzionali e non convenzionali, di comunicare ciò che sanno sulla matematica e ciò che non riescono a risolvere. L'educazione matematica dovrebbe aiutare i bambini a diventare sicuri nel collegare le idee matematiche mediante varie attività intellettuali. Inoltre, dovrebbe promuovere l'interesse dei bambini per le attività matematiche in modo che si sentano a proprio agio nell'uso di informazioni quantitative nella risoluzione di problemi e nel prendere decisioni (NCTM, 1989).

“Imparare la matematica senza sviluppare le abilità proto-matematiche è come cercare di prendere un palloncino senza filo: quando il palloncino non è legato volerà via. Quando le abilità proto-matematiche sono presenti a esse leghiamo i concetti matematici. Così i concetti matematici non possono volare via” (Sharma, 2001: 66, in Lamza, 2021). L'apprendimento della matematica fin dalla prima infanzia è importante per il successivo processo di matematizzazione scolastica. La matematica aiuta i bambini a sviluppare la capacità di pensare in modo critico e di risolvere i problemi. Entrambe le cose sono fondamentali per il successo a scuola e nella vita, ma non tutti i bambini apprendono le competenze matematiche necessarie per avere successo (National Research Council, 2001 in Stramel 2021). Se l'educazione matematica della prima infanzia non fornisce ai bambini l'opportunità di esplorare e apprendere concetti matematici di base, i bambini, soprattutto quelli economicamente e socialmente svantaggiati, entreranno a scuola senza un'adeguata conoscenza preliminare della matematica (Saracho, Spodek, 2008 in Palmer, Bommel, 2018). Alcuni studi hanno dimostrato inoltre, che, a prescindere dal contesto socioeconomico, tutti i bambini piccoli traggono beneficio dall'esposizione ad attività matematiche (Claessens, Engel, Curran, 2014). Westwood (2011 in Palmer, Bommel, 2018) sottolinea l'importanza di concentrarsi soprattutto sui concetti numerici di base e sull'applicazione di procedure di calcolo.

Alcuni studiosi affermano che le conoscenze matematiche dei bambini si sviluppano in due modi: attraverso la loro costruzione spontanea e attraverso la costruzione sistematica con l'aiuto dei maestri. La conoscenza matematica informale è sviluppata dai bambini stessi, mentre attraverso l'istruzione o l'educazione scolastica acquisiscono conoscenze matematiche formali (Baroody, 1987). È essenziale che i bambini imparino a collegare le loro conoscenze informali con la matematica insegnata nelle diverse istituzioni per consentire loro di valorizzarla e utilizzarla come strumento per risolvere i problemi quotidiani.

Nel DNA dell'essere umano c'è tutto il corredo che serve a imparare la matematica, ma poi saranno mille fattori a contribuire a decidere quale tipo e come sarà la matematica appresa. Dunque, come il bambino deve imparare un determinato linguaggio per esprimersi, così dovrebbe imparare anche la matematica che è già potenzialmente presente (D'Amore, 2021). Secondo Bruno D'Amore (2021) le strategie messe in atto dai bambini dai 3 ai 6 anni nel fare matematica sono ingenue,

basate sulle loro conoscenze poco o per nulla formali. L'autore sostiene che fare matematica significa assumere un certo atteggiamento facendo anche altre cose che non la riguardano strettamente, per esempio osservando il mondo e analizzando gli avvenimenti. Negli atteggiamenti ingenui messi in atto dai bambini, tutto ciò è visibile. Gli adulti non devono bloccarli o spingerli a superare i loro limiti se i bambini non si sentono pronti a farlo da soli perché in questo modo assumerebbero atteggiamenti troppo formali e non spontanei.

2.2 L'apprendimento di concetti e abilità matematiche nella scuola d'infanzia

Passando dalla famiglia alla scuola dell'infanzia il bambino dovrebbe continuare la sua educazione matematica in modo più sistematico, in base al presapere e alle potenzialità di ciascuno. La scuola dell'infanzia dovrebbe sostenere e incoraggiare i suoi apprendimenti matematici verso forme più consapevoli e mature.

Baroody e Ginsburg (1990) sostengono che le conoscenze di matematica informale che i bambini piccoli possiedono sono basate sul conteggio, che costituisce la base su cui i bambini costruiscono i concetti matematici successivi. Labinowicz (1985) e Resnick (1987, in Chung, 1994) affermano che l'approccio basato sul conteggio è importante per favorire l'autoregolazione e una disposizione positiva verso l'apprendimento matematico significativo e il *problem solving*.

I bambini sviluppano conoscenze matematiche informali prima di entrare a scuola, conoscenze che possono essere approfondite e ampliate da adeguate esperienze didattiche (Cross et al., 2009, Duncan et al., 2007, Shayer, Ad-hami, 2003, in Claessens, Engel, Curran, 2013). Essi devono familiarizzare con i sistemi di conteggio e con i simboli numerici usati dalla società, in modo che siano in grado di usarli per modellare e risolvere problemi (Bruner, 1985, Campbell, Carvey, 1992, Price, 1989, Vygotskij, 1978 in Chung, 1994). Per questo i contenuti presentati ai bambini nella scuola dell'infanzia dovrebbero riguardare le quantità e il numero, le forme e le grandezze a cui si collegano attività di seriazione, ordinamento, classificazione, confronto, misura, rappresentazione e descrizione. Al tutto dovrebbero prender parte anche i processi di strutturazione del tempo e dello spazio per lo sviluppo dei quali il bambino può contare sia su apprendimenti spontanei

derivati dalla scoperta del mondo, che sulla guida che la scuola mette a sua disposizione stimolandolo alla riflessione e alla consapevolezza (D'Amore, 2004).

La scuola materna è percepita come la prima esperienza di educazione formale per la maggior parte dei bambini. Quando la matematica viene introdotta nella scuola dell'infanzia in modo tale da essere percepita come significativa, comprensibile e stimolante, il bambino ne sperimenta il potere. Un programma di matematica per la prima infanzia dovrebbe includere "Un'ampia gamma di contenuti, enfatizzare l'applicazione della matematica, essere orientato concettualmente, coinvolgere attivamente i bambini nel fare matematica, ed enfatizzare lo sviluppo delle capacità di ragionamento e di pensiero matematico dei bambini" (NCTM, 1989: 18-19). Pertanto, la partecipazione attiva dei bambini alle attività legate all'apprendimento della matematica e le strategie degli educatori nel presentare situazioni di conflitto cognitivo sono essenziali per promuovere le abilità matematiche dei bambini.

Il Consiglio Nazionale degli Insegnanti di Matematica (1989, 1991) raccomanda che i curricula di educazione matematica per i bambini della scuola materna e di quella primaria, coinvolgano attivamente i bambini in una vasta gamma di attività legate alla matematica, tra cui calcolo, comunicazione, ragionamenti, stima di quantità e misurazione. Inoltre, l'educazione matematica deve aiutare i bambini a comprendere la geometria, il tempo, lo spazio, la statistica e la probabilità. L'educazione matematica deve aiutare i piccoli a riconoscere gli schemi e successivamente a costruire relazioni. In breve, è necessario programmare quotidianamente attività matematiche varie per coinvolgere attivamente i bambini (Baroody, 1987).

Clements (2001 in Stramel, 2021) sostiene che abbiamo bisogno della matematica in età prescolare per quattro motivi:

1. I bambini in età prescolare sperimentano la matematica a un livello di base, che deve essere migliorato.
2. Molti bambini, soprattutto quelli provenienti da minoranze o da comunità emarginate hanno difficoltà nella matematica scolastica e quindi gli insegnanti della scuola dell'infanzia dovrebbero affrontare tali difficoltà.
3. I bambini in età prescolare possiedono abilità matematiche informali e le utilizzano nella vita reale per cui gli insegnanti dovrebbero sfruttare i loro interessi.

4. Il cervello dei bambini in età prescolare subisce uno sviluppo significativo, e le loro esperienze e l'apprendimento ne influenzano la struttura e l'organizzazione che migliorano molto se basate su attività complesse.

Il Consiglio Nazionale degli Insegnanti di matematica (NCTM) e l'Associazione Nazionale per l'Educazione dei Bambini (NAEYC) ha pubblicato una Dichiarazione di posizione congiunta (2010) in cui si afferma che l'educazione matematica dai 3 ai 6 anni, se accessibile, impegnativa e di alta qualità, è la base per un futuro apprendimento della matematica.

Anche i programmi nazionali per la scuola dell'infanzia degli anni '90 del XX secolo e quelli attuali mettono in risalto l'importanza dell'apprendimento matematico nell'età prescolare.

Il testo degli *Orientamenti dell'attività educativa per la scuola dell'infanzia* del 1991 ne parla nel campo d'esperienza *Lo spazio, l'ordine, la misura* che dovrebbe rivolgersi “alle capacità di raggruppamento, ordinamento, quantificazione e misurazione di fatti e fenomeni della realtà e alle abilità necessarie per interpretarla e per intervenire consapevolmente su di essa”. Il programma sottolinea come “le abilità matematiche riguardino in primo luogo la soluzione di problemi mediante l'acquisizione di strumenti che possono diventare a loro volta oggetto di riflessione e di analisi” e mette in evidenza l'esigenza che la scuola orienti il bambino a riconoscere “l'esistenza di problemi e la possibilità di affrontarli e risolverli” (*Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali*, 1991: 17).

Negli *Orientamenti programmatici* croati per la scuola dell'infanzia del 1991, si consiglia di “abilitare i bambini a individuare i problemi, a porre le questioni, fare ipotesi, pianificare, valutare i rapporti, le caratteristiche comuni, le sequenze, i legami, gli eventi, le azioni, i risultati e saperli controllare con l'osservazione, con esperimenti facili, con l'attività pratica, con varie forme di espressione e creazione, con l'associazione di elementi, contando, misurando, ecc.” (*Programsko usmjerenje odgoja i obrazovanja predškolske djece*, 1991: 12-13).

Nelle *Indicazioni nazionali* italiane del 2012 sono precisati i traguardi di sviluppo per il campo d'esperienza *Numero e spazio*. Essi prevedono che il bambino impari a raggruppare e ordinare “oggetti e materiali secondo criteri diversi” a identificarne “alcune proprietà”, confrontare e valutare quantità, utilizzare “simboli per registrare”,

a eseguire “misurazioni usando strumenti alla sua portata”. Inoltre, il bambino dovrebbe imparare ad avere “familiarità sia con le strategie del contare e dell'operare con i numeri, sia con quelle necessarie per eseguire le prime misurazioni di lunghezze, pesi e altre quantità”. Per quanto riguarda lo spazio dovrebbe imparare a individuare “le posizioni di oggetti e persone nello spazio, usando termini come avanti/dietro, sopra/sotto, destra/sinistra, ecc.” e seguire “correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali” (Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia, 2012: 22).

I principi, i valori e le finalità fondamentali dell'educazione dei bambini in età prescolare nella Repubblica di Croazia sono riuniti nel Curricolo Nazionale per l'educazione della prima infanzia e prescolare (2014). Nella creazione di tale documento sono state prese in considerazione le teorie e le pratiche educative mondiali e croate, basate su ricerche scientifiche e professionali. Il Curricolo Nazionale promuove una comprensione moderna del bambino e dell'infanzia, il tutto nel rispetto dell'unicità e della dignità di ogni bambino. Vi si afferma che durante la prima infanzia e nell'età prescolare, la competenza matematica si sviluppa “incoraggiando il bambino a sviluppare e applicare il pensiero matematico nella risoluzione di problemi in diverse attività e situazioni quotidiane” (Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje, 2014: 28). Nel documento l'accento è posto sugli aspetti del processo di apprendimento e dell'attività personale del bambino per costruire le abilità logico-matematiche e sulla strategia della risoluzione di problemi da usare per svilupparle.

3. LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI COME STRATEGIA DIDATTICA

“Studiando i metodi per la risoluzione dei problemi, si scopre un altro aspetto della matematica. Sì, la matematica ha due volti: è la scienza severa di Euclide e qualcosa d'altro. Nell'assetto euclideo essa ci appare una scienza sistematica, deduttiva; ma nella pratica si rivela una scienza sperimentale, induttiva. Questi due aspetti sono nati insieme alla stessa matematica” (Polya, 1945: 9).

Per quanto riguarda l'apprendimento della matematica da parte dei bambini piccoli, non si pone solo la questione se insegnarla o meno, ma anche come dovrebbe essere insegnata. Infatti, la maggioranza degli studi sull'importanza dell'insegnamento precoce della matematica non approfondisce la questione del metodo migliore del suo insegnamento.

Negli ultimi decenni è stata posta molta attenzione sulla risoluzione dei problemi come strategia didattica da applicare nell'apprendimento scolastico. Hiebert e collaboratori (1997) sostengono che imparare a risolvere problemi in matematica è una delle abilità più importanti da imparare perché aiuta i bambini a sviluppare la capacità di risolverli anche nella vita reale e di applicare la matematica alle situazioni quotidiane. L'apprendimento di procedure matematiche è importante, ma è anche fondamentale dotare i bambini di forti capacità di *problem solving*, di ragionamento e di pensiero (Lester, 2003, Pehkonen et al., 2013) per fornire loro gli strumenti da usare in un futuro complesso e imprevedibile.

I bambini piccoli devono sviluppare le competenze di ragionamento matematico e di risoluzione dei problemi, infatti se l'educazione matematica deve promuovere il pensiero deve concentrarsi sul *problem solving*, perché tale strategia è il contesto in cui si sviluppa il loro pensiero matematico (Campbell, Carvey, 1992, Hiebert, Lefevre, 1986 in Eisenhart et al., 1993).

Le ricerche dimostrano che l'apprendimento di fatti e contenuti in matematica è importante ma non sufficiente. I bambini devono imparare a usare questi fatti per sviluppare le loro capacità di pensiero nella risoluzione dei problemi. Per questo l'abilità di risolvere problemi dovrebbe essere una delle componenti più importanti di qualsiasi programma o curriculum di matematica (Stacey, 2005, Cockcroft, 1982, Halmos, 1980, in Guzman Gurat, 2018). Quest'idea era già presente nel testo dei Programmi italiani per la Scuola Elementare del 1985 dove si legge: “Il pensiero

matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi...Di conseguenza, le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da esperienze concrete, che scaturiscono da esperienze reali del fanciullo" (Bartolini, Bussi, 2008: 248).

Davidson (1990) sottolinea l'importanza dei problemi in matematica in quanto essi fanno nascere una discussione e spesso possono essere risolti con diversi approcci. La discussione ha un ruolo di sostegno in relazione a compiti o comprensioni specifiche. Durante la discussione i bambini sono incoraggiati a riconsiderare le idee per chiarire il conflitto cognitivo, hanno l'opportunità di usare il pensiero creativo, condividono con gli altri le proprie idee e comprendono il pensiero altrui con più facilità. Per di più discutere con i compagni favorisce l'ascolto, la spiegazione e la riflessione che a loro volta aiutano il bambino a costruire una comprensione personale della matematica. L'opportunità di articolare i propri pensieri aiuta a organizzare le idee (Vygotskij, 1987, in Chung, 1994).

Un numero sempre maggiore di ricerche sottolinea che, per sviluppare le loro competenze matematiche, i bambini piccoli hanno bisogno di essere coinvolti in svariate e stimolanti attività matematiche concrete e non esercitazioni meccaniche (Seo, Ginsburg, 2004: 91). Dal punto di vista epistemologico, infatti, molti matematici sostengono come l'essenza del fare matematica sia il risolvere problemi, e qualcuno aggiunge che il miglior modo per imparare a risolverli sia quello di affrontarli (Halmos, 1975, in Halmos 1980). Secondo Wilson, Fernandez e Hadaway (2011) il *problem solving* ha un'importanza particolare nello studio della matematica. L'obiettivo principale dell'apprendere a risolvere problemi matematici è che i bambini inizino ad affrontarli nella vita reale e imparino ad applicare la matematica in situazioni concrete. Una delle principali difficoltà nell'apprendere a risolvere problemi è la necessità di possedere numerose abilità per diventare un efficace risolutore. Proprio queste abilità complesse rendono l'apprendimento del *problem solving* uno degli argomenti più difficili da insegnare (Dendane, 2009, in Guzman Gurat, 2018).

Purtroppo, l'insegnamento della matematica spesso si basa sull'apprendimento di tecniche di calcolo e formule, trascurando lo sviluppo di competenze relative alla costruzione di modelli per risolvere problemi e alla loro applicazione nelle situazioni reali. "Ciò riduce il potenziale didattico del contesto nel quale i bambini possono

essere coinvolti, ovvero si riduce quella parte del lavoro matematico autentico in cui sono messe in gioco fantasia, creatività, inventiva, controllo razionale e critico” che servono per risolvere un problema autentico (Sabena et al., 2019: 12). La risoluzione di problemi matematici richiede la capacità di applicare una varietà di strategie e modelli diversi (Leppäaho, 2018: 374) che i bambini dovrebbero imparare attraverso ripetute esercitazioni nel risolvere situazioni problematiche sotto la guida dell’insegnante.

3.1 Come applicare la strategia del *problem solving* con i bambini

Applicare la risoluzione dei problemi come strategia didattica richiede di far attenzione alla scelta delle situazioni problematiche, ai procedimenti nella risoluzione dei problemi, al ruolo del bambino e dell’educatrice/insegnante.

3.1.1 La scelta delle situazioni problematiche

Scegliere le situazioni problematiche è un compito molto delicato per ogni insegnante (Sabena et al., 2019). Si può ricorrere alla storia della matematica che è un’ottima fonte di problemi storici interessanti che stimolano le capacità di *problem solving* (Wilson, Chauvot, 2000). Anche se si tratta di problemi antichi, il modo di risolverli contribuisce allo sviluppo di metodi di soluzione moderni (Swetz, 1994, in Baki, Yildiz, 2013) e allo sviluppo del pensiero matematico (Liu, 2003 in Baki, Yildiz, 2013). I problemi storici devono avere una forma che faccia riflettere gli allievi in modo logico e rafforzi le loro competenze matematiche, per questo motivo, gli obiettivi dell’utilizzo di problemi tratti dalla storia della matematica devono essere ben chiari (Kar, Ipek, 2009 in Baki, Yildiz, 2013).

Secondo Swetz (1994, in Baki, Yildiz, 2013) i problemi storici possono essere utilizzati ancora oggi con i bambini per cinque motivi, ovvero perché catturano l’attenzione e consentono la discussione, migliorano la capacità di ragionamento dei bambini attraverso esempi tratti da culture e tempi diversi, sostengono l’insegnamento, fanno scoprire situazioni problematiche autentiche e promuovono la crescita delle competenze matematiche.

I problemi possono riguardare direttamente questioni matematiche, come esplorare una configurazione geometrica, una sequenza numerica o una tabella di valori, ma nella scuola dell'infanzia e nei primi anni della scuola primaria i problemi devono essere immersi in contesti reali o pseudo reali cui i bambini possono dare un senso a partire dalle loro conoscenze. I problemi autentici presentano una situazione in cui si vuole raggiungere una meta, ma non si sa come farlo e la matematica offre strumenti e tecniche specifiche per risolvere la questione (Sabena et al., 2019).

Secondo l'autrice Bartolini Bussi (2008) nella scelta delle situazioni problematiche bisogna far attenzione che esse rispondano alle seguenti caratteristiche:

- essere in accordo con la storia personale e scolastica dei bambini, con le loro esperienze, il presapere, le abilità
- essere in accordo con la vita familiare, il contesto sociale, le tradizioni
- tener conto degli aspetti individuale e collettivo dell'apprendimento
- offrire stimoli in accordo con la zona di sviluppo prossimale dei bambini
- fornire occasioni per diversi modi di rappresentazione in modo da facilitare il processo di risoluzione del problema
- fornire occasioni per riflettere sugli apprendimenti e sugli strumenti di pensiero usati
- fornire occasioni per arricchire la storia del gruppo con esperienze nuove.

Anche gli autori Lappan e Philips (1998) hanno studiato le caratteristiche principali di un buon problema di matematica e sostengono che i problemi devono:

- essere adeguati al livello di sviluppo matematico degli alunni
- essere vicino alla matematica che gli alunni stanno imparando
- richiedere giustificazioni e spiegazioni sia per le risposte che per i metodi di risoluzione.

Secondo gli stessi autori nella scelta dei problemi per insegnare abilità matematiche possono essere applicati i criteri di utilità del problema:

- contiene una matematica importante e utile
- richiede un livello alto di pensiero e di risoluzione di problemi
- contribuisce allo sviluppo concettuale
- crea un'opportunità per l'insegnante di valutare ciò che i suoi allievi stanno imparando e le loro difficoltà

- può essere affrontato dagli allievi in più modi, utilizzando diverse strategie di soluzione
- permette di prendere decisioni e difendere posizioni
- incoraggia l'impegno e il discorso
- promuove l'uso sapiente della matematica
- offre l'opportunità di mettere in pratica abilità importanti.

Naturalmente, non tutti i problemi includono gli elementi sopra elencati. A volte, si sceglie un problema perché gli alunni hanno bisogno di un'opportunità per esercitare una certa abilità (in Stramel, 2021).

3.1.2 I procedimenti di risoluzione delle situazioni problematiche

Per quanto riguarda la soluzione delle situazioni problematiche, l'autrice Stramel (2021) consiglia di considerare i bambini come dei piccoli matematici. I matematici di solito si prendono del tempo per ragionare e analizzare un problema, allo stesso modo si deve concedere ai bambini il tempo necessario per elaborare il problema e alla fine trovare una soluzione. I bambini, dopo aver risolto un problema, cercheranno supporto e approvazione da parte dell'insegnante che dovrebbe spronarli a spiegare la risposta data, facendoli ragionare e dimostrare a tutti che la soluzione trovata è quella migliore. I problemi sui quali lavorano i matematici sono complessi. Piuttosto che promuovere la memorizzazione meccanica di procedure di calcolo, si dovrebbe porre gli alunni in situazioni problematiche nuove che risvegliano il loro pensiero con problemi complessi in grado di stimolare la creazione di idee innovative.

I matematici provano soddisfazione quando risolvono dei problemi, sono orgogliosi delle loro soluzioni e degli obiettivi che raggiungono. Allo stesso modo i bambini, dopo aver risolto un problema da soli, si sentono soddisfatti, fieri e consapevoli delle loro capacità, soprattutto quando hanno avuto la possibilità di utilizzare i propri processi di pensiero per arrivare all'obiettivo che si sono posti. Questo processo di scoperta di idee nuove, di utilizzo dei processi di pensiero consente ai bambini di stabilire connessioni con le conoscenze precedenti e le esperienze di vita reale. Inoltre, un fattore molto importante è usare i tentativi falliti come una strada essenziale per arrivare alle soluzioni, tanto che, secondo i matematici, è più importante il processo di ragionamento che ottenere una risposta (Stramel, 2021).

Procedimenti più precisi nella risoluzione dei problemi sono stati offerti dagli studi nel campo della psicologia cognitiva. Man mano che essa progrediva come disciplina, l'interesse e gli sforzi sono stati diretti verso i processi mentali dell'apprendimento e della risoluzione dei problemi. Le conoscenze necessarie per risolverli sono concettualmente di due tipi. La conoscenza dichiarativa è sapere i dati, cioè conoscere i fatti, le teorie, gli eventi e gli oggetti. La conoscenza procedurale è sapere come fare qualcosa e comprende l'uso di abilità motorie e strategie cognitive. Ambedue sono attivate nella memoria di lavoro durante la risoluzione dei problemi. Gli psicologi che riconoscono l'esistenza di tali conoscenze ritengono che esse siano distinte e allo stesso tempo interdipendenti e interagiscano in vari modi durante la soluzione dei problemi (Collins, 1993 in Ginsburg, Amit, 2008).

Un primo approccio cognitivo alla soluzione dei problemi consiste nell'identificare le fasi mentali attraverso le quali procede la soluzione dei problemi. Wallas (1926, in Yaftian, 2014), un noto cognitivista, ha sviluppato un modello di risoluzione dei problemi in quattro fasi:

1. preparazione, ovvero definizione del problema e raccolta di informazioni rilevanti per lo stesso;
2. incubazione, cioè pensare al problema a livello subconscio;
3. ispirazione, ovvero un'improvvisa idea per la soluzione del problema;
4. la verifica, cioè controllare che la soluzione sia corretta.

Successivamente Polya (1945) ha descritto queste quattro fasi nel seguente modo:

1. comprendere il problema, ovvero cercare di capire che cosa viene chiesto, quali sono le informazioni note e quali mancano;
2. elaborare un piano per risolvere il problema, considerando se il tipo di problema è noto e scegliendo il procedimento più appropriato;
3. risolvere il problema realizzando il piano e valutando se i passaggi sono corretti;
4. guardare indietro e verificare se la risposta ha senso (Polya, 1973: 5–6 in Kaitera, Harmoinen, 2022).

3.1.3 La rappresentazione dei problemi

Il *problem solving* è una pratica importante nell'educazione, poiché permette agli allievi di dare un significato ai concetti contestualizzandoli. Nella bibliografia sul tema si mette in evidenza che lo sviluppo delle abilità di *problem solving* dipende fortemente dallo sviluppo delle abilità di rappresentazione dei problemi. Questa, a sua volta, sembra essere collegata alla capacità dei bambini di comprendere non solo le informazioni esplicite del problema, ma anche quelle implicite, e di collegare entrambe alle loro conoscenze precedenti. Nel *problem solving* sembrano avere un ruolo diverso le rappresentazioni che vengono fornite con il testo dei problemi e quelle che i risolutori costruiscono da soli per supportare la loro attività cognitiva durante la soluzione dei problemi. Le rappresentazioni giocano un ruolo cruciale nella risoluzione dei problemi in particolare quando si trattano concetti astratti, come nel caso dei problemi matematici. Per questo occorre prestare particolare attenzione a livello didattico, poiché i bambini assimilano facilmente i concetti astratti se basati su rappresentazioni chiare, ma trovano difficile l'uso di rappresentazioni multiple di uno stesso concetto (Dettori, Giannetti, 2004). Durante lo sviluppo delle abilità di *problem solving* bisogna far attenzione non solo all'acquisizione di procedure o strategie risolutive, ma anche allo sviluppo della capacità di rappresentazione dei problemi (Abidin, Hartley, 1998 in Dettori e Giannetti, 2004). Il primo passo da compiere quando si affronta un problema è quello di interpretare le informazioni date, che di solito sono espresse in forma verbale, e di trasformarle in una rappresentazione strutturata concreta o mentale, che sottolinei e chiarisca la relazione tra i dati e tra i dati e l'obiettivo del problema.

Alcuni studi sperimentali di Lewis (1989, in Staub, Stern, 1997) mostrano che la maggior parte degli errori dei bambini nella risoluzione dei problemi deriva da rappresentazioni errate del problema. Cifarelli (1998, in Dettori e Giannetti, 2004) suggerisce che il successo di chi è in grado di risolvere un problema dipende in gran parte dalla sua capacità di costruire rappresentazioni appropriate e di utilizzarle come ausilio per la comprensione delle informazioni date e delle relazioni tra le parti. Le rappresentazioni del problema sono costituite da processi cognitivi che possono andare da semplici meccanismi percettivi, al livello più basso, a meccanismi cognitivi di alto livello di controllo centrale, come la memoria di lavoro, l'attenzione, l'interpretazione, la comprensione, il recupero della memoria, l'apprendimento, il

processo decisionale e così via, implicando livelli crescenti di astrazione (Zhang, 1997).

Secondo Bartolini Bussi (2008) la rappresentazione è una fase molto importante nella risoluzione dei problemi. Il termine rappresentazione viene usato con significati diversi, l'aspetto in comune è che in ogni caso si usa una cosa al posto di un'altra. Qualche volta la rappresentazione si può pensare come una relazione binaria, tra un universo di soggetti e un universo di oggetti che li rappresentano. Altre volte, è più utile pensare alla rappresentazione come una relazione ternaria, in cui interviene un soggetto che rappresenta oggetti del mondo reale con immagini o parole. Quest'ultima visione viene usata nelle ricerche sui processi cognitivi quando è importante distinguere tra:

- rappresentazione interna, intesa come processo di ricostruzione mentale dell'esperienza. In questo caso, viene usata per creare nella memoria l'immagine del prodotto immagazzinato, in una qualche forma.
- rappresentazione esterna, intesa nel senso di produzione di comportamenti o raffigurazioni che riflettono l'esperienza o la rappresentazione mentale di essa. Si tratta dei prodotti esterni della rappresentazione mentale espressa attraverso un medium qualsiasi (linguaggio, disegno, azione, ecc.) che il bambino crea nel corso dell'attività (Bartolini Bussi, 2008).

Osservare direttamente le rappresentazioni mentali non è possibile. I prodotti esterni delle stesse sono gli unici indizi che l'osservatore può raccogliere sull'attività cognitiva del bambino che si può dedurre facendone l'analisi e traendo conclusioni. Bartolini Bussi (2008) afferma che la rappresentazione esterna costituisce un mezzo che serve al bambino per distanziarsi dall'azione e organizzare l'attività cognitiva costruendo nuove conoscenze. Infatti, partendo da una situazione problematica, affrontata attraverso strumenti matematici, la rappresentazione viene vista come una componente essenziale dell'attività di distanziamento spaziale e psicologico tra il soggetto e la situazione, che si compie attraverso l'impiego dell'immaginazione per ripensare o prevedere oggetti o eventi, eliminando i dati inutili e costruendo un significato della situazione problematica che contiene già in sé un indizio per arrivare alla soluzione. Partendo da un problema verbale, una prima funzione della rappresentazione è finalizzata alla comprensione del testo, cioè alla ricostruzione di una situazione problematica che ne esprime il significato. Nella fase di soluzione di

un problema, la rappresentazione ha, certe volte, una funzione generatrice, mirata alla costruzione di uno strumento di soluzione. In questa fase, la capacità di muoversi liberamente tra diversi tipi di rappresentazione è molto importante: da rappresentazione grafica a ragionamento ad alta voce, a dichiarazione verbale della strategia presa in considerazione e viceversa (Bartolini Bussi, 2008).

Al centro del problema della rappresentazione sta il rapporto tra i tre livelli di oggetti: il referente, il significato e il significante. Il livello del referente rappresenta il mondo reale, così come appare al soggetto nella sua esperienza. Il livello del significato comprende ciò che viene costruito “nella testa” del soggetto attraverso un processo di riduzione selettiva del referente, così come viene percepito. È un livello individuale che porta, all’interno di una certa cultura, al confronto dei significati e alla costruzione di significati condivisi da più soggetti. L’ultimo livello, quello del significante è costruito a partire da diversi sistemi simbolici che possono essere usati per ri-rappresentare i significati (linguaggio verbale, grafico, gestuale). Le ri-rappresentazioni sono costruite personalmente, ma tendono all’universalità, a cui si può arrivare attraverso la comunicazione con gli altri (Bartolini Bussi, 2008).

I concetti di cui si occupa la matematica non sono oggetti reali, ma rappresentazioni mentali ovvero significati, manipolati tramite sistemi simbolici come la numerazione, gli schemi, i disegni geometrici, ecc. La costruzione del significato è cruciale in matematica ed è un aspetto problematico nell’insegnamento della stessa perché spesso si dà più importanza al significante (numeri, formule, ...) che alla costruzione del significato (rappresentazione mentale) del bambino. I numeri, ad esempio, vengono manipolati attraverso la loro rappresentazione simbolica (cifre arabe) usando la scrittura posizionale in base dieci. Quest’ultima è convenzionale e si basa su un insieme di regole che non sempre sono comprese dai bambini che tendono a identificare i numeri con i loro simboli (Bartolini Bussi 2008).

Data l’importanza del *problem solving* nell’educazione, lo studio delle rappresentazioni che gli allievi formano quando risolvono i problemi è un argomento di interesse sia educativo che della ricerca. Uno degli obiettivi degli educatori è far raggiungere ai bambini una buona comprensione dei diversi modi di rappresentare, farli usare in modo efficace e ricorrervi spontaneamente durante la risoluzione dei problemi, poiché da ciò dipende il successo nella ricerca della soluzione (NTCM,

1989, 2000, 2006, in Villegas, Castro, Gutierrez, 2009). Il processo di rappresentazione, in una certa misura, è analogo al processo di modellazione, ma si svolge a un livello diverso: nella modellazione la situazione o il sistema con cui si lavora è fisico e il modello è matematico, mentre nella rappresentazione l'oggetto da rappresentare è la struttura matematica e il modello è mentale (Dreyfus, 1991).

La capacità di rappresentazione non è innata né banale da acquisire. D'altra parte, è essenziale per la risoluzione dei problemi e per l'apprendimento. Nonostante la sua importanza, di solito non viene insegnata esplicitamente a scuola, né esiste una tradizione consolidata al riguardo. Attualmente, però, viene considerata con sempre maggiore attenzione e diversi autori hanno affrontato la questione.

Lewis (1989 in Staub, Stern, 1997) riporta un'esperienza sullo sviluppo delle capacità rappresentative dei bambini in relazione alla risoluzione di problemi aritmetici. L'approccio riportato consiste nell'addestrare gli allievi a riconoscere il tipo di problema che stanno risolvendo, in modo da saper scegliere la rappresentazione migliore per ogni classe di problemi.

Callejo (1994, in Prada Núñez, Marmolejo, Mulema, 2020) sulla base di un'ampia analisi delle attività di *problem solving* osserva che la prima rappresentazione utilizzata in un processo di soluzione gioca un ruolo cruciale nel guidare i bambini verso una buona soluzione o nel fuorviarli e bloccarli. Per questo motivo, sostiene che è necessario insegnare ai bambini a riflettere sulla scelta delle rappresentazioni e a reagire criticamente alle scelte automatiche, dovute alle abitudini quotidiane, che li portano ad associare tipi di rappresentazione e approcci risolutivi.

Bagni (2000, in Dettori e Giannetti, 2004) osserva che molti bambini nell'apprendimento della matematica cercano di risolvere un problema utilizzando solo il codice rappresentazionale più comune, considerato in modo esplicito nel campo. È importante notare che questo comportamento non influisce necessariamente sulle prestazioni dei bambini in semplici situazioni di *problem solving*, ma ostacola lo sviluppo della capacità di coordinare diversi codici di rappresentazione e di acquisire competenza rappresentativa. Egli sostiene che l'insegnamento può favorire lo sviluppo della competenza rappresentazionale coinvolgendo esplicitamente i bambini nella produzione di varie rappresentazioni e incoraggiandoli a riflettere sui loro significati.

3.2 Il ruolo delle insegnanti nell'apprendimento delle abilità matematiche

Gli approcci didattici tradizionali si concentrano spesso sull'apprendimento meccanico di fatti e procedure matematiche. Non è difficile notare come i bambini possano eccellere negli esercizi di routine, quelli che hanno già visto ed esercitato, ma non riescano a risolvere problemi che differiscono da quelli che hanno incontrato in precedenza (OECD, 2014).

Naveri e collaboratori (2011: 169, in Pehkonen, Naveri, Laine, 2013) sottolineano che, se gli insegnanti si affidano a compiti di routine per presentare ai bambini concetti matematici, anche l'apprendimento dei bambini rimarrà a livello di routine, senza una comprensione reale del perché si applicano i procedimenti matematici indicati dall'insegnante. Le abilità di pensiero matematico possono essere sviluppate attraverso la soluzione di problemi solo se essi vengono utilizzati per promuovere una comprensione più profonda e la ricerca autonoma di soluzioni adeguate (Schoenfeld, 1985, Lester, 2003, Leppäaho, 2018).

Le strategie degli educatori per stimolare i bambini a pensare mentre costruiscono le conoscenze matematiche sono essenziali per mantenerli attenti e interessati all'apprendimento. Gli educatori efficaci sono quelli che riescono a stimolare gli allievi ad apprendere (National Research Council, 1989 in Stramel 2021). Essi possono creare situazioni che invitano i bambini a usare il ragionamento, possono indurre conflitti cognitivi e presentare problemi per stimolarli a trovare una soluzione (Forman, Fosnot, 1982). Gli educatori efficaci possono adattare le componenti dell'attività per consentire ai bambini di partecipare in base al loro livello di pensiero. Possono facilitare le discussioni matematiche tra gli allievi e agire come partecipanti nel far progredire le attività matematiche verso l'obiettivo dell'apprendimento. Quando il bambino è in difficoltà, l'insegnante può stimolarlo a utilizzare altri punti di vista per ripensare al problema o può suggerirgli di concentrarsi su ciò che deve essere compreso meglio (Vygotskij, 1978, in Chung, 1994).

Secondo il Consiglio Nazionale degli Insegnanti di Matematica (NCTM, 2010) le insegnanti devono motivare i bambini a interessarsi alla matematica e attraverso essa dare senso al loro mondo, costruire conoscenze di base prendendo spunto dalle esperienze vissute dai bambini e dal loro presapere. Per lavorare in modo adeguato con i bambini, l'insegnante deve conoscere bene il loro livello di sviluppo

linguistico, fisico, socio-emotivo e cognitivo. Un altro suggerimento dato dalle insegnanti di matematica è quello di rafforzare i processi di ragionamento e di risoluzione dei problemi, nonché rappresentare, comunicare e collegare concetti matematici. Per quanto riguarda la progettazione curricolare stesa dalle insegnanti, essa dev'essere coerente e compatibile con le sequenze di idee matematiche dei bambini, deve integrare la matematica con le altre attività didattiche e, nel realizzarle, commentare con i bambini le loro concezioni matematiche. Infine, sostengono che per tali esperienze bisogna avere molto tempo a disposizione, preparare materiale assai ricco e basarsi sul gioco attraverso il quale i bambini scoprono nuove idee matematiche e le mettono in atto (Joint Position Statement, NCTM, 2010).

Come sottolinea Leppäaho (2018: 368), la risoluzione di problemi matematici si impara solo esercitandosi ripetutamente. In tal caso la matematica deve essere insegnata attraverso il *problem solving* (Schoenfeld, 1985, Hiebert, 2018 in Praetorius, Charalambous, 2023) che permette ai bambini di impegnarsi in compiti significativi e ricchi di possibili soluzioni. Invece di apprendere superficialmente le procedure di calcolo, i bambini sviluppano la comprensione dei concetti e dei metodi matematici. Per questo dovrebbero avere la possibilità di esplorare una varietà di problemi diversi e sconosciuti, anche se non padroneggiano ancora certi metodi e algoritmi (Goldenberg et al., 2003: 28 in Kaitera e Harmonen, 2002). È importante che gli educatori rispondano alle iniziative dei bambini e le sostengano. Durante l'interazione con i piccoli devono presentare situazioni che attirano la loro attenzione e mantenere il loro interesse discutendo e facendo domande senza giudicare. Anche le interazioni sociali durante il gioco libero facilitano lo scambio di prospettive e soluzioni alternative (Davis 1990, in Chung 1994).

Nel promuovere lo sviluppo delle competenze matematiche è molto importante creare un ambiente interessante, stimolante, ricco e sicuro (Slunjski, 2006) per consentire al bambino di indagare, esaminare, scoprire e trarre conclusioni sulle esperienze vissute. I concetti matematici s'intrecciano in molte attività del bambino, sono usati quotidianamente e ogni attività nasce proprio dalla sua esperienza. Tali concetti vengono assimilati dal bambino nelle "attività integrate, autentiche e interconnesse che per il bambino hanno senso" (Slunjski, 2003: 15, in Lamza, 2021).

Gli insegnanti devono rendersi conto dei vantaggi provenienti dalla creazione di un ambiente di apprendimento che coinvolga i bambini nell'investigazione dei problemi e nella ricerca di soluzioni in modo attivo (Pehkonen et al., 2013: 13). L'ambiente della scuola dell'infanzia è visto come terzo educatore, un termine che deriva dalla pedagogia di Reggio Emilia (Gandini, 2002, in Zeynep Inan, 2009). La qualità dei materiali, dei mobili e degli oggetti che circondano il bambino aiutano a stimolare il suo apprendimento e migliorano il suo benessere (Edwards, Gandini, 2015). Ciò significa che l'ambiente circostante deve essere organizzato e strutturato sotto forma di centri di attività, ricchi di materiali, strumenti di ricerca, giochi vari e materiali per sperimentare e costruire in modo da incoraggiare i bambini a giocare e farli sentire a proprio agio nella scuola d'infanzia (Miljak, 2015).

L'autrice Slunjski (2012) afferma che lo spazio deve avere un alto potenziale educativo oltre che estetico in modo che il bambino possa partecipare attivamente a tutte le esperienze didattiche. Inoltre, lo spazio della scuola d'infanzia e i materiali proposti devono essere adattati ai bambini e devono fungere da stimolo alla ricerca e all'esplorazione. L'educatore, visto come un fattore chiave nell'ambito sociale del bambino, ha un ruolo fondamentale nell'organizzazione dello spazio, nella scelta dei materiali e nella creazione di un ambiente stimolante in cui il bambino può imparare in modo indipendente (Slunjski, 2011).

Anche Marendić (2010) sottolinea che nel processo di sviluppo delle abilità logico-matematiche è estremamente importante il ruolo degli educatori. Il loro lavoro in questo settore include i seguenti compiti:

- aiutare il bambino ad ampliare o migliorare le conoscenze esistenti ricostruendo le sue conoscenze matematiche informali
- permettere al bambino di esprimere liberamente le proprie strategie
- garantire un'atmosfera in cui la conoscenza del bambino sia costruita attraverso la discussione legata alla risoluzione di problemi
- mettere il bambino di fronte a un conflitto cognitivo che lo faccia ragionare, riflettere, trarre conclusioni e trovare soluzioni
- preparare materiali manipolativi e tutto il necessario per l'apprendimento tramite esperienza
- garantire la risoluzione dei problemi condivisa, lo scambio di strategie e incoraggiare l'interazione sociale

- garantire un ambiente ricco con situazioni complesse che incoraggino la risoluzione di problemi (Marendić, 2010).

Tutto ciò porta alla conclusione che nella scuola dell'infanzia gli educatori hanno un ruolo molto importante nell'apprendimento matematico, nonché nello sviluppo di atteggiamenti positivi dei bambini nei confronti della matematica.

4 ATTIVITÀ E GIOCHI PER SVILUPPARE IL PROBLEM SOLVING

I problemi da proporre ai bambini devono essere autentici e significativi, legati alla vita quotidiana e non solo esercizi ripetitivi che richiedono un calcolo meccanico. I giochi e le attività possono fornire un modo interessante e significativo di apprendimento per i bambini, che possono esplorare le conoscenze matematiche in situazioni pratiche in cui interiorizzano i concetti matematici osservando, incontrando conflitti cognitivi e seguendo le regole (Baroody, 1987, in Chung, 1994). Il gioco incoraggia i bambini a essere attivi nel risolvere i problemi, inoltre i giochi di gruppo offrono ai bambini l'opportunità di assumere diversi punti di vista. Durante i giochi di gruppo i bambini sono altamente motivati a essere attenti, curiosi, critici e fiduciosi nella loro capacità di risolvere i problemi e di comunicare le loro idee (Baratta-Lorton, 1976, in Chung, 1994).

Durante la realizzazione delle attività didattiche, è fondamentale fornire molte possibilità ai bambini di costruire relazioni e concetti alla loro portata. Le attività devono presentare situazioni aperte a molte soluzioni nonché fornire un elevato grado di libertà d'azione e incoraggiare i bambini a esplorare con metodi diversi. Le situazioni aperte danno ai bambini una base sicura da cui partire per cercare le proprie risposte in modo autonomo, senza paura di sbagliare. Sono i bambini stessi a decidere in quali attività impegnarsi e come lavorare con i materiali e gli oggetti forniti (Forman Fosnot et al., 1982, in Chung, 1994).

La categorizzazione dei problemi è stata studiata e descritta da Heller e Greeno (1978, in De Corte et al., 1985). I due autori hanno differenziato i problemi legati a cambiamenti, combinazioni, confronti ed equità. Nella prima categoria sono inclusi i problemi legati a cambiamenti che si riferiscono a situazioni in cui un evento aumenta o riduce il valore quantitativo, ad esempio:

Anna ha 3 mele. Giovanni le dà ancora 2 mele. Quante mele ha Anna ora?

La seguente categoria fa riferimento ai problemi nei quali vengono presentati due insiemi che devono venir uniti in un insieme unico, ad esempio:

Anna ha 3 mele. Giovanni ha 2 mele. Quante mele hanno insieme?

La terza categoria è quella dei problemi che trattano i confronti. In questi compiti vengono presentate due quantità che vengono confrontate ed è necessario trovare la differenza tra loro, ad esempio:

Anna ha 3 mele. Giovanni ha 2 mele più di Anna. Quante mele ha Giovanni?

L'ultima categoria è quella delle equivalenze, il suo obiettivo è di modificare la quantità di uno dei due insiemi per far sì che entrambi abbiano la stessa quantità, ad esempio:

Anna ha 2 mele. Giovanni ha 4 mele e ne dà una ad Anna. Quante mele ha ora ciascuno?

Le prime due categorie di problemi sono le più facili da risolvere, infatti anche i bambini in età prescolare li hanno risolti in maniera corretta (Geary, 1996). Invece i problemi di confronto e equivalenza risultano complicati non solo per i bambini in età prescolare, ma anche per quelli che frequentano la prima classe elementare.

Oltre a problemi di carattere matematico, Sabena e collaboratrici (2019: 15) propongono problemi extra-matematici ma fortemente matematizzati tratti da campi culturali come:

- a) le attività economiche (es. gioco del mercatino, gioco della banca, organizzazione di viaggi turistici, produzione di un'azienda)
- b) il tempo cronologico (calendario della settimana, del mese, dell'anno, delle stagioni; misurazione del tempo con l'orologio o con strumenti non standardizzati)
- c) lo spazio (mappe di edifici, di percorsi, di località, progetti di costruzioni; misurazione di superfici)
- d) le ricette di cucina (quantificazione e misurazione degli ingredienti, l'ordine di preparazione, tempo e temperatura di cottura, proporzione)
- e) i giochi tradizionali (es. gioco dell'oca, settimana, girotondo, ... con competenze relative ai numeri e allo spazio)

f) l'uso di strumenti (es. bilancia, frullatore, orologio, distributore di bevande, lettore dei biglietti d'autobus...).

Per aiutare i bambini a sviluppare la capacità di *problem solving* si può stimolarli anche con giochi d'incastro, giochi di strategia (giochi da tavolo come dama, scacchi, tris, forza 4), indovinelli, la caccia al tesoro, la scatola sensoriale, il gioco acqua-fuoco, giochi di ruolo e simbolici. Inoltre, si può presentare ai bambini giochi di associazione come, ad esempio, associare l'animale con l'ambiente in cui vive, attività di classificazione, cioè suddividere gli oggetti in classi, categorie, porre i bambini in situazioni problematiche chiedendo loro di abbinare le ciabattine uguali, potenziando così l'abilità di far corrispondere due oggetti, indumenti, giochi o qualsiasi materiale che vogliamo usare per svolgere l'attività. Attività di seriazione, durante le quali i bambini sviluppano la capacità di creare una serie alternata, osservando ad esempio un modello che devono riprodurre, oppure attività di ordinamento per grandezza o riordinamento delle sequenze temporali (Ricchiardi, Coggi, 2011).

Bartolini Bussi (2008) sostiene che la situazione problematica non deve per forza essere legata alla matematica, essa può essere pensata e costruita in funzione all'obiettivo didattico che l'insegnante si propone o semplicemente per mettere i bambini davanti a situazioni reali della vita quotidiana. Tra le esperienze più frequenti che possono essere sfruttate nella scuola dell'infanzia per introdurre situazioni problematiche sono le attività tradizionali, quelle di routine e i giochi. Le attività di routine come l'appello, la registrazione del tempo atmosferico, la preparazione del calendario settimanale degli incarichi, la preparazione del calendario dei compleanni, l'apparecchiare i tavoli, la disposizione delle brandine per la siesta, forniscono esperienze in cui sono presenti aspetti che si possono quantificare, ordinare, comprendere e rappresentare attraverso l'uso di strumenti matematici. Anche molti giochi offrono spunti significativi al riguardo. Inizialmente il gioco costituisce un'attività individuale basata sull'imitazione della realtà e utile per apprendere il linguaggio verbale. In seguito esso assume un carattere collettivo importante per la socializzazione e come strumento per creare situazioni problematiche. Una particolare importanza hanno i giochi con le regole che richiedono il superamento e la soluzione di problemi riferibili a tre ambiti:

- linguaggio: comprensione, esposizione e invenzione di regole

- socializzazione: rispetto delle regole
- abilità di natura matematica: ordine e organizzazione del comportamento.

Per i bambini non è facile comprendere le regole e spesso, dopo una spiegazione verbale bisogna fare esempi concreti di realizzazione del gioco. Ancor più i bambini si trovano in difficoltà nel dover spiegare le regole a qualcun altro, causa limitate capacità logiche e di espressione verbale. Accettare e rispettare le regole poi, richiede loro uno sforzo notevole, ma indispensabile per prendere parte ad attività ludiche di gruppo. Infine, il gioco fornisce l'occasione di creare situazioni problematiche nuove quando i bambini hanno la possibilità di modificare il gioco imparato, inventando regole originali (Bartolini Bussi, 2008).

Molte potenzialità da sfruttare per introdurre situazioni problematiche hanno sia i giochi tradizionali spontanei (il gioco del ruba bandiera, la giostra, la campana, il girotondo, la corsa al salto, le conte, il trenino) come pure i giochi strutturati. Scegliere i primi o i secondi esige che la struttura del gioco non sia artificiosa e slegata dagli interessi dei bambini. Per l'esecuzione di un gioco ai bambini sono necessarie abilità come le corrispondenze (associare a ogni verso di una filastrocca un dito o un gesto, assegnare ad ogni bambino un ruolo e una certa posizione, ecc.), le classificazioni (riconoscere i componenti della propria squadra e gli avversari, saper distinguere tra i compagni già fatti prigionieri e quelli ancora da catturare, ecc.) e tante altre (Bartolini Bussi, 2008).

I bambini in età prescolare sono in grado di risolvere problemi complessi, sia durante le attività didattiche proposte dalle educatrici che nella routine quotidiana nella scuola dell'infanzia dove i bambini vengono costantemente a contatto con situazioni problematiche. Nel libro di Lise Tourtet (1987) i problemi vengono classificati nel seguente modo:

- problemi di accesso al simbolo: ricerca del simbolo per trasmettere brevemente un messaggio agli altri in quanto esso, essendo un disegno semplificato, consente di procedere in modo rapido e sintetico. In questo caso si possono rappresentare ricette di cucina, danze, giochi, messaggi, codificare e decodificare poesie.
- problemi di logica: durante l'infanzia il pensiero dei bambini è caratterizzato da uno schematismo prelogico, legato ai dati ottenuti dalla percezione. Con il

passare del tempo il bambino inizia a ragionare in forma analogica ed è in grado di passare da un'informazione all'altra senza confondersi. Alcune attività che sviluppano la logica dei bambini sono il gioco del vero e falso, la composizione della figura umana, i puzzle, il domino, il tris, gli indovinelli.

- problemi di classificazione: lo scopo delle attività di classificazione è di raggruppare gli oggetti in due o più insiemi secondo due o più criteri. Per svolgere tali attività, i bambini devono notare somiglianze e differenze fra dati percettivi e usare i risultati trovati per raggruppare gli oggetti in modo adeguato. I criteri di classificazione sono molteplici, in base alla forma, al colore, alla consistenza, al materiale, al suono. Durante la classificazione di oggetti il cervello dei bambini elabora, analizza e memorizza informazioni nuove. Alcuni esempi concreti di classificazione sono: raggruppare i libri della biblioteca, raggruppare i mattoncini lego in base ai colori, raggruppare i fiori secondo la grandezza o il colore dei petali, ecc.
- problemi di relazioni: importanti per i bambini in quanto permettono loro di fare confronti, notare somiglianze, differenze, appartenenze a categorie, individuare legami di parentela e di uso. Per sviluppare la capacità di mettere in relazione oggetti, persone e altro si possono presentare ai bambini attività che richiedono di individuare, ad esempio, tra una serie di persone chi sia il più alto, quale oggetto è più pesante o lungo, ragionare sui legami di parentela ponendo domande come ad esempio: "Marco è il fratello di Sara?", "Maria e Greta sono sorelle?"
- problemi di corrispondenza: in questo caso i bambini devono abbinare un oggetto ad un altro, una persona a un oggetto, a un animale, abbinare un termine a un altro. È importante che i bambini siano in grado di svolgere attività di corrispondenza per determinare in modo semplice quale insieme è più/meno numeroso. Alcuni esempi di attività sono: abbinare la frutta con i bambini (a ogni bambino un frutto), abbinare le coppie di bambini per ballare, le ciabattine ai bambini, abbinare gli animali della fattoria con i loro habitat, ecc.
- problemi di strutturazione dello spazio: il dovere delle educatrici è aiutare i bambini a situarsi nel mondo che li circonda. Il primo punto di riferimento è lo schema corporeo per scoprire la posizione delle persone e degli oggetti

rispetto a se stesso e poi rispetto ad altri oggetti. I punti di riferimento sono utili perché rendono capaci i bambini di orientarsi nello spazio. Crescendo, i bambini impareranno a rappresentare lo spazio circostante e a inserirvi gli oggetti. Esempi di attività sono la scoperta dello spazio concreto dell'aula, del cortile, la rappresentazione di un gioco, di una danza, problemi di misura dello spazio e di orientamento nell'ambiente.

- problemi di alternanze ritmate (seriazione): per preparare i bambini alla scrittura di parole e numeri è necessario proporre attività che stimolino i bambini a ripetere una sequenza di oggetti, forme o colori sistemati secondo un certo ordine. Ad esempio, creare decorazioni di cornici, ghirlande, tappezzerie, corone di fiori...
- problemi di strutturazione del tempo: tutti i riferimenti allo scorrere del tempo si trovano nella memoria, i bambini piccoli vivono nel presente ma crescendo devono essere indirizzati a percepire la durata del tempo, a misurarlo e a orientarsi nel tempo. Le attività migliori per far sì che ne diventino capaci sono il riordinamento delle vignette di una storia, delle tappe di una passeggiata o di un gioco, riordinare le fasi di realizzazione di una ricetta, il ciclo di nascita degli animali o delle piante, ecc. (Tourtet, 1987).

Qualsiasi tipo di situazione problematica si decida di presentare ai bambini, si può seguire uno schema d'azione generale che, secondo Bartolini Bussi (2008), si adatta a molti casi particolari:

1. Prima dell'esperienza – preparare i bambini discutendo su ciò che si intende fare e raccogliendo le ipotesi su quello che pensano accadrà. In tal modo vengono motivati e stimolati a crearsi delle rappresentazioni mentali sulla situazione problematica.
2. Durante l'esperienza – indirizzare l'attenzione sulle ipotesi fatte e cercare di confermarle o falsificarle.
3. Dopo l'esperienza – ricostruire l'esperienza usando uno o più linguaggi: parole, disegni, schemi, azioni.
4. Dopo la ricostruzione – riflettere sull'esperienza vissuta e sugli strumenti di rappresentazione usati per attivare i processi metacognitivi sul proprio operare (Bartolini Bussi, 2008).

5 LA RICERCA EMPIRICA

5.1 Lo scopo generale e gli obiettivi specifici della ricerca

I bambini si trovano ogni giorno in situazioni problematiche che li portano a ragionare, confrontarsi, trovare soluzioni ed essere creativi. L'obiettivo generale della ricerca era osservare e analizzare le abilità logico-matematiche e le strategie usate dai bambini posti in una situazione problematica simile a quelle vissute nella vita quotidiana.

Gli obiettivi secondari erano:

- verificare le abilità di classificare secondo la grandezza, la quantità e altri criteri scelti da loro
- verificare le abilità di mettere in corrispondenza biunivoca
- verificare le abilità di realizzare alternanze ritmate (seriazioni)
- verificare le abilità di contare e ordinare oggetti secondo la quantità e la grandezza.

5.2 L'impostazione e la metodologia della ricerca empirica

In questa ricerca empirica è stato usato il metodo di osservazione del comportamento dei bambini in situazioni problematiche predisposte e preparate per consentire un aggancio concreto, legato all'esperienza. Come strumenti di registrazione dei dati raccolti sono stati usati le annotazioni delle discussioni individuali e collettive svolte e le fotografie delle "tracce" lasciate dai bambini per risolvere il problema.

Le attività che sono state proposte ai bambini per coinvolgerli e sollecitare l'uso delle loro abilità logico matematiche riguardano situazioni problematiche basate sulla classificazione, la corrispondenza, l'alternanza ritmata (seriazione) e l'ordinamento in base al numero e alla grandezza. In seguito, riporto le situazioni problematiche proposte ai bambini.

CLASSIFICAZIONE

Problema n. 1: Come raggruppare i libri della biblioteca scolastica?

Obiettivo: scegliere il modo di raggruppare i libri, esprimere le proprie idee, trovare più soluzioni

Materiale occorrente: i libri nell'angolo della lettura

Procedimento: Propongo ai bambini di mostrarmi i libri che hanno nell'angolo della lettura. Faccio notare ai bambini che i libri sono in disordine e propongo a loro di ordinarli. Chiedo loro come vorrebbero ordinare i libri e aspetto che mi indichino in quale maniera desiderano ordinarli e classificarli.

Problema n. 2: Come preparare sacchetti con lo stesso numero di caramelle?

Obiettivo: essere in grado di contare le caramelle, trovare il modo per avere lo stesso numero di caramelle nei sacchetti, esprimere le proprie idee e accettare quelle altrui, ragionare in maniera critica, riflessiva

Materiale occorrente: 20 caramelle, 4 sacchetti

Procedimento: Spiego ai bambini di voler organizzare una festa di compleanno e come regalo per gli invitati vorrei preparare dei sacchetti contenenti caramelle. Le caramelle sono tutte in un sacchetto grande e i bambini devono distribuirle in sacchetti più piccoli. Ogni sacchetto deve contenere lo stesso numero di caramelle.

Problema n. 3: Come raggruppare fiori di grandezza diversa?

Obiettivo: essere capaci di accorgersi che i fiori e i vasi sono di diversa grandezza, esercitare la capacità di *problem solving* e di classificazione, essere in grado di classificare i fiori di diversa grandezza nei vasi di diversa grandezza, essere in grado di distinguere e confrontare le varie grandezze, esprimere le proprie idee, riflessioni, opinioni, essere liberi di scegliere in che modo svolgere l'attività

Materiale occorrente: tre vasi di diversa grandezza (grande, medio, piccolo), fiori grandi (verdi e blu), fiori medi (verdi e blu), fiori piccoli (verdi e blu)

Procedimento: Porto dei fiori di plastica di grandezza diversa e chiedo ai bambini di sistemarli in tre vasi. Offro tre vasi di grandezza diversa. Chiedo loro come fare e se mi possono aiutare.

Problema n.4: Come raggruppare le carte da gioco?

Obiettivo: essere in grado di riconoscere le carte con il seme uguale, trovare nuove soluzioni o modi di classificare, esprimere le proprie idee

Materiale occorrente: le carte da gioco (carte per la briscola)

Procedimento: dopo aver mescolato le carte sul tavolo i bambini devono classificarle in base ai disegni (semi) in quattro mazzi

CORRISPONDENZA

Problema n. 5: Come trovare il paio di ciabattine di ciascun bambino?

Obiettivo: essere capaci di individuare le ciabattine uguali, essere in grado di abbinare le ciabattine uguali, saper accettare le opinioni altrui, esprimere le loro opinioni, idee

Materiale occorrente: le ciabattine dei bambini

Procedimento: Inizio chiedendo ai bambini: - Le ciabattine che indossate sono uguali o diverse da quelle dei compagni? Ho visto che nel guardaroba le ciabattine sono in disordine. Mi aiutate a metterle in ordine e assegnare a ogni bambino le sue? Andiamo nel guardaroba e chiedo ai bambini come possiamo fare per sistemare le ciabattine in modo da rimettere assieme ogni paio e indicare il posto dove riporle.

Problema n. 6: Come apparecchiare il tavolo per il pranzo?

Obiettivo: essere in grado di riconoscere e denominare le posate e gli altri oggetti a loro disposizione (piatti, salviettine, bicchieri), distribuire a ogni bambino soltanto una posata (un cucchiaio, un coltello, una forchetta), un piatto, una salviettina e un bicchiere, capire se il numero di bambini corrisponde al numero di posate, piatti, salviette e bicchieri distribuiti, essere capaci di notare che i piattini, bicchieri, posate e salviette in eccesso non servono

Materiale occorrente: 7 piatti, 8 cucchiari, 7 forchette, 8 coltelli, 6 salviettine e 7 bicchieri

Procedimento: Su un tavolo a parte metto a disposizione dei bambini piatti, salviette, bicchieri e posate. Chiedo loro: - Siete mai stati al ristorante con i genitori? Facciamo finta di giocare al ristorante. Chi vuole fare il cameriere e apparecchiare il tavolo?

SERIAZIONE / ALTERNANZA RITMATA

Problema n. 7: Come creare una collana sistemando le perline secondo un ordine preciso?

Obiettivo: decidere in modo autonomo l'ordine delle perline da seguire, rispettare l'ordine da seguire creando una seriazione, riprodurre un modello di sequenza osservato, essere attenti e creativi

Materiale occorrente: perline colorate (rosse, gialle, blu, verdi), fili colorati (bianco, rosa, viola, blu)

Procedimento: Preparare una grande quantità di palline di das forate e colorate per costruire la collana da regalare alla mamma per la Festa della donna. Formare la collana dopo aver concordato con i bambini l'ordine da seguire.

Problema n. 8: Come creare la cornice per la foto con una serie di forme uguali?

Obiettivo: scegliere l'ordine da seguire per creare la seriazione in modo autonomo, seguire un'alternanza ritmata, essere creativi

Materiale occorrente: cornici di cartone, tempere, spugne di diverse dimensioni e forme

Procedimento: Creare la cornice di cartoncino per la propria foto da regalare al papà. Decorare la cornice con forme varie ritagliate in precedenza, ma sistemate secondo un'alternanza ritmata decisa dai bambini stessi.

Problema n. 9: Come creare le corone su misura per i singoli bambini con decorazioni di forme ripetute secondo un'alternanza ritmata?

Obiettivo: trovare il modo di misurare la lunghezza delle corone da mettere sulla testa dei bambini, essere capaci di produrre una seriazione, capire che la serie di forme e colori si ripetono, essere creativi, esprimere le proprie idee

Materiale occorrente: corone fatte con cartoncino colorato, adesivi colorati a forma di fiori, farfalle, stelline, brillantini

Procedimento: Proporre ai bambini di creare le corone per la festa di compleanno di qualche compagno. Decorarle con adesivi alternati di forme/colori scelte dai bambini. Chiedere come possiamo creare le corone su misura di ciascun compagno/a.

ORDINAMENTO

Problema n. 10: Come costruire una torre con gli anelli colorati rispettando l'ordine di grandezza degli anelli e il numero di pallini neri scritti sugli anelli?

Obiettivo: riconoscere i colori, distinguere le dimensioni dei sassi messi a confronto, saper contare i puntini neri sugli anelli, essere in grado di costruire una torre con gli anelli ponendoli dal più grande al più piccolo o viceversa

Materiale occorrente: 7 anelli colorati di diverse dimensioni

Procedimento: I bambini hanno a disposizione sette anelli colorati di diverse dimensioni con i quali possono costruire delle torri, ponendo gli anelli uno sull'altro in base alla grandezza e ai puntini neri sopra disegnati.

Problema n. 11: Come togliere i bastoncini senza muovere gli altri?

Obiettivo: trovare un modo per raccogliere ogni bastoncino senza far muovere gli altri, essere in grado di capire quale bastoncino muovere per primo, confrontarsi con gli altri, mettere in atto le proprie idee, non arrendersi al primo tentativo

Materiale occorrente: bastoncino rosso, bastoncino blu e bastoncino giallo

Procedimento: Il gioco dello shangai (o mikado) consiste nel raccogliere i bastoncini, uno alla volta, senza fare muovere gli altri. Userò un gioco semplificato con soli 3 bastoncini, uno rosso, uno giallo e uno blu, messi in modo che il giallo stia sotto al blu e il blu sotto al rosso. La regola rimane la stessa ma, prima di agire, farò spiegare al bambino come pensa di fare.

Problema n. 12: Come costruire una torre con sassi di grandezza diversa senza che crolli?

Obiettivo: trovare un modo per non far cadere i sassi, riconoscere le diverse dimensioni dei sassi, esprimere le proprie idee

Materiale occorrente: 8 sassi di grandezza diversa

Procedimento: Metterò a disposizione dei bambini otto sassi piatti di grandezza diversa e chiederò loro di costruire una torre utilizzandoli tutti. La differenza di grandezza tra i sassi sarà notevole.

Problema n. 13: Come mettere in ordine crescente le carte da gioco?

Obiettivo: saper contare, riconoscere le quantità, essere in grado di ordinare le carte in modo crescente

Materiale occorrente: le carte da gioco (carte per briscola)

Procedimento: I bambini hanno a disposizione le carte da gioco (senza re, cavallo e fante) che devono mettere in ordine crescente (dal numero più piccolo a quello più grande).

Problema n. 14: Che cosa fare se ci sono cinque bambini e abbiamo solo tre lettini per farli riposare?

Obiettivo: saper contare il numero di lettini e bambini, trovare un modo per sistemare i bambini nei lettini, esprimere le proprie idee

Materiale: 5 bambolotti di grandezza diversa e 3 scatole di scarpe di grandezza diversa che sono i lettini

Procedimento: Proporre ai bambini di giocare a far finta di essere la maestra della scuola d'infanzia. In aula ci sono cinque bambini di età diversa, ma solo tre lettini per farli riposare. È un problema aperto che rende possibile applicare tante soluzioni.

5.3 I soggetti e la durata della ricerca

I soggetti della ricerca empirica erano i bambini del gruppo educativo Folletti dolci di 4 e i bambini del gruppo Tesorini di 6 anni che frequentano la scuola dell'infanzia Girotondo di Umago. La ricerca è stata realizzata dal 9 al 24 gennaio del 2024 e ha avuto una durata di 14 giorni, in tutto 14 ore. Alcune prove sono state svolte in gruppo e altre singolarmente, ma sempre in gruppi piccoli di quattro bambini alla volta.

5.4 Analisi dei risultati

Ogni situazione problematica proposta ai bambini è stata descritta, riportando i fatti essenziali accaduti, e poi commentata, analizzando gli aspetti più interessanti per la ricerca.

Problema n. 1: Come raggruppare i libri della biblioteca scolastica?

Età dei bambini: 4 anni

Per iniziare con l'attività ho detto ai bambini che i libri dell'angolo della lettura sono in disordine e dovevo trovare un modo per riordinarli. Due bambini hanno classificato i libri per grandezza, formando tre gruppi di libri, quelli grandi, i libri di media grandezza e quelli piccoli dicendo di voler sistemarli in questo modo nell'angolo della lettura. Altri due bambini hanno classificato i libri ponendo da una parte i libri con contenuti legati agli animali, dall'altra i libri con contenuti legati alle persone, ai mestieri, mentre i libri che sulla copertina avevano sia persone che animali venivano posti tutti insieme in un terzo gruppo.

Osservazioni: Ho notato che i bambini hanno classificato correttamente i libri per grandezza, soltanto che erano un po' insicuri quando dovevano scegliere come classificare un libro di media grandezza o di grandezza simile a un libro piccolo. In questo caso ho detto ai bambini di mettere i due libri vicini per osservare meglio le loro dimensioni e capire quale dei due fosse più piccolo e quale fosse più grande. Accostando i libri, i bambini sapevano distinguerli e poi li classificavano come secondo loro era giusto. Per quanto riguarda la distinzione tra i libri con contenuti sugli animali e sulle persone i bambini hanno notato che certi libri sulla copertina avevano il disegno sia di una persona che di un animale e hanno scelto in modo autonomo di classificarli in un gruppo a parte. Tutti e quattro i bambini erano attivi, interessati, pensavano a trovare la strategia migliore e hanno svolto l'attività con successo.

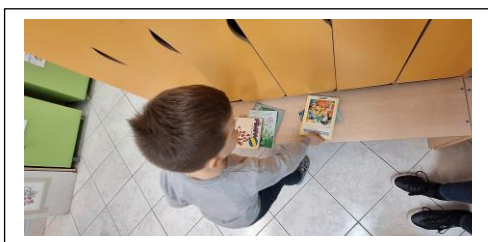


Immagine n.1: Classificazione dei libri



Immagine n.2: Classificazione dei libri

Età dei bambini: 6 anni

Per iniziare ho detto alle bambine che i libri dell'angolo della lettura sono in disordine e dovevo trovare un modo per riordinarli. Tutte e quattro hanno diviso i libri in diversi gruppi, si sono concentrate sulla loro grandezza e spessore. Erano molto attente a classificare bene i libri. Una bambina ha diviso i libri in quattro gruppi, prendendo in considerazione la loro grandezza e spessore, due bambine hanno formato cinque gruppi di libri e una bambina ha classificato i libri in sei gruppi.

Osservazioni: Le bambine erano molto concentrate nello svolgere l'attività in maniera precisa. Classificavano ogni libro molto attentamente, hanno formato più gruppi di libri e in ogni gruppo c'erano 2 o 3 libri simili per grandezza e spessore. Non mi aspettavo che le bambine svolgessero l'attività così precisamente, focalizzandosi anche sulle piccole differenze tra due libri. Non ho notato difficoltà da parte loro nello svolgere l'attività. Erano rilassate, attive e concentrate.



Immagine n. 3: Classificazione dei libri



Immagine n. 4: Classificazione dei libri

Problema n. 2: Come preparare sacchetti con lo stesso numero di caramelle?

Età dei bambini: 4 anni

I bambini hanno iniziato a dividere le caramelle mettendo nel primo sacchettino una caramella, nel secondo due, nel terzo tre e nel quarto quattro caramelle. Alla mia domanda: - Adesso il numero di caramelle nei sacchettini è uguale?, hanno risposto di sì, ma una volta contate le caramelle presenti in ogni sacchettino hanno notato che non era uguale. Anche dopo aver notato la differenza di quantità non sapevano cosa fare per rendere il numero delle caramelle uguale, toglievano una caramella, la inserivano in un altro sacchettino, aggiungevano caramelle, contavano, capivano che la quantità non è uguale ma non trovavano la soluzione per far sì che i sacchettini contenessero lo stesso numero di caramelle. Notando la loro difficoltà ho messo via

due sacchetti e ho diminuito il numero di caramelle, da venti a dieci e poi ho chiesto nuovamente di inserire lo stesso numero di caramelle nei due sacchetti. Soltanto due bambini hanno svolto correttamente l'attività, distribuendo nei due sacchetti cinque caramelle, mettevano prima una caramella in un sacchetto, poi una caramella nel secondo e così via, dopo aver usato tutte le caramelle le hanno contate e hanno capito che in ogni sacchetto ce n'erano cinque. Gli altri due bambini hanno iniziato mettendo in un sacchetto due caramelle, nell'altro tre, poi aggiungendo una caramella nel primo e così via fino ad utilizzare tutte e dieci. Alla fine, hanno contato le caramelle inserite nei due sacchetti, hanno notato che la quantità non è la stessa, ma continuavano a rifare l'attività senza aver trovato una soluzione efficace per risolvere il problema.

Osservazioni: Ho notato che l'attività era difficile per i bambini di quattro anni, soprattutto quando avevano a disposizione quattro sacchetti e venti caramelle. Tutti e quattro i bambini avevano difficoltà a dividere lo stesso numero di caramelle nei quattro sacchetti. Togliendo due sacchetti e diminuendo il numero di caramelle due bambini hanno trovato la soluzione al problema, mentre gli altri continuavano a non capire come fare, ho incoraggiato i bambini a contare, osservare la quantità, riprovare, però il risultato finale era sempre lo stesso.



Immagine n. 5: Classificazione delle caramelle



Immagine n. 6: Classificazione delle caramelle

Età dei bambini: 6 anni

Ho svolto l'attività anche con quattro bambini di sei anni. Ognuno di loro ha svolto l'attività individualmente e ha proposto diverse soluzioni per risolvere il problema presentato. Due bambini hanno risolto l'attività al primo tentativo, avendo a disposizione quattro sacchetti e venti caramelle, una bambina ha diviso le caramelle distribuendole una per volta in ogni sacchetto (una caramella nel primo sacchetto,

una nel secondo, una nel terzo, una nel quarto, poi di nuovo una nel primo, una secondo, e così via fino ad aver usato tutte e venti), una volta riempiti tutti i sacchetti ha contato le caramelle presenti in ogni ed è arrivata alla conclusione che ogni sacchetto contiene cinque caramelle. L'altra bambina invece ha pensato subito di porre in ogni sacchetto cinque caramelle, infatti lo ha fatto, e dopo aver verificato che ogni sacchetto ci fossero cinque caramelle ha affermato che le quantità sono uguali. Le altre due invece hanno riempito i sacchetti con una quantità diversa di caramelle, in un sacchetto ne mettevano tre, in un altro, cinque e così via, e anche dopo aver notato che le quantità sono diverse, non sapevano cosa fare, non trovavano un'altra soluzione per svolgere il compito. Per questo motivo sono andata incontro alle bambine diminuendo il numero di caramelle a dieci e il numero di sacchetti a due. In questo caso facilitato hanno reagito diversamente, infatti hanno riempito i sacchetti facendo sì che in essi ci sia lo stesso numero di caramelle. Una bambina ha subito affermato che nei due sacchetti vanno messe cinque caramelle, perché cinque più cinque fa dieci, l'altra bambina invece ha distribuito le caramelle inserendo due nel primo e nel secondo sacchetto, poi altre due in ciascuno e poi una in ogni sacchetto.

Osservazioni: Ho notato che le bambine non avevano difficoltà nel contare le caramelle, hanno chiesto subito: - Dobbiamo mettere le caramelle nei sacchetti?, Quanti caramelle dobbiamo mettere?. Dalla seconda domanda ho capito che le bambine si aspettavano che io dicessi il numero di caramelle da inserire nei sacchetti, ho spiegato a loro che dovevano scegliere da sole come distribuire le caramelle inserendo in ogni sacchetto la stessa quantità. Con loro il discorso è avvenuto in maniera spontanea, sono appunto le bambine che hanno posto a me le domande senza che io dicessi niente. Hanno capito subito qual era il loro compito e secondo me lo hanno svolto come meglio potevano e pensavano. Naturalmente ci sono state delle differenze nello svolgere l'attività, infatti due bambine hanno riempito quattro sacchetti senza problema mentre le altre due avevano dei dubbi, insicurezze e lievi difficoltà, soltanto dopo aver diminuito il numero di caramelle e sacchetti hanno trovato la soluzione migliore.



Immagine n. 7: Classificazione delle caramelle



Immagine n. 8: Classificazione delle caramelle

Problema n. 3: Come raggruppare fiori di grandezza diversa?

Età dei bambini: 4 anni

I bambini hanno classificato i fiori in base alla grandezza dei vasi, ponendo i fiori grandi nel vaso grande, i fiori di media grandezza nel vaso medio e quelli piccoli nel vaso più piccolo. La bambina ha posto nel vaso grande tutti i fiori creando un mazzo vero e proprio, nel vaso medio ha messo due fiori e nel piccolo ha deciso di porre soltanto un fiore.

Il secondo bambino non ha voluto dare una spiegazione sul perché abbia disposto i fiori in quel determinato modo, ovvero mettendo tutti i fiori grandi nel vaso grande, due fiori di media grandezza nel vaso medio e tre fiori piccoli nel vaso piccolo.

Il terzo e il quarto bambino erano molto decisi nel porre tutti i fiori nei vasi, classificandoli per grandezza, infatti hanno messo tutti i fiori grandi nel vaso grande, tutti i fiori di grandezza media nel vaso medio e tutti i fiori piccoli nel vaso più piccolo. Entrambi hanno affermato che è più bello quando ci sono tanti fiori, e il terzo bambino ha aggiunto che ha svolto l'attività in questa maniera perché a lui personalmente piacciono molto i fiori e anche sua madre a casa ha molti vasi con tanti fiori colorati all'interno.

Osservazioni: È interessante come ogni bambino abbia deciso in modo autonomo e individuale di porre nei vasi diverse quantità di fiori. La bambina ha diminuito la quantità dei fiori nei vasi perché essi diventavano sempre più piccoli. Ha notato che la grandezza dei fiori e dei vasi stava diminuendo e rispettivamente lei ha diminuito il numero dei fiori all'interno. Dal mio punto di vista il secondo bambino non ha dato importanza alla quantità di fiori, ma ha voluto soltanto distribuirli nei vasi classificandoli per grandezza, a differenza della bambina che ha posto l'attenzione sia sulla grandezza che sul numero dei fiori nei vasi.

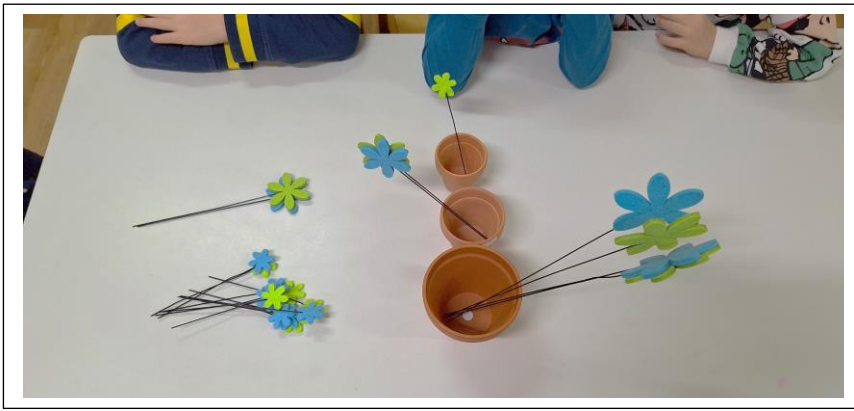


Immagine n. 9: Classificazione dei fiori nei vasi

Età dei bambini: 6 anni

I bambini hanno disposto tutti i fiori grandi nel vaso grande, tutti i fiori medi nel vaso medio e tutti i fiori piccoli nel vaso piccolo, non hanno espresso una spiegazione particolare per quello che hanno fatto, semplicemente secondo loro era giusto disporli in tale modo, classificando appunto i fiori per grandezza e ponendoli nei vasi che loro ritenevano opportuni.

Osservazioni: Avendo svolto la stessa attività con i bambini di 4 anni, ho notato subito una grande differenza, infatti l'attività era troppo semplice per i bambini di 6 anni. Non ho osservato alcuna difficoltà o insicurezza, erano molto sicuri della loro scelta, hanno nominato subito i colori dei fiori, sapevano che i contenitori si chiamano vasi, hanno spiegato a cosa servono i vasi, ovvero per piantare i fiori e hanno affermato che le grandezze dei fiori e dei vasi sono diverse.



Immagine n. 10: Classificazione dei fiori nei vasi

Problema n. 4: Come raggruppare le carte da gioco?

Età dei bambini: 4 anni

I bambini avevano a disposizione le carte da gioco (carte di briscola) che dovevano raggruppare secondo il disegno, (coppe, denari, spade e bastoni) in quattro mazzi. I bambini non hanno riconosciuto i disegni sulle carte, soltanto per il segno denari hanno detto che erano dei fiori. Ho mescolato le carte tutte insieme e ho chiesto ai bambini di trovare e mettere insieme tutte le carte con lo stesso disegno (tutti i bastoni insieme, tutti i denari insieme, ecc.). Tutti e quattro i bambini hanno svolto l'attività correttamente, classificando le carte in base al seme, un bambino però, ha iniziato a raggruppare le carte diversamente, ovvero mettendo insieme le carte con sopra segnato lo stesso numero. Ho lasciato che il bambino svolga l'attività a modo suo e poi ho chiesto: - Come hai raggruppatato le carte? Hai messo le carte con lo stesso disegno insieme? Lui mi ha risposto di no affermando di aver raggruppatato le carte con lo stesso numero e non dello stesso segno (es. ha raggruppatato il 2 di bastoni, il 2 di coppe, il 2 di denari e il 2 di spade; il 5 di bastoni, il 5 di coppe, il 5 di denari e il 5 di spade, e così via). Non ho detto al bambino che aveva sbagliato, anzi gli ho fatto i complimenti dicendo che è stato molto bravo.

Osservazioni: L'attività è piaciuta molto ai bambini, perché di solito non giocano con le carte e non fanno attività di questo tipo, era una cosa nuova per loro che li ha coinvolti. Tre bambini hanno classificato le carte in base al segno, raggruppandole in quattro mazzi, infatti mi aspettavo che tutti lo facessero, però il bambino che ha classificato le carte in base al numero segnato sopra mi ha stupito. Il bambino ha scelto autonomamente il criterio di classificazione, dal mio punto di vista anche più complesso, ed ha svolto l'attività correttamente. Secondo me, si dovrebbe proporre con maggior frequenza situazioni problematiche che offrono più soluzioni possibili, incoraggiando il pensiero divergente dei bambini.



Immagine n. 11: Classificazione delle carte da gioco

Età dei bambini: 6 anni

Prima di iniziare con l'attività ho messo le carte di briscola sul tavolino. Una bambina ha detto: - Io so questo gioco, si chiama briscola, gioco a casa con il papà. Io ho detto che aveva ragione e che le carte erano quelle di briscola, però ho spiegato alle bambine che avremo fatto un altro gioco con le stesse carte. Ho messo a disposizione delle bambine due mazzi interi di carte, così da avercene di più. A ogni bambina ho consegnato un mazzetto di 14 carte mescolate e ho detto: - Formate quattro gruppi di carte facendo attenzione a dividerle a seconda del disegno (seme). Le bambine hanno iniziato a classificare le carte che avevano a disposizione in quattro gruppi (coppe, bastoni, denari, spade). Alla fine, mi hanno mostrato come le avevano raggruppate. Hanno svolto bene la classificazione, le uniche carte che creavano dei dubbi erano gli assi perché erano diversi dalle altre carte. Con la mia domanda: - Prova a prendere la carta con l'asso e mettila a fianco a ogni gruppo di carte che hai creato. A quale gruppo assomiglia la carta con l'asso che hai in mano?, le bambine sono riuscite a classificare correttamente gli assi. Dopo di che ho chiesto alle bambine: - In che modo possiamo adesso raggruppare le carte?, Avete un'idea? Guardate le carte, oltre al disegno (seme) diverso, cos'hanno ancora di diverso?. Le bambine hanno risposto: - I numeri! Ci sono numeri diversi sulle carte, possiamo mettere insieme tutte le carte con il tre, tutte con il cinque e così avanti. Ho confermato e loro hanno iniziato nello stesso modo di prima a classificare le carte, questa volta, concentrandosi sui numeri.

Osservazioni: Per far sì che l'attività sia più impegnativa ho usato con le bambine due mazzi di carte da briscola. Infatti, le carte erano tutte doppie, per rendere il tutto più interessante e complicato, dato che le bambine avevano sei anni. Entrambi i criteri di classificazione, (semi e numeri) sono stati applicati con successo. Le bambine erano molto attente a classificare bene le carte, quando finivano, e io notavo che magari una carta è stata classificata male, dicevo: - Guarda bene le carte, pensa, noti qualcosa di strano?, loro si fermavano a osservare, trovavano l'errore e dicevano: - Aaah sì, questa carta non va qua, ma va qua, mi sono confusa, ci sono tante carte e non ho visto. Era un'attività molto interessante secondo me, che stimola molto il ragionamento dei bambini. Dal mio punto di vista simili attività andrebbero proposte più spesso ai bambini, soprattutto ai bambini di età prescolare, i

quali presto dovranno affrontare la scuola elementare dove verranno a contatto con la matematica vera e propria.



Immagine n. 12: Classificazione delle carte da gioco

Problema n. 5: Come trovare il paio di ciabattine di ciascun bambino?

Età dei bambini: 4 anni

Per introdurre il problema ai bambini ho posto la seguente domanda: - Le ciabattine che indossate sono uguali? Mi attendevo una risposta affermativa, invece non tutti i bambini hanno risposto di sì. Infatti, la bambina ha guardato le sue ciabattine dicendo: - No, il colore è uguale ma i fiorellini non sono tutti uguali. La sua risposta all'inizio mi ha stupito, però guardando bene le sue ciabattine ho notato anch'io che, in effetti, sulle ciabattine la disposizione dei fiorellini era leggermente diversa. Gli altri tre bambini invece hanno affermato sin da subito che le loro ciabattine erano uguali senza dare ulteriori spiegazioni o approfondimenti. Dopo aver detto ai bambini: - Ho visto che le ciabattine sono in disordine e avrei bisogno del vostro aiuto per rimettere in ordine il guardaroba. Siamo andati nel guardaroba, dove in precedenza avevo messo in disordine le ciabattine, e ho chiesto ai bambini: - Come possiamo fare per riordinare le ciabattine? Senza pensarci troppo hanno iniziato a mettere in ordine le ciabattine facendo corrispondere ogni ciabatta al suo paio.

Osservazioni: Non pensavo che la bambina avrebbe notato una differenza così lieve e naturalmente è una cosa positiva. Vuol dire che era attenta anche ai dettagli, ha osservato molto bene le ciabattine ed è riuscita a individuare le somiglianze e le differenze anche se minime. I bambini hanno risolto il problema senza alcuna

difficoltà, erano molto veloci, prendevano una ciabatta, cercavano l'altra uguale e una volta trovate entrambe le disponevano una accanto all'altra.

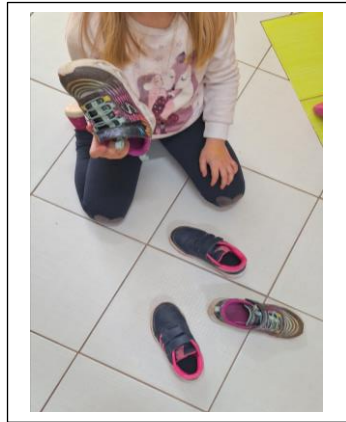


Immagine n. 13: Corrispondenza delle ciabattine

Età dei bambini: 6 anni

Per introdurre il problema alle bambine ho posto la seguente domanda: - Le ciabattine che indossate sono uguali? Le bambine hanno risposto di sì. In seguito ho proposto alle bambine: - Andiamo a riordinare il guardaroba perché le ciabattine sono tutte in disordine. Ci siamo andate e ho chiesto loro: - Come possiamo rimettere in ordine le vostre ciabattine? Senza pensarci troppo le hanno riordinate disponendo correttamente ogni paio.

Osservazioni: Le bambine sono state molto veloci, hanno riordinato le ciabattine senza alcun problema. Non mi hanno posto domande sul procedimento, non ho notato insicurezze o dubbi. Anche se due ciabattine erano leggermente diverse, ad esempio su una ciabattina la disposizione dei colori era un po' diversa da quella sull'altra, non vi hanno dato importanza. L'attività è stata svolta con successo da parte di tutte e quattro le bambine. Dalla facilità con cui l'attività è stata svolta, deduco che la situazione problematica proposta era troppo facile per questo gruppo d'età.

Problema n. 6: Come apparecchiare il tavolo per il pranzo?

Età dei bambini: 4 anni

L'attività è iniziata con la mia domanda: - Cosa usate per mangiare?, alla quale i bambini non hanno dato alcuna risposta, perciò ho cercato di semplificarla chiedendo: - Dove mettete il cibo quando volete mangiare?, i bambini hanno risposto: - Nel piatto. Ho continuato chiedendo ai bambini: - Cosa usate per tagliare la carne? Cosa usate per mangiare la pasta? Cosa usate per mangiare il brodo? Dove mettete l'acqua quando volete bere? Alle mie domande hanno dato una risposta immediata, in realtà un bambino rispondeva ma in croato (nož, vilica, žlica) invece gli altri tre sapevano nominare le posate in italiano. I bambini hanno continuato il discorso raccontandomi di quando sono andati al ristorante con i genitori e cosa avessero mangiato. Dopodiché ho detto ai bambini che svolgeremo il gioco del ristorante e loro saranno dei bravissimi camerieri che dovranno apparecchiare la tavola con i piatti, le posate, i bicchieri e le salviette.

Osservazioni: In seguito all'esecuzione dell'attività ho potuto notare come ogni bambino abbia apparecchiato la tavola senza difficoltà o dubbi. Infatti, i bambini hanno distribuito il materiale a disposizione dando a ognuno di loro un piattino, una forchetta, un cucchiaio, un bicchiere e una salviettina. Il materiale in eccesso non l'hanno utilizzato, anzi, mi hanno detto: - Maestra, mi sono rimasti tre piatti e non mi servono perché tutti hanno uno. Hanno affermato la stessa cosa per le posate, i bicchieri e le salviette. Non ho notato differenze nei bambini durante l'attività perché tutti e quattro erano molto sicuri di quello che stavano facendo e dopo aver distribuito tutto il materiale necessario, si resero conto che quello avanzato non serviva.

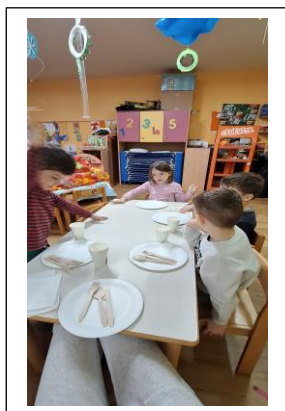


Immagine n. 14: Attività di corrispondenza - apparecchiare la tavola

Età dei bambini: 6 anni

Prima di iniziare con l'attività ho chiesto alle bambine cosa usano per mangiare, dove mettono il cibo, cosa usano per bere, ecc. Loro mi hanno risposto alle domande in modo deciso e corretto, nominando le posate (cucchiaio per mangiare la minestra, forchetta per mangiare la carne e coltello per tagliare la carne), dicendo che per bere usano il bicchiere, che per pulirsi le mani e la bocca sporca usano la salviettina e che nel piatto si mette il cibo che vogliamo mangiare. Successivamente le bambine hanno svolto l'attività individualmente, due bambine hanno apparecchiato la tavola per cinque bambini e due bambine per sei bambini. La tavola era vuota e attorno c'erano quattro sedie vuote, inoltre ho dato alle bambine un numero superiore di materiale e non solamente 5 o 6 piattini, salviettine, bicchieri e posate.

Osservazioni: Non ho notato alcuna difficoltà o insicurezza durante lo svolgimento dell'attività. Anche se attorno al tavolo c'erano quattro sedie e avevano più materiale, le bambine non si sono confuse e hanno apparecchiato il tavolo per 5/6 bambini usando il numero di piattini, posate, bicchieri e salviette corretto. Sapevano nominare gli oggetti che stavano usando, vicino a ogni piattino hanno posto una forchetta, un cucchiaio, una salvietta e un bicchiere, il materiale in più non lo hanno usato, lo hanno messo da parte. Infatti, ho dato alle bambine più materiale del dovuto, per vedere se lo avrebbero usato o se si sarebbero rese conto che non occorre usare tutti i piattini, tutte le posate, tutti i bicchieri e tutte le salviettine.



Immagine n. 15 e 16: Attività di corrispondenza - apparecchiare la tavola

Problema n. 7: Come creare una collana sistemando le perline secondo un ordine preciso?

Età dei bambini: 6 anni

Prima di iniziare con la creazione delle collane ho tagliato un filo del colore scelto dal bambino/a. I bambini mi hanno aiutato a tagliare gli altri tre fili della stessa lunghezza, affiancando il primo filo tagliato al filo che dovevo tagliare tenendolo vicino e dicendo: - Maestra, sono uguali lunghi, puoi tagliare. Dopo aver tagliato i fili ho chiesto ai bambini come volessero iniziare. Hanno scelto da soli le perline da usare e hanno iniziato a creare la collana. Anche in questo caso sono rimasta in silenzio, ho voluto prima osservare come avrebbero disposto le perline, quante perline avrebbero utilizzato e se forse qualcuno di loro avrebbe creato un'alternanza ritmata senza il mio intervento. Infatti, così è stato, un bambino ha creato una seriazione per scelta personale, mi ha chiamato dicendomi: - Maestra, a me piace così, la perlina rossa, la blu, la verde, la gialla, e dopo di nuovo rossa, blu, verde, giallo. Ho sorriso dicendo al bambino di aver svolto un ottimo lavoro e lui ha continuato a inserire le perline nello stesso ordine. Per quanto riguarda gli altri tre bambini, nessuno di loro ha creato una seriazione con le perline, ma le mettevano a loro piacimento senza seguire un ordine preciso. Ho proposto ai bambini di creare la collana seguendo un ordine, ho preso un filo, ho inserito una perlina rossa, due gialle, una verde e due blu ripetendo tale ordine due volte, i bambini hanno accettato la mia idea e hanno fatto la stessa cosa decidendo in modo autonomo quali perline utilizzare e creando una seriazione.

Osservazioni: I bambini hanno risolto un problema senza che venisse posto direttamente, hanno capito che per tagliare i fili della stessa lunghezza devono affiancare il primo già tagliato. La loro reazione mi ha stupito, perché si sono offerti da soli per aiutarmi e hanno trovato una soluzione spontaneamente, in maniera molto naturale. Ho notato che a parte un bambino, gli altri hanno creato una seriazione con le perline appena dopo aver visto il mio modello.

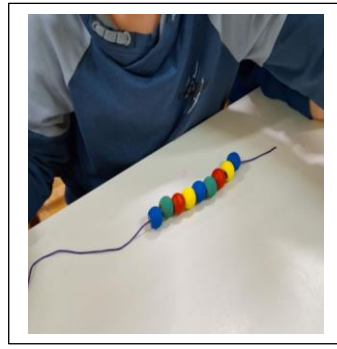
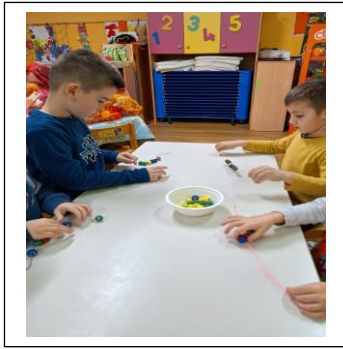


Immagine n. 17 e 18: Attività di seriazione – creazione delle collane

Età dei bambini: 4 anni

I bambini hanno scelto il colore del filo da utilizzare, hanno nominato il colore delle perline, due bambini parlavano in croato, io invece ho continuato a parlare in italiano, chiedendo a loro di dirmi i colori in italiano. Ho detto loro che possono creare una collana scegliendo quante e quali perline utilizzare. Ogni bambino ha creato la collana a suo piacimento, non ho influenzato la loro scelta perché ho voluto lasciare i bambini liberi di fare e di essere creativi. Anch'io ho creato una collana sistemando le perline in modo da creare una seriazione. Dopo che i bambini avevano finito ho chiesto loro di spiegarmi come avessero posto le perline (ad esempio due rosse, una gialla, una rossa, tre blu). Io ho mostrato ai bambini la mia collana chiedendo: - Come ho sistemato le perline? Cosa puoi notare? Che colori ho usato? Vedi qualcosa di simile/uguale? I bambini hanno nominato i colori che ho usato e hanno notato che le perline si ripetono, che il loro ordine viene ripetuto due volte e che la serie ripetuta è uguale. Successivamente ho detto loro: - Volete fare anche voi una collana come la mia? I bambini hanno accettato e hanno scelto autonomamente quali perline usare e in che ordine metterle. Dopo aver sistemato la prima fila di perline i bambini hanno svolto l'attività diversamente, ovvero una bambina ha ripetuto lo stesso ordine di perline, osservando la fila già fatta per non sbagliare, creando una seriazione, un bambino si è confuso, e invece di ripetere lo stesso ordine di perline, ne ha aggiunta una nuova. Alla mia domanda: - La perline gialla l'hai usata prima? Nella prima fila di perline c'è la gialla?, lui ha risposto: - No., ha tolto la gialla, si è fermato ad osservare i colori e poi ha continuato a inserire le perline nell'ordine giusto, creando una seriazione. Un altro bambino ha avuto delle difficoltà con il numero di perline, infatti si è concentrato sui colori, ponendo nella prima fila tre perline blu e nel ripetere la serie invece di metterne tre ne ha inserite soltanto due. Ho fatto notare al bambino che fosse meglio contare le perline blu per vedere se il numero è lo stesso. Una volta contate ha capito che c'era qualcosa di sbagliato, ha tolto le due perline blu e le ha

rimesse questa volta contando fino a tre per essere sicuro, poi ha continuato così anche con le altre perline, creando alla fine una seriazione. La bambina invece è stata molto attenta e ha creato la seriazione con le perline senza sbagliare.

Osservazioni: Ho osservato come ogni bambino ha svolto diversamente l'attività e come ognuno di loro ha avuto delle insicurezze che con le mie semplici domande ho cercato di far superare. I bambini hanno ragionato, hanno rifatto la collana, erano concentrati sull'attività e anche se al primo tentativo vedevano l'errore, non si sono arresi, ma si sono impegnati a capirlo e a risolverlo con le proprie forze.

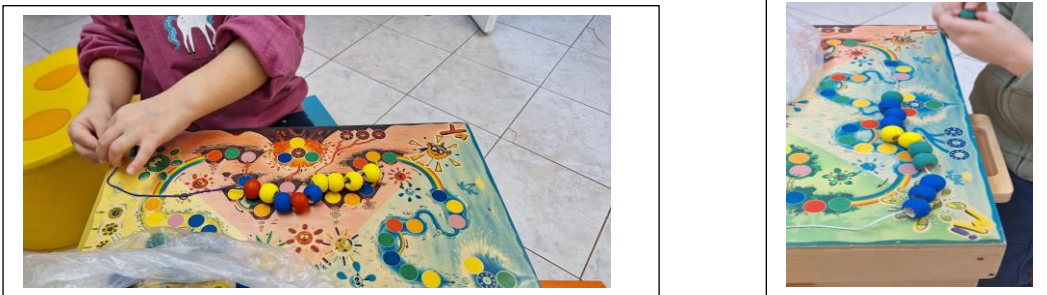


Immagine n. 19 e 20: Attività di seriazione – creazione delle collane

Problema n. 8: Come creare la cornice per la foto con sequenze di forme uguali?

Età dei bambini: 6 anni

Tutti e quattro i bambini hanno deciso autonomamente quale colore utilizzare e come sistemare le diverse forme create con le spugne. Anch'io ho creato una cornice per avere un modello da mostrare ai bambini e discuterne con loro, così hanno notato che ho sistemato le forme e i colori sempre allo stesso modo seguendo un ordine preciso, poi loro hanno scelto da soli cosa utilizzare e che colore scegliere. Hanno creato una seriazione con le diverse forme e colori scelti senza incontrare problemi.

Osservazioni: Osservando i bambini ho potuto notare che stavano svolgendo l'attività molto serenamente, senza difficoltà, erano concentrati e seguivano perfettamente l'ordine prescelto, creando loro stessi un'alternanza ritmata. Non ho dovuto spiegare ai bambini come svolgere l'attività più volte, è avvenuto tutto in maniera spontanea, parlando, senza troppe domande. Secondo me, non è sempre necessario porre tante domande per farli ragionare. Infatti, in questo caso con una mia semplice dimostrazione e le tre brevi domande, ovvero: - Che colori vuoi usare? Quali spugne

vuoi usare? e Come vuoi decorare la cornice?, loro hanno decorato la cornice seguendo un'alternanza ritmata, scelta da loro, senza alcun problema.



Immagine n. 21 e 22: Attività di seriazione – decorazione delle cornici per la foto

Età dei bambini: 4 anni

Per iniziare ho dato ai bambini la cornice di cartone realizzata in precedenza, l'attività è stata svolta a coppie, prima con due bambini e poi con altri due. Dopo aver dato le cornici ho chiesto ai bambini cosa fossero, un bambino mi ha risposto: - Sono quadrati. Io ho affermato che la forma delle cornici è quadrata, e ho continuato dicendo: - Qui dentro potete mettere la vostra foto. A questo punto la bambina ha detto: - Si chiama cornice. Io ho annuito e ho posto sul tavolo le spugne di diverse dimensioni e le tempere dei colori scelti dai bambini. Tutti e quattro i bambini non vedevano l'ora di iniziare a dipingere la cornice, avevano fretta di usare le tempere e le spugne. Ho chiesto di dirmi con quali spugne e colori volessero decorarla e, prima di lasciarli iniziare, vedendo che avrebbero dipinto senza seguire un ordine preciso, ovvero senza creare una seriazione, ho mostrato ai bambini la mia cornice decorata in precedenza per far notare che l'ordine delle forme e dei colori si ripete. I bambini, pur vedendo la serie di forme e colori ripetuti e distinguendo le forme e i colori diversi, non hanno espresso il desiderio di fare una cosa simile. Ho provato a proporre loro di creare una cornice seguendo un ordine di forme e colori uguale, ma i bambini non erano d'accordo. Tutti e quattro hanno immaginato di decorare la cornice a loro piacimento, anche dopo aver visto la mia, non volevano seguire una serie di colori e forme. Una bambina ha iniziato usando la spugna rotonda e il colore rosa, poi la spugna a forma di cuoricino e il colore viola, ha messo per fila le forme rotonde e le forme a cuoricino, io le ho chiesto se volesse ripetere lo stesso ordine

ancora una volta, per creare appunto una seriazione con due forme e colori, la bambina ha detto di no, continuando con l'attività. La stessa cosa è avvenuta con gli altri tre bambini ai quali ho proposto di riprodurre la stessa fila di forme e colori. Alla fine, hanno decorato la cornice a loro piacimento, si sono divertiti molto, si sono impegnati e i lavoretti erano molto belli, pur non avendo creato un'alternanza ritmata.

Osservazioni: La differenza tra i bambini di 6 anni e questi di 4 è notevole. Infatti, quelli di 6 anni hanno creato una seriazione con le forme e i colori scelti, mentre i bambini di 4 hanno voluto decorare la cornice senza seguire un ordine ben preciso, volevano farlo come piaceva a loro, mettendo in atto la loro creatività e la libera scelta. Non ho voluto insistere troppo, spingendo i bambini a fare qualcosa che non desideravano. Dopo un paio di tentativi ho notato che i bambini avevano le idee chiare sul fatto di voler decorare la cornice diversamente, infatti così è stato. Ho ritenuto giusto lasciare i bambini esprimere liberamente creatività e immaginazione, farli divertire e metterli a proprio agio senza imporre il modo di svolgere l'attività. Hanno comunque pensato a come sistemare le forme, quali colori usare e inoltre due bambini hanno voluto mescolare due colori per vedere cosa sarebbe successo. Io li ho lasciati fare, perché ho visto che erano curiosi di vedere il risultato. Secondo me l'attività ha avuto successo anche se i bambini non hanno creato una seriazione, perché hanno ragionato, hanno espresso una loro opinione e si sono divertiti.



Immagine n. 23: Attività di seriazione – decorazione delle cornici per la foto

Problema n. 9: Come creare le corone su misura per i singoli bambini con decorazioni di forme ripetute secondo un'alternanza ritmata?

Età dei bambini: 4 anni

Ho chiesto ai bambini di aiutarmi a preparare delle corone su misura per la mia festa di compleanno. La prima domanda da parte mia è stata: - Come possiamo misurare la lunghezza della striscia di cartoncino che avete per poterla mettere sulla testa? Due bambini hanno reagito in modo spontaneo e, per vedere quanto dev'essere larga la corona hanno messo la striscia sulla testa, creando una circonferenza. Altri due invece hanno preso la striscia di carta e se la sono posta vicino al corpo per lunghezza, secondo loro si poteva creare una corona su misura vedendo la sua lunghezza in relazione al loro corpo. Per farli ragionare ancora ho detto ai bambini: - Dove si mette la corona? Loro hanno risposto: - Sulla testa. Ho continuato dicendo: - Giusto, e come possiamo creare una corona che non sia troppo grande o troppo piccola? Come possiamo misurare la lunghezza di questa corona da mettere in testa? A questo punto un bambino ha risposto: - Metto questa carta sulla testa. Ho confermato chiedendo al bambino di mostrarmi come avrebbe fatto. Dopo questo breve dialogo ha preso la striscia di carta e l'ha posta sulla testa creando una circonferenza, come hanno fatto gli altri due bambini. Anche l'altra bambina dopo vari tentativi è giunta alla stessa soluzione. Dopo aver risolto questo problema, i bambini sono passati alla decorazione della corona con gli adesivi colorati a forma di stelline, fiorellini, farfalline, brillantini di diversi colori e dimensioni. Per quanto riguarda l'abilità di seriazione, due bambini hanno creato un'alternanza ritmata con gli adesivi, uno in modo spontaneo, la bambina invece ha creato una seriazione dopo la mia domanda: - Vuoi mettere gli stessi adesivi in fila ancora una volta? Ti piace quest'idea?, e lei ha affermato di sì. Osservava attentamente gli adesivi attaccati in precedenza e ha rifatto la stessa serie. Gli altri due bambini invece non erano interessati, infatti, hanno espresso il desiderio di utilizzare diversi adesivi senza seguire un ordine ben preciso, e anche dopo la mia domanda: - Vuoi fare di nuovo la stessa fila?, hanno risposto di no.

Osservazioni: In quest'attività il problema matematico da risolvere riguardava anche la misurazione e non solo la seriazione. Immaginavo che non tutti i bambini avrebbero trovato subito la soluzione migliore per creare una corona su misura. Due

su quattro l'hanno fatto subito mentre agli altri due bambini è servito più tempo e con le mie domande ho cercato di farli ragionare, senza aspettarmi alcun risultato. I bambini sono imprevedibili nelle reazioni e nelle scelte delle soluzioni per risolvere un problema. Ci vuole tempo e sensibilità didattica per farli riflettere e ragionare. Per quanto riguarda l'attività di seriazione, ovvero decorare le cornici, la situazione era simile a quella dell'attività svolta in precedenza con le cornici per la foto, ovvero i bambini volevano decidere da soli come decorarla, senza seguire un ordine preciso, ma a loro piacimento. Soltanto due bambini hanno creato un'alternanza ritmata scegliendo quali adesivi attaccare e in che ordine. Non ho voluto forzare gli altri due a creare una seriazione, li ho lasciati esprimere la loro creatività. Ho notato che i bambini erano coinvolti e si sono divertiti con il materiale insolito a disposizione, che era più interessante di creare una seriazione che ripeteva gli stessi adesivi già usati.

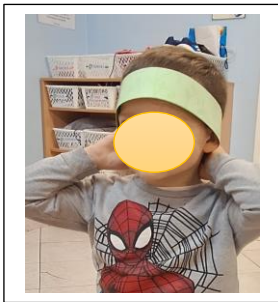


Immagine n. 24 e 25: Attività di misurazione delle corone

Immagine n. 26: Attività di seriazione – decorazione delle corone

Età dei bambini: 6 anni

Ho chiesto alle bambine di aiutarmi a preparare delle corone su misura per la mia festa di compleanno. Tutte e quattro le bambine hanno messo spontaneamente la striscia di cartoncino attorno alla testa formando una circonferenza. Dopo di che ho proposto alle bambine: - Adesso potete decorare le corone con gli adesivi. Volete attaccare gli adesivi in ordine a vostro piacimento e poi ripetere la stessa fila di adesivi ancora una volta? Le bambine hanno subito accettato la mia proposta, inoltre una bambina ha detto: - Sì, faremo come con le cornici, quando abbiamo messo il colore rosa, rosa, viola, viola, blu e di nuovo così in fila. Tutte e quattro hanno decorato le corone creando una seriazione con gli adesivi che avevano a disposizione.

Osservazioni: Le bambine hanno risolto entrambe le attività trovando la soluzione senza alcuna difficoltà. Hanno saputo misurare la lunghezza giusta delle corone e ripetere la sequenza di adesivi scelta. Sono rimasta stupita quando la bambina ha collegato l'attività svolta con le cornici per la foto e questa. Infatti, in entrambi i casi avevano la possibilità di creare una seriazione, e la bambina lo ha capito subito, sostenendo che lo avrebbe fatto senza problemi. Non ho notato difficoltà durante lo svolgimento dell'attività, anzi, tutte e quattro hanno decorato la corona seguendo un ordine preciso di adesivi. È avvenuto tutto in maniera spontanea, durante l'attività chiacchieravamo, ridevamo, si sentivano a proprio agio.



Immagine n. 27 e 28: Attività di seriazione – decorazione delle corone

Problema n. 10: Come costruire una torre con gli anelli colorati rispettando l'ordine di grandezza degli anelli e il numero di pallini neri scritti sugli anelli?

Età dei bambini: 4 anni

L'attività è stata svolta individualmente con ogni bambino che aveva a disposizione la torre con gli anelli colorati numerati in precedenza con dei puntini neri disegnati da me. Il numero di puntini neri andava da uno a sette. Prima di tutto ogni bambino ha nominato i colori degli anelli correttamente, poi li ha contati per vedere quanti ce n'erano. Alla mia domanda: - Gli anelli sono tutti della stessa grandezza?, tutti e quattro i bambini hanno risposto di no. Prima di ordinare gli anelli dal più grande al più piccolo, ovvero da quello con una quantità maggiore di puntini all'anello con un puntino, ho posto davanti ai bambini due anelli di diversa grandezza chiedendo quale fosse il più grande. Poi ho disposto vicino tre anelli di diversa grandezza chiedendo quale fosse il più piccolo e così un paio di volte, scambiando gli anelli di posto e accostando anche due anelli di grandezza simile, per vedere se i bambini riescono a distinguerli. L'attività vera e propria consisteva nel mettere in ordine gli anelli dal più

grande al più piccolo e viceversa, prestando attenzione non solo alla grandezza degli anelli ma anche al numero di puntini neri. Tutti e quattro i bambini hanno iniziato a disporre gli anelli uno sopra l'altro dal più grande al più piccolo. Una bambina ha fatto la stessa cosa ma ha preso in considerazione anche il numero di puntini. Infatti, prendeva l'anello, lo appoggiava sull'altro e poi contava il numero di puntini segnati sopra. Gli altri tre bambini si sono focalizzati di più sulla grandezza degli anelli. Per complicare l'attività, dato che gli anelli erano sette, ho messo da parte tre anelli, lasciando ai bambini soltanto quattro di dimensioni simili, così la differenza non era così tanto evidente. In questo caso due bambini erano più insicuri, prima di disporre gli anelli uno sull'altro li mettevano da parte ponendoli uno accanto all'altro per aiutarsi a individuare l'anello successivo. Poi ho dato ai bambini i tre anelli messi da parte per costruire una piccola torre con essi. In questo caso tutti e quattro i bambini hanno eseguito il compito correttamente e con sicurezza.

Osservazioni: Pensavo che l'attività sarebbe stata troppo facile per i bambini, però ho notato che una piccola differenza tra due anelli poteva creare confusione. Infatti, quando le dimensioni degli anelli erano ben evidenziate, i bambini non avevano difficoltà a individuare l'anello più grande o più piccolo, invece quando ho disposto vicini due anelli di grandezza simile, e la differenza era un po' meno evidente, due bambini hanno impiegato più tempo per rispondere alla mia domanda. Li ho visti insicuri, un bambino ha addirittura sbagliato, si è confuso e invece di indicarmi l'anello più grande, ha mostrato quello un po' più piccolo. Ho notato che l'ordinamento è stato comunque eseguito bene dai bambini, sapevano riconoscere tutti i colori, sapevano anche contare i puntini neri sugli anelli, però si sono concentrati di più sulla loro grandezza. La bambina che ha preso in considerazione sia la grandezza che il numero di puntini neri mi ha sorpreso, perché sinceramente, essendo bambini di 4 anni credevo che nessuno di loro avrebbe contato i puntini neri prima di disporre gli anelli in ordine.



Immagine n. 29 e 30: Attività di ordinamento – costruzione delle torri

Età dei bambini: 6 anni

Le bambine avevano a disposizione la torre con gli anelli colorati numerati in precedenza con dei puntini neri che ho disegnato io. Il numero di puntini neri andava da uno a sette. Non ho dovuto porre molte domande alle bambine, in quanto, vedendo gli anelli colorati hanno iniziato subito a nominare i colori degli anelli e si sono accorte dei puntini neri disegnati sopra. Infatti, li hanno contati poi ogni bambina ha costruito la torre con gli anelli in ordine decrescente, dall'anello più grande a quello più piccolo. Ho suggerito alle bambine: - Provate a costruire la torre diversamente, mettete gli anelli in un ordine diverso, senza far cadere la torre. Hanno accettato la mia proposta e hanno iniziato a costruire la torre ponendo alla base l'anello più piccolo. In questo caso due bambine hanno provato a utilizzare tutti gli anelli per costruire la torre, anche se, dopo aver posato tre anelli più grandi sopra al piccolo, la torre è crollata. Le altre due bambine hanno deciso di mettere alla base l'anello di media grandezza e in cima l'anello più piccolo. Soltanto una bambina è riuscita a costruire l'intera torre senza farla crollare. Dopo aver costruito le varie torri le bambine hanno iniziato a parlare dei colori degli anelli, dicendo: - Questo anello è rosso come il cuore, questo è verde come l'erba, e così via. Ho approfittato del loro interesse dicendo: - Facciamo un altro gioco, prendete un anello per volta, passatevelo e nominate una cosa dello stesso colore dell'anello. Loro hanno accettato e così abbiamo svolto ancora un'attività, di corrispondenza, perché a ogni colore hanno associato una cosa. Una bambina ha notato che due anelli erano di colore simile, blu chiaro e blu scuro e ha affermato: - Questi due colori sono quasi uguali, per fare il blu chiaro mescoliamo il bianco e il blu, per fare il blu scuro mescoliamo blu e nero. Dopo aver svolto quest'attività hanno costruito una torre tutte insieme, dall'anello più grande all'anello più piccolo e l'hanno messa nella scatola.

Osservazioni: Le bambine erano molto coinvolte durante l'attività, non avevano difficoltà a costruire le diverse torri. Inizialmente la costruivano mettendo gli anelli in

ordine di grandezza, poi con la mia domanda stimolo hanno trovato altri modi di costruirla. Quando la torre è crollata non si sono fermate al primo tentativo ma hanno continuato a costruirla. Mi sono lasciata guidare dalle bambine per svolgere l'attività con i colori, che non era pianificata. Ho notato che hanno iniziato a giocare al secondo gioco spontaneamente e ho voluto continuare, svolgendo un'attività un po' diversa, ma sempre utile e importante. In ogni attività o gioco i bambini riflettono, ragionano, immaginano le cose, in effetti prima di dirmi una cosa blu, arancione o gialla, hanno pensato alla risposta, le loro abilità di memoria e ragionamento sono state attivate.



Immagine n. 31: Attività di corrispondenza con i colori

Problema n. 11: Come togliere i bastoncini senza muovere gli altri?

Età dei bambini: 4 anni

Ho sistemato i bastoncini davanti ai bambini mettendo il giallo sotto al blu e il bastoncino blu sotto al rosso. I bambini hanno riconosciuto immediatamente i colori e hanno constatato che i bastoncini erano tre. Prima di iniziare con il gioco vero e proprio ho posto ai bambini delle domande riguardanti la posizione dei bastoncini perché volevo capire se comprendevano le relazioni spaziali tra i bastoncini. Mi sono soffermata a ripetere le relazioni sopra-sotto. Tutti e quattro i bambini hanno risposto correttamente alle mie domande legate alla posizione dei bastoncini, le domande erano ad esempio: - Quale bastoncino si trova sotto al bastoncino blu?, oppure Quale bastoncino è sopra al bastoncino blu? I bambini guardavano i bastoncini, indicavano il bastoncino che stava sopra o sotto all'altro e dicevano il suo colore. Per quanto riguarda il gioco dello shangai, la situazione è stata ben diversa. Infatti, i bambini all'inizio non sono riusciti a prendere un bastoncino senza muovere gli altri. Per primo hanno deciso di voler prendere il bastoncino giallo che era sotto agli altri

due, hanno provato tutti e quattro ad arrivare fino al bastoncino giallo tenendolo e tirandolo, facendo muovere gli altri due sopra di lui. Osservavo i bambini e li lasciavo liberi di provare, sperimentare, anche confrontarsi, notando che tutti erano partiti con la stessa idea. Dopo un paio di tentativi, la bambina ha deciso di cambiare strategia, infatti ha sollevato nello stesso tempo il bastoncino rosso e quello blu ed è arrivata al giallo. Un bambino invece ha sollevato prima il bastoncino rosso lentamente, poi il blu ed è arrivato così al giallo, a differenza degli altri due bambini che continuavano a tirare il bastoncino giallo muovendo gli altri due. Successivamente i bambini hanno proposto di provare a prendere il bastoncino blu posizionato in mezzo al rosso e al giallo. Anche in questo caso la prima cosa che i bambini hanno fatto era di tirare il bastoncino blu, muovendo, però, anche gli altri due. Mentre uno di loro tirava il bastoncino gli altri dicevano: - Si muovono anche gli altri due. Capivano da soli che tirare il bastoncino blu non fosse una buona idea però non continuavano a farlo, senza trovare la soluzione giusta. Un bambino solo, dopo vari tentativi, ha trovato la soluzione, ovvero alzare il bastoncino rosso e prendere quello blu.

Osservazioni: Dalle prime due domande poste ai bambini ho capito che i bambini si trovavano in una situazione nuova perché non sapevano giocare a shangai. Ho notato che i bambini hanno iniziato l'attività mettendo in atto una strategia sbagliata, ovvero tirando i bastoncini che stavano sotto e muovendo gli altri sopra. Solo dopo alcuni tentativi il bambino e la bambina sono giunti alla soluzione risolutiva di alzare i bastoncini che stavano sopra per prendere quelli sotto. Il risultato non dovrebbe scoraggiare, ma stimolare l'educatrice a proporre con maggior frequenza situazioni problematiche in cui trovare la soluzione impegni i bambini a riflettere.



Immagine n. 32: Attività di ordinamento – gioco dello shangai

Età dei bambini: 6 anni

Ho iniziato chiedendo alle bambine se sapessero giocare al gioco shangai (mikado). Mi hanno risposto di no, però una bambina appena ha visto i bastoncini ha detto che si è ricordata di quale gioco si trattasse, mentre le altre tre hanno continuato ad affermare di non aver mai giocato con questi bastoncini. Poi ho sistemato i bastoncini in modo da porre il giallo sotto al blu e il blu sotto al rosso. Le bambine sapevano rispondere alle mie domande legate alle relazioni spaziali, ovvero: - Quale bastoncino si trova sotto al blu?, Quale bastoncino si trova sopra al giallo? e così via. Ho spiegato poi a ogni bambina che deve togliere i bastoncini senza far muovere gli altri. Tutte e quattro hanno tentato di prendere per primo il bastoncino giallo senza far muovere quello rosso e blu. Avendo notato che così facevano muovere gli altri due si sono rese conto che il metodo usato non andava bene. Si sono fermate a osservare i tre bastoncini provando a spostare velocemente il rosso e il blu per arrivare al giallo. Io ho chiesto se secondo loro esiste ancora un modo per arrivare al giallo senza far muovere gli altri due e appena dopo la mia domanda una bambina ha avuto l'intuizione: - Aaah sì, sposto il rosso, il blu e prendo il giallo. In seguito anche le altre tre bambine sono giunte alla stessa conclusione. Poi ho chiesto loro di prendere il bastoncino blu senza far muovere gli altri, al che, due bambine hanno rifatto la stessa cosa di prima, ovvero hanno cercato di tirare il bastoncino blu, facendo muovere gli altri, le altre due bambine si sono accorte subito che bastava alzare il bastoncino rosso per prendere quello blu. Solo dopo un paio di tentativi anche le altre due sono giunte alla medesima soluzione.

Osservazioni: È stato interessante notare come le bambine, pur avendo sei anni, abbiano fatto la stessa cosa dei bambini di quattro. Cercavano una soluzione tirando a caso i bastoncini. Penso che sia spontaneo per loro applicare una strategia per prove ed errori e, soltanto dopo alcuni tentativi, accorgersi che la soluzione migliore era alzare i bastoncini in ordine, da quello in cima a quello sotto a tutti.

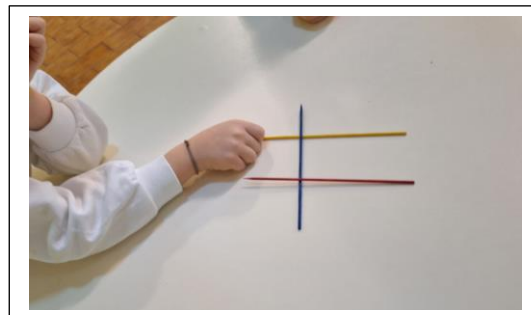
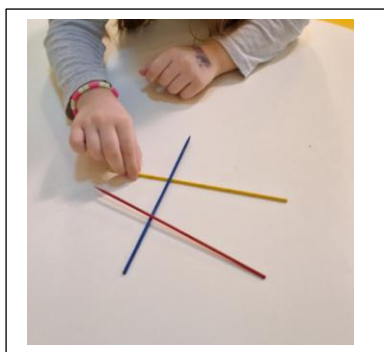


Immagine n. 33 e 34: Attività di ordinamento – gioco dello shangai

Problema n. 12: Come costruire una torre con sassi di grandezza diversa senza che crolli?

Età dei bambini: 4 anni

I bambini avevano a disposizione otto sassi di grandezza diversa con i quali dovevano costruire una torre senza farla crollare. Tutti e quattro i bambini hanno iniziato a costruire la torre ponendo il sasso più grande come base e continuavano a sistemare gli altri sassi per grandezza, dal più grande al più piccolo. Hanno costruito diverse torri, utilizzando un diverso numero di sassi. Sceglievano da soli come sistemarli, sperimentavano, ponevano il sasso più piccolo sotto e poi i sassi grandi sopra, per vedere se la torre sarebbe crollata.

Osservazioni: I bambini hanno iniziato a costruire le torri allo stesso modo, ovvero ponendo alla base il sasso più grande e poi gli altri per ordine di grandezza. Erano curiosi di scoprire se la torre sarebbe crollata ponendo i sassi in un diverso ordine, dal più piccolo al più grande, ad esempio. Tutti e quattro hanno svolto l'attività in maniera simile, cioè sperimentando, provando a costruire molte torri diverse e nessuna di loro è crollata. Nessuno dei bambini ha usato tutti i sassi per costruire una torre sola.

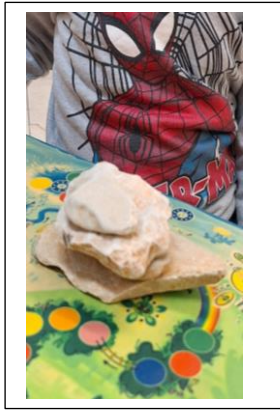


Immagine n. 35 e 36: Attività di ordinamento con i sassi

Età dei bambini: 6 anni

Ho messo sul tavolo otto sassi di grandezza diversa con i quali le bambine dovevano costruire una torre senza farla cadere. Una bambina ha detto: - I sassi sono tutti diversi, questo è grande, questo è piccolo. Ho confermato e ho detto loro: - Dovete costruire una torre con i sassi senza farla cadere. Una bambina mi ha chiesto: - Quanti sassi devo usare per fare la torre? Ho risposto: - Quanti vuoi. Scegli tu quanti e quali sassi utilizzare per costruire la torre. Tutte e quattro le bambine hanno costruito la torre con tutti i sassi. Hanno iniziato a costruirla ponendo i sassi più grandi alla base. Due bambine hanno continuato sistemando i sassi dal più grande al più piccolo, basandosi sulla loro grandezza. Le altre due bambine, invece, sistemavano i sassi in ordine casuale, ponendo il piccolo sopra al grande, il grande sopra al piccolo, con delicatezza, per non far crollare il tutto e ci sono riuscite.

Osservazioni: L'attività non era difficile per le bambine, però è stato interessante osservare come due di loro hanno costruito la torre partendo dai sassi più grandi, fino ad arrivare a quelli piccoli, invece le altre due hanno scelto di rischiare e porre i sassi in modo casuale. Erano molto attente a mantenere la torre stabile, infatti quando iniziava a vacillare, cambiavano l'ordine dei sassi per farla diventare stabile. Le bambine erano molto brave, si sono impegnate e non avevano difficoltà durante lo svolgimento dell'attività.

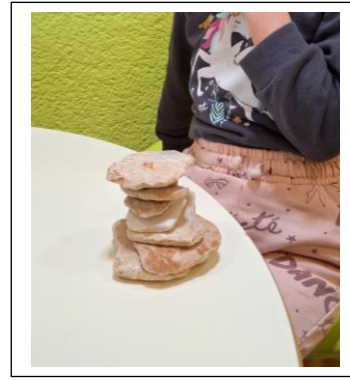
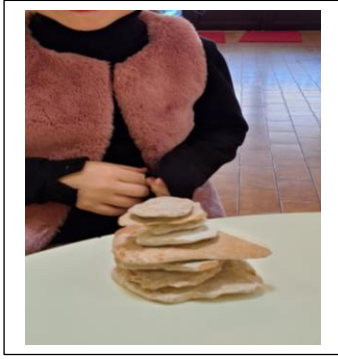


Immagine n. 37 e 38: Attività di ordinamento con i sassi

Problema n. 13: Come mettere in ordine le carte da gioco?

Età dei bambini: 4 anni

I bambini avevano a disposizione le carte da gioco (carte per la briscola) segnate da quattro segni (semi) diversi e dai numeri da uno a sette. Il loro compito era di sistemare per ordine le carte dalla più piccola alla più grande, contando i semi segnati su ogni carta (tutte le carte di denari da 1 a 7, contando i "denari", sull'asso c'è un denaro, sul due ci sono due denari e così via). I bambini contavano i semi sulle carte e le ponevano una dopo all'altra in ordine crescente. Non volevo disturbarli durante la realizzazione dell'attività, ma vedendoli insicuri soprattutto quando sulle carte c'erano molti semi (le carte con 5, 6 e 7 semi) ho cercato di stimolarli a contare nuovamente, oppure li aiutavo a contare i disegni e poi chiedevo: - Dove ci sono più semi?, Che numero viene dopo il cinque? Contiamo con le dita e poi conterai i semi. Loro lo facevano, infatti, prima contavano con le dita e dopo aver capito che dopo il cinque c'è il sei, cercavano la carta con sei semi sopra e la ponevano vicino alle altre in ordine. Soltanto un bambino ha svolto l'attività senza confondersi, addirittura invece di contare i disegni, guardava il numero scritto sulle carte da gioco e le ordinava dalla più piccola alla più grande.

Osservazioni: Ho notato che i bambini sanno contare, però si sono comunque confusi nell'ordinare le carte da gioco dalla più piccola alla più grande. Infatti, hanno svolto bene l'attività, però dovevano pensarci un po' prima di sistemare le carte in ordine corretto. Prima di ordinarle contavano più volte i semi di ciascuna. Una bambina ha scambiato di posto due carte, non mettendole in ordine. Ho cercato di aiutarla dicendole di guardare bene e di contare di nuovo i semi. Dal mio punto di vista quest'attività ha fatto ragionare molto i bambini, perché erano molto presi dal

contare sia con l'aiuto delle dita per capire quale fosse il numero successivo, che contando i semi sulle carte. Dovevano compiere più azioni mentali contemporaneamente, cioè capire il numero successivo, contare i semi e alla fine porre le carte in ordine. Secondo me è un'attività efficace per stimolare lo sviluppo delle abilità di riflettere e risolvere problemi, nonché esercitare le abilità matematiche di contare oggetti, individuare il numero successivo e sistemare in ordine crescente i numeri.



Immagine n. 39 e 40: Attività di ordinamento con le carte da gioco

Età dei bambini: 6 anni

Le bambine avevano a disposizione le carte da gioco (carte per la briscola) segnate da quattro segni (semi) diversi e dai numeri da uno a sette. Il loro compito era di sistemare per ordine le carte dalla più piccola alla più grande, contando i semi segnati su ogni carta. Per prima cosa ogni bambina aveva da ordinare le carte di un solo seme (solo le carte, di denari, solo le carte di coppe, ecc.) e lo hanno risolto con molta facilità. Non hanno nemmeno contato i semi segnati sulla carta, ma guardavano il numero scritto sopra e così le sistemavano in ordine crescente. Per complicare un po' l'attività ho distribuito a ogni bambina le carte dall'uno al sette di due semi diversi (tutte le carte dall'uno al sette di coppe e di denari, tutte le carte dall'uno al sette di spade e bastoni e così via). In questo modo ogni bambina aveva a disposizione 14 carte, sette contrassegnate con un seme e sette contrassegnate con un seme diverso. Due bambine hanno iniziato mettendo in ordine le sette carte con il seme uguale e poi, separate, le altre sette carte dello stesso seme. Le altre due bambine hanno ordinato le carte in un altro modo, ad esempio, mettevano per fila l'asso di coppe e l'asso di spade, il due di coppe e il due di spade, il tre di coppe e il tre di spade e così via fino a sette. Non hanno formato due file di carte come le altre due bambine che invece nella prima fila hanno posto l'asso di bastoni, il due di

bastoni, il tre di bastoni, ecc. e nell'altra fila l'asso di denari, il due di denari, il tre di denari, ecc.

Osservazioni: Ho notato che le bambine hanno riconosciuto i numeri, hanno saputo contare, conoscevano l'ordine dei numeri. Tutte e quattro hanno svolto l'attività senza incontrare ostacoli. È stato interessante vedere come le due bambine hanno sistemato le carte, alternando le carte con lo stesso numero ma seguendo sempre l'ordine corretto, ponendo le carte successive senza sbagliare. Essendo bambine di sei anni ho voluto rendere l'attività più complessa. Ho iniziato distribuendo a ogni bambina soltanto sette carte dello stesso seme che hanno messo in ordine senza difficoltà. Ho notato che era semplice per loro e per questo ho introdotto ancora un mazzo di carte, distribuendo a ogni bambina 14 carte. Nel secondo caso alle bambine è servito più tempo, guardavano di più le carte, cambiavano di posto le carte se sbagliavano, ma alla fine hanno svolto il tutto con successo. Erano molto soddisfatte dell'attività e hanno affermato che era molto interessante.

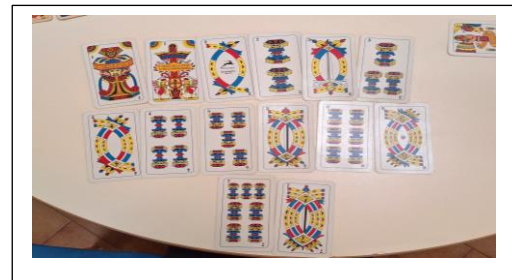


Immagine n. 41 e 42: Attività di ordinamento con le carte da gioco

Problema n. 14: Che cosa fare se ci sono cinque bambini e abbiamo solo tre lettini per farli riposare?

Età dei bambini: 4 anni

Prima di iniziare con l'attività, svolta singolarmente con ogni bambino, ho detto: - Oggi sei tu la maestra e dovrai mettere a dormire i bambini nei loro lettini. Quanti bambini ci sono in tutto? Quanti lettini ci sono in tutto? La bambina ha contato i bambini (peluche) che erano cinque e i loro lettini che erano 3. Dopo di che ha iniziato a sistemare i peluche nelle scatole in maniera seguente: ha messo i due peluche più grandi nella scatola grande, un peluche di media grandezza e uno piccolo nella scatola di grandezza media, il peluche di grandezza media nella scatola

più piccola. La bambina ha inserito il peluche di grandezza media e il peluche piccolo nella stessa scatola perché, i loro colori erano simili (entrambi erano bianchi e grigi). L'altro peluche di media grandezza l'ha inserito nella scatola più piccola perché era diverso dagli altri (marrone con puntini neri) e non aveva il compagno simile a lui. Un bambino invece ha sistemato i peluche nelle scatole basandosi sulla loro grandezza. Ha posto i due peluche grandi nella scatola grande, i peluche di media grandezza nella scatola media e il peluche più piccolo nella scatola piccola. Inoltre, dopo aver finito, ha detto: - Ecco, così è giusto, ho fatto bene. Il terzo bambino ha svolto l'attività diversamente. Nella scatola grande ha inserito un peluche grande e uno medio, nella scatola media ha inserito un peluche grande e nella scatola piccola ha inserito il peluche di media grandezza e quello piccolo. Ho chiesto al bambino: - Come mai hai messo i bambini a dormire in questo modo? Mi puoi dire perché li hai messi così? Il bambino ha risposto: - Così i bambini più piccoli non sono da soli e non hanno paura. Infatti, i peluche di media grandezza e il peluche piccolo non erano da soli nella scatola, uno era con il peluche grande e gli altri due erano insieme. L'ultima bambina ha ordinato i peluche in ordine di grandezza come ha fatto il bambino, mettendo nella scatola grande i due peluche grandi, in quella di media grandezza i peluche medi e nella scatola piccola il peluche più piccolo.

Osservazioni: Tutti e quattro i bambini hanno svolto l'attività senza difficoltà. Ognuno di loro mi ha motivato la propria scelta e dal mio punto di vista le loro soluzioni sono corrette e vanno prese in considerazione. I bambini sono diversi tra loro, ognuno ha il proprio modo di pensare, di scegliere e di decidere. Infatti, si è potuto notare come una bambina ha separato il peluche diverso dagli altri in una scatola, mettendo gli altri quattro in coppie, secondo la somiglianza di colore. L'altro bambino si è preoccupato dei peluche come se fossero dei bambini veri, non ha voluto che i peluche soffrissero. Dando importanza alle emozioni, si è dimostrato un bambino sensibile ed empatico. Gli altri due, invece, hanno svolto l'attività di corrispondenza sostenendo che andava svolta così perché è giusto che i peluche grandi siano nella scatola grande, i medi nella scatola media e il peluche piccolo nella scatola piccola.

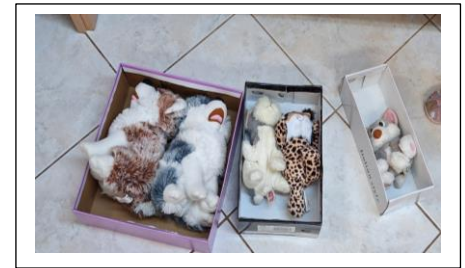
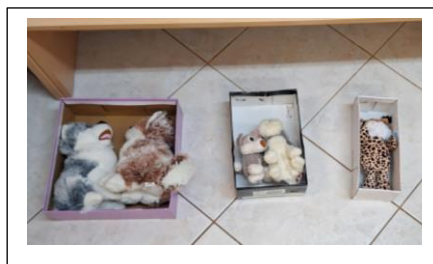
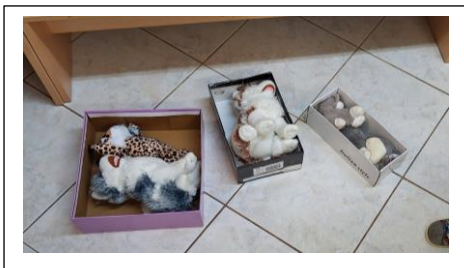


Immagine n. 43; 44 e 45: Attività di ordinamento con i peluche e le scatole

Età dei bambini: 6 anni

L'attività è stata svolta individualmente con ogni bambina. Prima di iniziare ho detto: - Oggi sei tu la maestra e dovrai mettere a dormire i bambini nei loro lettini. Quanti bambini ci sono in tutto? Quanti lettini ci sono in tutto? La prima bambina ha detto subito che c'erano tre lettini e cinque peluche. Dopo di che ha iniziato a sistemare i peluche nelle scatole mettendo i peluche grandi nella scatola grande, un peluche di media grandezza e il peluche piccolo (entrambi bianchi e grigi) nella scatola media e l'altro peluche di media grandezza (marrone con i puntini neri) nella scatola piccola. Ho chiesto alla bambina: - Come mai hai sistemato così i peluche?, lei ha risposto: - Perché i grandi vanno nella scatola grande, questi altri due che hanno i colori simili nella scatola di media grandezza e quest'altro peluche che è diverso ed è più lungo nella scatola piccola che è anche più lunga delle altre due. Le altre tre bambine hanno ordinato i peluche per grandezza, i grandi nella scatola grande, i medi nella scatola media e il piccolo nella scatola piccola, sostenendo che così andava bene perché bisogna guardare la grandezza.

Osservazioni: Pensavo che tutte e quattro le bambine avrebbero sistemato i peluche a seconda della grandezza. Invece, la prima bambina mi ha dato una risposta interessante, dalla quale ho capito che oltre ai colori, ha notato che un peluche era più lungo e che era giusto metterlo nella scatola più piccola che alla bambina sembrava più lunga e stretta. Essendo una situazione aperta non c'erano soluzioni sbagliate. Ognuna di loro ha messo in atto le proprie abilità e idee, dando una spiegazione logica alla propria scelta.



Immagine n. 46 e 47: Attività di ordinamento con i peluche e le scatole

5.5 Riflessioni sui risultati della ricerca empirica

Dai risultati ottenuti ho potuto notare che le situazioni problematiche più difficili per i bambini erano l'attività di classificazione delle caramelle nei sacchetti, le attività di seriazione nel disporre sequenze uguali di perline e decorare la cornice con serie di forme uguali, infine, l'attività di ordinamento nel gioco shangai semplificato. Nel primo caso per i bambini la quantità di caramelle era troppo grande, infatti, avevano a disposizione 20 caramelle e 4 sacchetti. Dovendo distribuire lo stesso numero di caramelle nei sacchetti non capivano come si poteva farlo. Classificavano le caramelle senza seguire una logica ben precisa, andavano a tentativi e soltanto alla fine, dopo aver confrontato le quantità di caramelle in ogni sacchetto, notavano che fosse differente. Avendo proposto la stessa situazione problematica ai bambini di 4 e di 6 anni, ho notato che per i bambini di 4 anni la difficoltà era maggiore. Infatti, nessuno di loro è riuscito a ottenere il risultato giusto. Soltanto dopo aver diminuito il numero di sacchetti da quattro a due e il numero di caramelle da venti a dieci, due bambini hanno distribuito in ogni sacchetto cinque caramelle, mentre gli altri continuavano a rifare l'attività senza aver trovato una soluzione efficace. I bambini di 4 anni sapevano contare, riconoscevano la differenza di quantità, erano di grado di distinguere il sacchetto con un numero maggiore di caramelle e quello con un numero minore, ma il loro ostacolo principale era proprio la distribuzione delle caramelle tenendo conto che in ogni sacchetto doveva esserci la stessa quantità. Naturalmente, avendo soltanto 4 anni, il loro sapere matematico deve crescere, svilupparsi, ampliarsi. È importante che a quest'età sappiano contare oggetti e riconoscere le differenze di quantità. Per quanto riguarda i bambini di 6 anni, la situazione era diversa. Infatti, due bambini sono riusciti a risolvere il problema subito, distribuendo lo stesso numero di caramelle in quattro sacchetti, mentre gli altri due hanno trovato la soluzione corretta avendo a disposizione solamente due sacchetti e dieci caramelle. Durante l'età prescolare i bambini iniziano a comprendere sempre di più il concetto di numero, iniziano a sottrarre e sommare piccole quantità di oggetti, sono in grado di risolvere situazioni problematiche alla loro portata. Inoltre, essi possiedono abilità matematiche informali che è opportuno utilizzare sia durante le attività strutturate, che nella routine quotidiana. Tutti questi fattori hanno contribuito allo svolgimento dell'attività più facilmente, ponendo i bambini di 6 anni in una situazione di minor difficoltà, rispetto ai bambini di 4 anni, che devono ancora

potenziare le loro abilità di base. Le altre due situazioni problematiche più difficili per i bambini, soprattutto per quelli di 4 anni, erano le attività di seriazione o alternanza ritmata nel creare una collana con le perline colorate e decorare la cornice per la foto. In entrambi i casi i bambini di 4 anni hanno riscontrato maggiori difficoltà e la differenza con i bambini di 6 anni, secondo me, è notevole. Nel primo caso i bambini di 4 anni hanno creato una collana a loro piacimento, senza seguire un ordine preciso di perline. Soltanto dopo aver visto il mio modello di collana, creata ponendo le perline in un'alternanza ritmata, i bambini hanno deciso di seguire il modello offerto con le perline scelte da loro. Nonostante avessero iniziato bene, mettendo le perline in un ordine preciso, avevano difficoltà a rifare lo stesso ordine di perline. Ho notato che i bambini confondevano l'ordine dei colori oppure il numero delle perline. Avevano difficoltà a comprendere che, sia il numero, che il colore delle perline della prima sequenza doveva essere uguale in ogni sequenza successiva. Alla fine, hanno fatto la collana creando la seriazione con le perline, ma, con l'aiuto delle mie domande stimolo. Se avessero svolto l'attività completamente in autonomia, secondo me, soltanto un bambino sarebbe riuscito a concluderla arrivando all'obiettivo. Penso che attività di questo genere andrebbero proposte ai bambini, sin da piccoli, per dare loro la possibilità di sviluppare al meglio le abilità logico-matematiche attraverso la risoluzione di problemi. Forse i bambini erano attratti molto dal materiale e hanno dato meno importanza all'attività in sé. Dal mio punto di vista le educatrici dovrebbero proporre ai bambini attività di *problem solving* per incrementare non solo l'abilità di seriazione, ma anche di attenzione e concentrazione. Infatti, non credo che i bambini non sappiano riprodurre una serie di perline, penso che la difficoltà sia legata anche alla poca attenzione dei bambini che spesso hanno fretta di finire un'attività, un gioco, per passare a quello successivo. I bambini di 6 anni dapprima hanno creato una collana a loro piacimento e dopo la mia domanda di fare una collana simile alla mia, seguendo un ordine preciso di perline, lo hanno fatto senza difficoltà. Secondo me erano più attenti, la loro concentrazione dura di più, rispetto a quella dei bambini di 4 anni. La seconda attività di seriazione, cioè la decorazione delle cornici, non ha messo i bambini in difficoltà nel senso di non saper come svolgere l'attività, ma, i bambini di quattro anni si sono proprio rifiutati di decorare le cornici creando un'alternanza ritmata con le forme e i colori. Erano talmente entusiasti di poter usare i colori a tempera e le spugne di diverse forme e dimensioni che non hanno voluto accogliere i miei suggerimenti e proposte. Pur non avendo creato una seriazione, i

bambini hanno espresso la loro creatività, hanno pensato a come sistemare le forme, quali colori scegliere e inoltre, due di loro hanno mescolato due colori perché erano curiosi di scoprire quale avrebbero ottenuto. Secondo me, da ogni attività i bambini possono imparare qualcosa, scoprire cose nuove, fare esperienze diverse e significative. Dal loro rifiuto di seguire le mie indicazioni e proposte è possibile constatare che i bambini sono intraprendenti, sanno decidere ciò che vogliono e in questo caso li ho lasciati liberi di farlo. L'ultima attività che risultava complicata per tutti i bambini, sia di 4 che di 6 anni, è stato il gioco dello shangai durante il quale dovevano spostare i bastoncini uno per volta senza far muovere gli altri. Al primo tentativo di prendere il bastoncino senza spostare gli altri due, tutti i bambini hanno iniziato a tirarlo, muovendo gli altri due, poi alcuni hanno provato a sollevare velocemente i due bastoncini sopra per prendere quello alla base. Soltanto dopo vari tentativi, certi bambini hanno pensato di sollevare uno per uno i bastoncini per arrivare a quello sotto. È stato interessante osservare come, nonostante la differenza di età, inizialmente tutti i bambini abbiano messo in atto la stessa strategia, ovvero tirare il bastoncino sotto agli altri. Secondo me l'azione di tirare il bastoncino in fondo è stata automatica, spontanea, perché era il primo iniziando dal basso. Ciò non significa che i bambini non abbiano sviluppato la capacità di ordinare gli oggetti, ma dovevano capire che bisognava cominciare dall'ultimo, quello in cima agli altri. Il risultato ottenuto dall'attività può essere un segnale per l'educatrice di proporre ai bambini attività di questo tipo, di porre i bambini in situazioni problematiche che facciano ragionare i bambini e che diano a loro l'opportunità di sfruttare al massimo le loro capacità. Le attività più facili per i bambini erano quelle di classificazione ovvero raggruppare i fiori, le carte da gioco e i libri della biblioteca scolastica. Facili erano anche le attività di corrispondenza, cioè trovare il paio di ciabattine di ciascun bambino e apparecchiare il tavolo come pure le attività di ordinamento, ovvero costruire una torre con gli anelli di plastica e i sassi di grandezza diversa. Durante lo svolgimento di queste attività i bambini non hanno riscontrato difficoltà o ostacoli. Anzi, le hanno svolte trovando subito la soluzione migliore. Per quanto riguarda le attività di corrispondenza, penso che i bambini vengano messi quotidianamente in situazioni simili. Infatti, ogni giorno arrivati in asilo, sistemano le scarpe nel guardaroba, e prima di andare a casa ripongono le ciabattine una vicino all'altra al solito posto. Inoltre, durante l'ora della merenda o del pranzo, i bambini di servizio aiutano ad apparecchiare la tavola. Per questo motivo le attività proposte sono

risultate molto semplici per i bambini, che non si sono ritrovati in una situazione nuova. L'attività di classificazione nel raggruppare i fiori nei vasi è stata troppo semplice per tutti i bambini. L'unica differenza che ho notato è legata alla quantità dei fiori inseriti nei vasi. Infatti, due bambini di 4 anni non hanno messo nei vasi tutti i fiori creando dei mazzi, ma hanno scelto di inserirne di meno, mentre tutti gli altri hanno utilizzato tutto il materiale a disposizione. L'attività con le carte da gioco è stata realizzata dai bambini senza difficoltà, infatti, hanno raggruppati le carte prendendo in considerazione i semi e formando quattro mazzi. È stata interessante come un bambino di quattro anni non si è concentrato sui simboli (semi), ma ha raggruppati le carte basandosi sui numeri. Affermando esplicitamente che su determinate carte ci sono gli stessi numeri e che vanno messe insieme. La scelta del bambino mi ha sorpreso e ho lasciato che classifichi le carte da gioco in base alla sua decisione. Per quanto riguarda l'attività di raggruppare i libri, le scelte dei bambini erano diverse. Due bambini di quattro anni hanno scelto di raggrupparli per grandezza, gli altri due secondo il contenuto, mentre le bambine di 6 anni hanno classificato i libri per grandezza e spessore. Le attività di costruzione delle torri erano simili, soltanto che gli anelli colorati erano segnati dai puntini neri. Ogni anello rappresentava una quantità diversa. I bambini in entrambi i casi sono riusciti a distinguere la differenza delle dimensioni sia degli anelli che dei sassi. Però, ho notato che una piccola differenza di dimensione tra due anelli o due sassi poteva confondere i bambini di quattro anni. I bambini piccoli basano le loro conoscenze sulla percezione, quando le differenze di quantità o dimensioni sono ben visibili, percepiscono immediatamente la disuguaglianza, in caso contrario hanno bisogno di più tempo e confronti. A parte ciò, i bambini hanno costruito le torri mettendo alla base il sasso/anello più grande fino ad arrivare a quello più piccolo. I bambini di 4 anni non hanno utilizzato tutti i sassi per costruire la torre, mentre quelli di 6 anni sì. Dal mio punto di vista i bambini di 4 anni hanno costruito la torre con i sassi di grandezza diversa, focalizzandosi sulle loro dimensioni. Hanno scelto i sassi grandi, medi e piccoli, evidenziando la loro dimensione. Infatti, guardando le loro torri, si notava subito la differenza tra i sassi. Contrariamente, i bambini di 6 anni hanno utilizzato tutti i sassi, cercando di non far cadere la torre e posizionando i sassi diversamente. Secondo me hanno voluto sperimentare di più, infatti, ponevano il sasso piccolo sotto a quello grande, scambiavano di posto i sassi per rendere la torre più stabile. Dai risultati è possibile constatare come i bambini inclusi nella ricerca, essendo in due stadi di sviluppo

diversi, hanno svolto le attività in maniera differente dimostrando un livello di sviluppo diverso di gran parte delle abilità osservate. Comunque, qualsiasi situazione problematica porta i bambini a riflettere, a confrontarsi, a esprimere le proprie idee e a collegare le esperienze vissute con il problema da risolvere. Penso che ogni situazione proposta abbia fatto ragionare i bambini, in alcuni casi di più, in altri meno, dipendeva molto dal grado di difficoltà dell'attività. Personalmente ho cercato di lasciare i bambini liberi di provare, sperimentare, di risolvere le attività autonomamente e in un secondo momento sono subentrata con delle domande, proposte o indicazioni. Non volevo influenzare la loro scelta o strategia di risoluzione dei problemi, ho voluto soltanto spronarli a ragionare, porre loro delle domande stimolo che li aiutino a trovare varie soluzioni o che li facciano analizzare la situazione da più punti di vista. Essendo un'esperienza nuova anche per me, in certe situazioni ho lasciato che i bambini mi guidassero per capire meglio a quale obiettivo volessero arrivare, spesso erano loro che ponevano delle domande senza il mio intervento. Un esempio che voglio riportare è l'attività con gli anelli colorati realizzata con le bambine di 6 anni. Dopo aver costruito le torri con gli anelli e aver contato i puntini neri su di essi, ho notato che per le bambine l'attività era troppo semplice. Infatti, le bambine hanno iniziato spontaneamente a nominare degli oggetti, frutta, verdura dello stesso colore degli anelli. Ho colto l'opportunità di svolgere un'attività non prevista, cercando di sfruttarla per riflettere sui colori. Le bambine prendevano un anello per volta, se lo passavano e ognuna di loro nominava una cosa dello stesso colore del singolo anello. Mi sono lasciata guidare dalle bambine che erano interessate a trovare numerosi oggetti dello stesso colore. Nonostante non fosse un'attività strettamente legata all'abilità di ordinare oggetti per grandezza, le bambine hanno dovuto ragionare, facendo esempi interessanti tratti dall'esperienza precedente. In tal modo hanno collegato l'attività svolta all'abilità di mettere in corrispondenza, perché a ogni colore hanno associato un oggetto. In molte occasioni le risposte dei bambini erano inaspettate e mi hanno stupito. Durante l'attività di classificazione dei fiori nei vasi una bambina ha trovato una soluzione, a mio avviso, interessante e ben pensata. Infatti, ha diminuito la quantità dei fiori nei vasi seguendo la loro diminuzione di grandezza. Un altro bambino invece ha associato l'attività con il vissuto personale, affermando che anche sua madre ha i vasi pieni di fiori e per questo motivo lui ha sistemato tutti i fiori in tre mazzi. L'attività di classificazione delle carte da gioco è stata svolta in egual modo da tutti i bambini, però un bambino mi ha

sorpreso, scegliendo autonomamente il criterio di classificazione delle carte. Infatti, le ha raggruppate in base al numero segnato sopra, che secondo me era un criterio anche più complesso, rispetto alla classificazione in base al seme. Mi ha sorpreso anche l'affermazione di una bambina di 4 anni che, durante l'attività di mettere in corrispondenza le ciabattine, ha affermato che le sue erano diverse. Ha notato che la disposizione dei fiorellini sulle ciabattine era leggermente differente, è stata attenta ai dettagli ai quali nemmeno io ho fatto caso. I bambini ci stupiscono con le loro idee, i loro ragionamenti, soprattutto quando li espongono spontaneamente, come nel caso dei bambini di 6 anni, che, prima di creare le collane con le perline colorate si sono preoccupati di trovare una soluzione su come tagliare quattro fili della stessa lunghezza. Hanno risolto un problema di misurazione senza che venisse posto direttamente e hanno capito che per tagliare i fili della stessa lunghezza devono affiancarvi il primo già tagliato. Un'attività apprezzata molto dai bambini era quella di decorare le corone con gli adesivi colorati. Ne erano assai attratti, non vedevano l'ora di attaccarne un sacco e li ho visti notevolmente coinvolti e divertiti. Prima di decorare le corone, però, dovevano trovare un modo per crearle su misura. La maggior parte dei bambini ha posto la striscia di cartoncino sulla testa creando una circonferenza, mentre due bambini hanno preso la striscia di carta e se la sono posta vicino al corpo per lunghezza. Secondo loro si poteva creare una corona su misura confrontando la sua lunghezza con il proprio corpo. La loro reazione mi ha stupito perché pensavo che avrebbero confrontato la striscia di carta con la testa. Anche in questo caso, invece, ho avuto la conferma che ogni bambino ragiona in maniera diversa trovando a volte soluzioni insolite e originali, anche se non efficaci in base ai criteri degli adulti. L'ultima attività svolta con i bambini consisteva nel mettere a risposare cinque bambini (peluche) avendo a disposizione soltanto tre lettini (scatole). Non ho posto domande ai bambini prima di iniziare con l'attività, ho soltanto detto che devono mettere a risposare i peluche, senza sottolineare il fatto che il numero di peluche fosse superiore al numero di lettini. L'ho fatto per non influenzare la loro scelta e inoltre, volevo vedere se i bambini mi avrebbero chiesto di dar loro ancora due lettini per i peluche, però non è accaduto. La maggior parte dei bambini ha svolto l'attività distribuendo i peluche nelle scatole tenendo conto delle dimensioni, i peluche grandi nella scatola grande, i peluche medi nella scatola media e quelli piccoli nella scatola piccola. Alla richiesta di motivare le loro soluzioni mi aspettavo un ragionamento simile, invece, le risposte mi hanno sorpreso. In

particolare, era insolita la spiegazione di un bambino di quattro anni, che sosteneva fosse giusto mettere i peluche più piccoli nella scatola con i più grandi, così non si sarebbero sentiti soli e tristi. Mi ha fatto tenerezza la risposta del bambino che si è preoccupato dei peluche come fossero bambini reali, ho visto in lui un bambino sensibile ed emotivo. Una bambina ha separato un peluche dagli altri perché il suo colore era diverso. Un'altra bambina, di 6 anni, ha preso in considerazione non solo la diversità di grandezza e colore, ma anche la lunghezza dei peluche e delle scatole, inserendo nella scatola più lunga e stretta il peluche un po' più lungo degli altri. In generale, ogni risposta dei bambini va presa in considerazione, dandole la stessa importanza e cercando di capire il ragionamento del bambino. I punti di vista, le supposizioni, le idee, le soluzioni differenti sono importanti e devono essere analizzate per capire come pensa ogni singolo bambino. Inoltre, ritengo che i bambini abbiano la necessità di affrontare situazioni problematiche più spesso. Esse stimolano la loro curiosità, sviluppano il pensiero divergente, la creatività e il ragionamento critico, indispensabili per scoprire la soluzione più efficace. I bambini sono abituati a ricevere risposte già pronte, soprattutto perché al giorno d'oggi sono circondati dalla tecnologia che permette di ottenere l'informazione desiderata con un semplice click. Non hanno bisogno di sforzarsi per arrivare a un obiettivo, non solo a causa della tecnologia, ma anche dei genitori che sono sempre pronti a risolvere ogni minimo problema. Le educatrici hanno a disposizione moltissimi strumenti e materiali per proporre ai bambini situazioni problematiche, esercitare le loro abilità logico-matematiche, sfruttare le loro conoscenze legate al mondo che li circonda, però, secondo me, lo fanno poco. I bambini assimilano le informazioni nuove velocemente, sono come delle piccole spugne, perciò è doveroso offrire loro la possibilità di sfruttare e migliorare le abilità a disposizione, esercitandole in tutti i campi di esperienza.

6. CONCLUSIONE

Con il *problem solving* s'intende una strategia educativa fondata sull'uso didattico di problemi significativi, tratti dal mondo reale o costruiti in modo realistico, strutturati senza prevedere un'unica risposta corretta. L'apprendimento è centrato sul bambino e avviene in piccoli gruppi, mentre l'educatore assume il ruolo di guida o facilitatore. La risoluzione di problemi non va considerata come contenuto da insegnare, ma come metodo didattico col quale è possibile migliorare la qualità dell'apprendimento delle abilità matematiche e costruire il sapere in autonomia. Usando tale metodo il bambino apprende per adattamento a un ambiente o meglio a situazioni problematiche che producono conflitti cognitivi e presentano difficoltà da superare nella ricerca della soluzione. Per situazione problematica non s'intende la richiesta dell'educatore di ottenere un risultato scontato usando un procedimento appreso in precedenza ma situazioni che non si sa come risolvere. Se i bambini sanno come fare, o la maestra glielo dice, allora non risolvono problemi, ma solo esercizi. I problemi didatticamente ricchi possono avere più di una soluzione. Possono anche essere aperti e, in tal caso, sono più interessanti perché implicano soluzioni alternative e l'uso del pensiero divergente.

Le opportunità di risolvere problemi possono essere create nella scuola dell'infanzia fornendo risorse, utilizzando situazioni spontanee che si presentano nelle routine quotidiane, nelle attività organizzate, nei giochi, o presentando problemi immaginari come fossero reali. L'importante è che i bambini s'impegnino ad affrontarli e arrivino a vederli come se fossero problemi loro. L'arte di porre problemi implica presentare una situazione come genuinamente problematica che coinvolge i bambini in un contesto familiare, in cui si sentono in grado di agire per trovare la soluzione, possiedono le abilità matematiche necessarie e i risultati sono per loro significativi. Gli educatori possono aiutare i bambini a capire il problema, essere consapevoli dei processi e delle strategie messe in atto e a valutare la soluzione migliore. La risoluzione dei problemi consente ai bambini di dimostrare comprensione e uso di concetti e abilità matematiche. Li coinvolge nell'apprendimento attivo basato sulla ricerca di soluzioni che richiede di pensare in modo critico e creativo e prendere decisioni autonome. Inoltre, risolvere situazioni problematiche complesse sviluppa la fiducia in sé stessi, migliorando la capacità di usare le conoscenze e le abilità matematiche anche nel risolvere problemi di vita quotidiana.

Durante la mia ricerca empirica ho cercato di applicare le regole esposte sopra e ho notato un notevole coinvolgimento dei bambini in ogni situazione proposta. I problemi proposti hanno impegnato i bambini in una serie di abilità logico-matematiche, come confrontare e ordinare secondo la grandezza e le quantità numeriche, classificare e mettere in corrispondenza nonché contare e riconoscere relazioni numeriche. Le situazioni problema dovevano servire da strumenti per far emergere il modo di ragionare dei bambini e permettere di valorizzare le competenze logico-matematiche di ognuno. Ho cercato situazioni autentiche, legate alla vita quotidiana, e non esercizi a carattere ripetitivo o domande alle quali la risposta era scontata. Ad ogni soluzione chiedevo di spiegare la scelta fatta per risolvere la situazione problematica cercando di non intralciare con le mie domande gli atteggiamenti strategici nei confronti dei problemi. Analizzando le situazioni problematiche proposte posso concludere che quelle più difficili per i bambini che hanno partecipato alla ricerca, erano l'attività di classificazione delle caramelle nei sacchetti, le attività di disporre perline in sequenze uguali nel creare una collana, di decorare la cornice con sequenze di forme uguali, nonché l'attività di sollevare i bastoncini senza muovere quelli sottostanti nel gioco semplificato dello shangai. Le situazioni problematiche più facili per i bambini erano le attività di classificare i fiori, le carte da gioco e i libri della biblioteca scolastica, le attività di mettere in corrispondenza le loro paia di ciabattine, di apparecchiare il tavolo e di ordinare anelli di plastica e sassi di grandezza diversa per costruire una torre. È probabile che alcune situazioni fossero troppo semplici perché incontrate già nelle azioni di routine quotidiana. Alcune soluzioni mi hanno sorpreso per il ragionamento insolito, per la capacità di individuare i dettagli e la sensibilità empatica verso gli altri.

Riflettendo sull'esperienza vissuta posso dire che il *problem solving* è una strategia didattica da applicare molto più spesso perché i bambini sono abituati a ricevere risposte immediate, soprattutto perché al giorno d'oggi sono circondati dalla tecnologia che facilita troppo la ricerca di informazioni e soluzioni ai problemi. Non hanno bisogno di sforzarsi nel risolvere problemi non solo a causa della tecnologia ma anche dei genitori che sono sempre pronti ad appianare ogni piccola difficoltà per loro. Le educatrici hanno a disposizione moltissimi strumenti e materiali per proporre ai bambini situazioni problematiche, esercitando le loro abilità logico matematiche e sfruttando le conoscenze informali, però, secondo me, lo fanno poco. Considerata la

facilità con cui i bambini assimilano informazioni e abilità nuove, bisognerebbe offrire loro molti più stimoli volti a sviluppare soprattutto il pensiero critico e la creatività, sempre più necessari nella società attuale.

7. RIASSUNTO

La tesi affronta l'apprendimento di concetti e abilità matematiche dei bambini in età prescolare basato sulla risoluzione dei problemi come metodo didattico da usare nella scuola dell'infanzia. Imparare la matematica non è utile soltanto per risolvere un esercizio seguendo procedimenti imparati in precedenza, ma dovrebbe abilitare i bambini a risolvere situazioni problematiche applicando capacità di comprensione e analisi, di pensiero critico e divergente, nonché creatività e iniziativa. La risoluzione di problemi vista come strategia didattica va applicata seguendo regole precise che riguardano la scelta di situazioni problematiche adeguate all'età e alle capacità dei bambini, i procedimenti di soluzione e la rappresentazione degli stessi. Il ruolo degli educatori nell'uso di questa strategia didattica non è solo di essere esperti dei contenuti da imparare, ma dei processi da attivare nella mente del bambino. Valutando i bisogni formativi, gli interessi e le motivazioni che stanno alla base dell'apprendimento dei bambini, gli educatori devono progettare e gestire situazioni problematiche, il processo di ricerca delle soluzioni e le riflessioni sulle attività svolte. Molti ricercatori sostengono che sia fondamentale promuovere la risoluzione di problemi nella scuola d'infanzia per dare la possibilità ai bambini di sviluppare il loro ragionamento, sfruttare al meglio gli strumenti a disposizione, usare il pensiero creativo, esporre le proprie idee e accettare quelle altrui. Per quanto riguarda le situazioni problematiche, gli educatori devono proporre ai bambini situazioni concrete, immergerli nel mondo della matematica tenendo conto delle loro capacità e della fase di sviluppo. Bisogna prestare attenzione anche alle possibili rappresentazioni dei problemi, basate sull'uso dei linguaggi verbale, gestuale e grafico. Esse giocano un ruolo cruciale nella risoluzione dei problemi, soprattutto quando si parla di concetti astratti legati alla matematica.

Numerose sono le attività e i giochi in cui è possibile applicare il *problem solving* in modo interessante e coinvolgente. Il gioco in particolare incoraggia i bambini a scoprire, a essere attivi, permette loro di assumere più punti di vista ed è un ottimo

strumento per avvicinarli, in modo divertente, ai concetti matematici usando la risoluzione di problemi.

La ricerca empirica è stata svolta con un gruppo di bambini di quattro e uno di sei anni, che frequentano le sezioni educative Folletti e Tesorini della scuola dell'infanzia Girotondo di Umago. L'obiettivo era porre i bambini in situazioni problematiche basate sulle abilità logico-matematiche di classificazione, corrispondenza biunivoca, seriazione e ordinamento per vedere come le avrebbero risolte e notare le differenze nelle strategie e nei ragionamenti usati secondo l'età dei bambini.

La durata della ricerca era breve e il numero dei bambini basso, fattori che non permettono di generalizzare i risultati ottenuti. La differenza tra i bambini di quattro e quelli di sei anni si nota in particolare nelle reazioni alle attività proposte. In generale i bambini di quattro anni hanno riscontrato più difficoltà a svolgere determinate attività, oppure erano restii ad accettare proposte o ascoltare domande che li portassero verso la soluzione di un problema. Ad esempio, nel decorare le cornici con adesivi o creare una collana con sequenze di perline colorate, i bambini di quattro anni erano concentrati su ciò che li attraeva di più, proseguendo con l'attività scelta senza sentire ragioni. I bambini di sei anni, invece, erano più propensi ad accettare suggerimenti e proposte, cercavano di svolgere l'attività ragionandoci più a lungo e, pur seguendo un'idea personale, accoglievano anche le indicazioni e i consigli dell'educatrice.

Le attività più facili per i bambini inclusi nella ricerca, erano quelle di classificare i fiori, le carte da gioco e i libri della biblioteca scolastica, mettere in corrispondenza le ciabattine, apparecchiare il tavolo e ordinare anelli di plastica e sassi di grandezza diversa. Le attività in cui hanno riscontrato maggiori difficoltà sono state quelle di distribuire un ugual numero di caramelle nei sacchetti, disporre perline in sequenze uguali, decorare una cornice usando serie di forme uguali, nonché l'attività di sollevare i bastoncini senza muovere quelli sottostanti. L'approccio alla situazione problematica e la scelta della strategia da mettere in atto erano in accordo con la loro età, il presapere e le abilità logico-matematiche. Ognuno vi ha aggiunto elementi di scelta personale, creatività e spirito critico.

Realizzando la ricerca empirica ho lavorato a diretto contatto con i bambini e ho potuto osservare i loro atteggiamenti, ascoltare le loro opinioni, rispondere alle loro

domande. Tutto ciò mi ha portato alla conclusione che nelle scuole d'infanzia si dovrebbe porre più attenzione alla strategia del *problem solving* offrendo la possibilità ai bambini di entrare nel mondo dei numeri e della matematica di base attraverso situazioni problematiche. Naturalmente, bisognerebbe stare attenti a trasformarle in attività ludiche attraenti e dinamiche, adatte al grado di sviluppo dei piccoli.

7.1 Sažetak

Tema završnog rada je problemsko učenje početnih matematičkih pojmova i vještina predškolske djece, korišteno kao metoda poučavanja u dječjem vrtiću. Učenje matematike ne bi se trebalo koristiti samo za rješavanje zadataka slijedeći prethodno naučene postupke, već bi trebalo osposobiti djecu da riješe problemske situacije primjenom vještina razumijevanja, analize, kritičkog i divergentnog razmišljanja, kreativnosti i sposobnosti inicijative. Rješavanje problema u vidu nastavne strategije mora se primjenjivati u skladu s preciznim pravilima o izboru problemskih situacija primjerenih dobi i sposobnostima djece te o postupcima rješavanja i mogućnostima njihovog prikazivanja. Uloga odgajatelja u korištenju ove nastavne strategije nije samo biti stručnjak u sadržajima koji se uče, već i u procesima koji se aktiviraju u djetetovom umu. Temeljem procjene obrazovnih potreba, interesa i motivacije djece, odgajatelji moraju osmisliti i upravljati problemskim situacijama, procesom pronalaženja rješenja i promišljanjem o provedenim aktivnostima. Mnogi istraživači tvrde da je neophodno promicati rješavanje problema u dječjem vrtiću kako bi se djeci pružila prilika da razviju svoje razmišljanje, da maksimalno iskoriste raspoloživa sredstva, da nauče kreativno razmišljati, izložiti vlastite ideje i prihvatiti tuđe. Što se tiče problemskih situacija, odgajatelji moraju djeci predložiti konkretne situacije, uroniti ih u svijet matematike uzimajući u obzir njihove sposobnosti i razvojnu razinu. Pozornost se također mora posvetiti mogućim prikazima problema temeljenih na uporabi govora, pokreta i crteža. Prikazi igraju ključnu ulogu u rješavanju problema, posebno kada je riječ o apstraktnim pojmovima iz područja matematike.

Postoje brojne aktivnosti i igre u kojima se može primijeniti rješavanje problema na zanimljiv i primamljiv način. Poseban značaj u tome ima igra jer potiče djecu na aktivno otkrivanje, omogućuje im da razumiju stvari iz više kutova gledišta i izvrsno je

sredstvo za zabavno shvaćanje početnih matematičkih pojmova uz pomoć rješavanja problema.

Empirijsko istraživanje provedeno je sa skupinama djece od četiri i šest godina koja pohađaju odgojne grupe Folletti i Tesorini iz dječjeg vrtića Girotondo (Vrtuljak) u Umagu. Cilj je bio uključiti djecu u problemske situacije temeljene na logičko-matematičkim vještinama razvrstavanja, pridruživanja jedan na jedan, nizanja po veličini i prema uzorku, radi praćenja primijenjenih načina rješavanja problema te uočavanja razlika u strategijama i razmišljanju djece različite dobi.

Trajanje istraživanja bilo je kratko a broj djece ograničen što nam ne dopušta generalizaciju dobivenih rezultata. Razlika između četverogodišnjaka i šestogodišnjaka posebno je vidljiva u reakcijama na predložene aktivnosti. Općenito, djeci od četiri godine bilo je teže naći rješenje u određenim aktivnostima te nisu htjeli prihvatiti prijedloge odnosno slušati poticajna pitanja u cilju rješavanja problema. Na primjer, prilikom ukrašavanja okvira naljepnicama ili stvaranja ogrlice ponavljanjem uzorka obojenih perlica, četverogodišnjaci su bili usredotočeni na ono što ih je najviše privlačilo, nastavljajući s odabranom aktivnošću bez obraćanja pozornosti na preporuke. S druge strane, šestogodišnjaci su bili skloniji prihvatiti prijedloge, pokušavali su naći rješenje razmišljajući duže vremena, te su slušali savjete odgajatelja iako su na kraju ostvarili vlastitu ideju.

Za djecu uključenu u istraživanje najjednostavnije aktivnosti su bile razvrstavanje cvijeća, igraćih karata i knjiga iz školske knjižnice, pridruživanje papuča, postavljanje stola i nizanje plastičnih prstena i kamenja različitih veličina. Aktivnosti koje su im zadale najviše poteškoća bile su rasporediti jednak broj bombona u sve vrećice, nizati perlice prema odabranom uzorku, ukrasiti okvir pomoću setova jednakih oblika, te podizanje štapića bez pomicanja ostalih. Pristup problemskoj situaciji i izbor primijenjene strategije bili su u skladu s njihovom dobi, predznanjem i logičko-matematičkim vještinama. Svaki učesnik dodao je elemente osobnog izbora, kreativnosti i kritičkog razmišljanja.

Provodeći empirijsko istraživanje bila sam u izravnom kontaktu s djecom i mogla sam pratiti njihove stavove, slušati njihova razmišljanja, odgovarati na njihova pitanja. Sve me to dovelo do zaključka da u dječjim vrtićima treba posvetiti više pozornosti strategiji rješavanja problema nudeći djeci mogućnost ulaska u svijet brojeva i

početne matematike uz pomoć problemskih situacija. Naravno, treba paziti da se probleme pretvori u atraktivne i dinamične igre, primjerene razvojnoj razini mališana.

7.2 Summary

The undergraduate thesis "The Problem-Solving Strategy in Learning Logical-mathematical Thinking in Preschool" focuses on the learning of mathematical concepts and skills in preschool children, emphasizing problem-solving as a teaching method for kindergarten education. Learning mathematics goes beyond merely following procedures to solve exercises; it should empower children to address problem situations by applying skills such as understanding, analysis, critical thinking, and creativity. Problem-solving, when viewed as a teaching strategy, requires adherence to precise guidelines regarding the selection of problem situations suitable for the age and abilities of the children, as well as the procedures for solution and their representation. Educators' role in employing this teaching strategy extends beyond expertise in the subject matter to encompass mastery of the cognitive processes involved in children's learning. By assessing children's educational needs, interests, and motivations, educators must design and facilitate problematic situations, guide the process of finding solutions, and facilitate reflection on the activities undertaken. Many researchers argue that promoting problem-solving in kindergarten is crucial for enabling children to enhance their reasoning abilities, utilize available tools effectively, engage in creative thinking, express their own ideas, and embrace those of others. In terms of presenting problematic situations, educators should offer concrete scenarios to children, immersing them in the realm of mathematics while considering their abilities and developmental stage. Attention should also be given to various forms of problem representation, utilizing verbal, gestural, and graphic languages, which play a crucial role in problem-solving, particularly with abstract mathematical concepts.

There are numerous activities and games that facilitate problem-solving in an engaging and interesting manner. Games, in particular, encourage children to explore, be active participants, consider multiple perspectives, and serve as excellent tools for introducing mathematical concepts through problem-solving in a fun and enjoyable manner.

The empirical research involved a group of four-year-olds and one six-year-old, who are children in the “Folletti” and “Tesorini” educational sections of the Italian kindergarten “Girotondo” in Umag. The objective was to present the children with problem situations that focused on logical-mathematical skills such as classification, one to one principle, seriation, and sorting, in order to observe how they would approach and solve them. The study aimed to identify differences in strategies and reasoning based on the children's age.

The research had a short duration and involved a small number of children, which limits the generalizability of the results. A notable difference between four- and six-year-olds was observed in their reactions to the activities presented. Generally, four-year-olds struggled more with certain tasks and were often hesitant to engage with proposed activities or respond to questions aimed at guiding them toward problem solutions. For instance, during tasks such as decorating frames with stickers or creating necklaces with sequences of colored beads, four-year-olds tended to focus on their immediate interests, continuing with their chosen activity without considering alternative approaches.

In contrast, six-year-olds were more receptive to suggestions and proposals. They demonstrated a willingness to engage in deeper thinking about the activities and were more open to incorporating educator guidance and advice while pursuing their own ideas.

The easiest activities for the children involved in the research included sorting flowers, playing cards, and books from the school library, matching slippers, setting the table, and arranging plastic rings and stones of different sizes. Conversely, the tasks that posed the greatest difficulty for them included distributing an equal number of candies into bags, arranging beads in equal sequences, decorating a frame using sets of equal shapes, and the activity of lifting sticks without disturbing the ones below.

The children's approach to the problem situations and their choice of strategies were in accordance with their age, pre-existing skills, and logical-mathematical abilities. Each child incorporated elements of personal choice, creativity, and critical thinking into their problem-solving processes.

During the empirical research, I had direct interaction with the children, allowing me to observe their attitudes, listen to their opinions, and respond to their questions. This experience led me to the conclusion that kindergarten education should place greater emphasis on problem-solving strategies, providing children with opportunities to explore the world of numbers and basic mathematics through engaging problem-based activities. Naturally, it's crucial to ensure that these activities are transformed into attractive and dynamic play experiences, tailored to the developmental level of the children.

8. BIBLIOGRAFIA

- BAROODY, A. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary and special educational teachers*. New York: Teachers College Press.
- BAROODY, A. J., GINSBURG, H. P. (1990). *Children's learning: A cognitive view*. In R. B. Davis, C. A. Maher, N. Noddings (Eds.). *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*, pp. 51-64. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- BARTOLINI BUSSI, M. (2008). *Matematica. I numeri e lo spazio*. Bergamo: Edizioni Junior.
- CHUNG, K. (1994). *Young children's acquisition of mathematical knowledge and mathematics education in kindergarten*. Doctoral dissertation. Iowa State University. Iowa: Ames.
- COOKE, A. (2018). *An argument to engage really young children in mathematics*. In Hunter, J.; Perger, P.; Darragh, L. (Eds.) *Making waves, opening spaces*. Proceedings of the 41^a annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 242-249. Auckland: MERGA.
- D'AMORE, B.; FANDINO PINILLA, M.; GABELLINI, G.; MARAZZINI, I.; MASI, F.; SBARAGLI, S. (2004). *Infanzia e matematica. Didattica della matematica nella scuola dell'infanzia*. Bologna: Pitagora Editrice.
- GEARY, D. (1996). *Children's Mathematical Development. Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

- HIEBERT, J., THOMAS, P. CARPENTER, E., FENNEMA, K. C. FUSON, D. W., HUMAN, P. MURRAY, H., OLIVER, A. (1997). Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth, NH: Heinemann.
- HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.) Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics, pp. 1–27. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- LAPPAN, G.; PHILLIPS, E. (1998). Teaching and learning in the Connected Mathematics Project. In L. Leutinger (Ed.), Mathematics in the middle, pp. 83-92. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- LEPPÄÄHO, H. (2018). Ongelmanratkaisun opettamisesta. In J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, P. Räsänen (Eds.), Matematiikan opetus ja oppiminen, pp. 368–393. Jyväskylä (Finland): Niilo Mäki Instituutti.
- LESTER, F. K. (2003). Preface. In F. Lester (Eds.), Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-Grade 6, pp. IX-XVI. National Council of Teachers of Mathematics.
- LILJEDAHL, P.; SANTOS-TRIGO, M.; MALASPINA, U.; BRUDER, R. (2016). Problem solving in mathematics education. Amburgo: SpringerOpen.
- LUCANGELI, D.; IANNITTI, A.; VETTORE, M. (2007). Lo sviluppo dell'intelligenza numerica. Roma: Carocci editore.
- MCLEOD, D.; ADAMS, V. (1989). Affect and mathematical problem solving. New York: Springer-Verlag.
- MILJAK, A. (2015). Razvojni kurikulum ranog odgoja: Priručnik za odgojitelje i stručni tim u vrtićima. Zagreb: Mali profesor.
- PAOLI, F. (2014). Didattica della matematica: dai tre agli undici anni. Roma: Carocci editore.
- PÓLYA, G. (1945). How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press.
- POLYA, G. (1973). How to solve it: A new aspect of mathematical method (2nd. edition). Princeton University Press.
- PRAETORIUS, A.K.; CHARALAMBOUS, Y. (2023). Theorizing Teaching: Current Status and Open Issues. Cham, Switzerland: Springer.

- RICCHIARDI, P.; COGGI, C. (2011). Gioco e potenziamento cognitivo nell'infanzia. Comprensione, memoria, ragionamento, capacità critica e creatività. Trento: Erickson.
- ROGOFF, B. (1990). Apprenticeship in Thinking. Cognitive Development in Social Context. New York: Oxford University Press.
- SABENA, C.; FERRI, F.; MARTIGNONE, F.; ROBOTTI, E. (2019). Insegnare e apprendere matematica nella scuola dell'infanzia e primaria. Milano: Editore Mondadori Università.
- SANTONI, N.; PONTALTI, B. (2012). Recupero in... Matematica. Dal concetto di numero alle addizioni e sottrazioni entro il 1000. Trento: Erickson.
- SCHOENFELD, A. H. (1985). Mathematical problem solving. New York: Academic Press.
- SEO, K.H.; GINSBURG, H. P. (2004). What Is Developmentally Appropriate in Early Childhood Mathematics Education? Lessons from New Research. In D.H. Clements, J. Sarama (Eds.). Engaging Young Children in Mathematics, pp. 91-104. Mahwah: Erlbaum Associates Inc.
- SLUNJSKI, E. (2003). Devet lica jednog odgajatelja-roditelja. Zagreb: Mali profesor.
- SLUNJSKI, E. (2006). Kad djeca pišu, broje, računaju: neobične igre običnim materijalima. Varaždin: Stanek.
- SLUNJSKI, E. (2012). Tragovima dječjih stopa. Zagreb: Profil.
- STRAMEL, J. (2021). Mathematics Methods for Early Childhood. Hays, Kansas: Fort Hays State University.
- TOURTET, L. (1987). (a cura di) Percorsi della scoperta matematica: 53 situazioni-problema per i bambini della scuola materna. Brescia: La scuola.
- VYGOTSKY, L. (1978). Mind in Society. Cambridge: Cambridge University Press.

Articoli

- BAKI, A.; YILDIZ, C. (2013). Historical Problems in the History of Mathematics Exemples for the Classroom. *Mediterranean Journal of Educational Research*, 14a (2013), 189-195.

- CLAESSENS, A.; ENGEL, M.; CURRAN, F. (2014). Academic content, student learning, and the persistence of preschool effects. *American Educational Research Journal*, 51 (2), 403-234.
- CLEMENTS, D. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics*, 7(5): 270-275.
- COBB, P.; WOOD, T.; YACKEL, E.; PERLWITZ, M. (1992). A Follow-Up Assessment of a Second-Grade Problem-Centered Mathematics Project. *Educational Studies in Mathematics*, 23(5): 483-504. <https://doi.org/10.1007/BF00571469>
- D'AMORE, B. (2021). Riflessioni sull'apprendimento della Matematica nella Scuola dell'infanzia...e anche prima. *Bambini*, 37 (5): 1-8.
- DAVIDSON, N. (1990). Cooperative Learning in Mathematics: A handbook for teachers. Menlo Park, CA: Addison-Wesley.
- DETTORI, G., GIANNETTI, T. (2004). Representations and problem solving. In S. Demetriadis. Interaction between learner's internal and external representations in multimedia environment: a state-of-the-art. Kaleidoscope NoE Report <https://telearn.hal.science/hal-00190213>
- EDWARDS, C.P., GANDINI, L. (2015). Teacher research in Reggio Emilia, Italy: Essence of a dynamic, evolving role. *Voices of Practitioners*, Winter, 10(1): 89-103.
- EISENHART, M.; BORKO, H.; UNDERHILL, R.; BROWN, C.; JONES, D.; AGARD, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 8-40.
- ELKIND, D. (1976). Education Today's Children: Focus on Early Childhood. Appropriate Curriculum for Early Childhood. Special collections: Oregon Public Speakers. 151. <https://pdxscholar.library.pdx.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1135&context=orspeakers>
- EMER, B. (2016). Conoscere il concetto di numero nella scuola dell'infanzia. Tesina di laurea. Università Juraj Dobrila di Pola, Facoltà di Scienze della Formazione. <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:137:048167> (consultato il 28.gennaio 2023)

- GINSBURG, H.; AMIR, M. (2008). What in teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29: 272-285.
- GOPNIK, A.; SOBEL, D. M.; SCHULZ, L. E.; GLYMOUR, C. (2001). Causal learning mechanisms in very young children: Two, three, and four year-olds infer causal relations from patterns of variation and covariation. *Developmental Psychology*, 37(5), 620-629.
- GRIGOROVITCH, A.; NERTIVICH, D. (2017). Introduction to magnets for lower primary school students, *European Journal of Education Studies*, 3(3): 3-4.
- GUZMAN GURAT, M. (2018). Mathematical problem-solving strategies among student teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 11(3): 53-64.
- HALMOS, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7): 519-524. <https://doi.org/10.2307/2321415>
- HARDIN, L. (2003). Problem solving concepts and theories. *Journal of*
- HARRIS, B.; PETERSEN D. (2019). Developing math skills in Early Childhood. *Mathematica Policy Research*. Princeton: Mathematica Inc. <https://mathematica.org/publications/developing-math-skills-in-early-childhood>
- HUSTON, A. C., KLEBANOV, P., SEXTON, H. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6): 1428-1446.
- Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (2012). Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca.
- KAITERA, S.; HARMOINEN, S. (2022). Developing mathematical problem-solving skills in primary school by using visual representations on heuristics. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, Special Issue, 10(2): 111-146.
- LA PORTA, R. (2010). Analisi delle componenti cognitive implicate nella soluzione dei problemi aritmetici. Dissertazione del dottorato di ricerca. Università degli Studi di Palermo, Facoltà di Scienze della Formazione. https://iris.unipa.it/bitstream/10447/95466/1/Abilit%C3%A0_cognitive_implicat_e_nella_soluzione_dei_problemi_aritmetici.pdf (consultato il 28 gennaio 2023)

- LAMZA, A. (2021). Razvoj predmatematičkih vještina u ustanovama ranog odgoja i obrazovanja. Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Filozofski fakultet <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:131:932684> (consultato il 12 novembre 2023)
- LEONARDI, L. (2023). Ricerca e Didattica nella Scuola dell'Infanzia: quando la teoria si intreccia con le voci degli insegnanti. Dissertazione del dottorato di ricerca, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Filosofia, sociologia, pedagogia e psicologia applicata. <https://www.research.unipd.it/handle/11577/3484868>
- MYERS, T. (2021). Importance of problem-solving in child development. <https://mrsmyersrr.com/news/importance-problem-solving-child-development> (consultato il 6 ottobre 2023)
- Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje. (2014). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.
- NAEYC (National Association for the Education of Young Children) NCTM (National Council of Teachers of Mathematic) (2010). Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings. Position statement: pp. 1-21. <https://www.naeyc.org/sites/default/files/globally/shared/downloads/PDFs/resources/position-statements/psmath.pdf>
- NCTM (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics.
- OECD (2014). PISA 2012 Results: Creative Problem Solving. Students; skills in tackling real-life problems. Volume V. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali (1991). Roma: Ministero della pubblica istruzione. Gazzetta Ufficiale Serie Generale del 15-06-1991.
- PALMER, H.; BOMMEL, J. (2018). Problem Solving in Early Mathematics Teaching. A Way to Promote Creativity? *Creative Education*, 9(12): 1775-1793.
- PEHKONEN, E.; NAVERI, L.; LAINE, A. (2013). On teaching problem solving in school mathematics. *CEPS Journal*, 3(4): 9-23.
- PRADA-NÚÑEZ, R.; MARMOLEJO, G.; MULEMA, S. (2020). Belief system towards mathematics present in future teachers. A comparative study. *Revista ESPACIOS*, 41(35): 197-212.

- Programsko usmjerenje odgoja i obrazovanja predškolske djece (1991). Zagreb: Glasnik Ministarstva prosvjete i športa, n.7/8.
- RESNICK, L.B. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, 16(9): 13-20+54.
- SHAYER, M., ADHAMI, M. (2003). Realising the Cognitive Potential of Children 5-7 with a Mathematics Focus. *International Journal of Educational Research*, 39, 743-775. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2004.10.005>
- STAUB, F. C.; STERN, E. (1997). Abstract reasoning with mathematical constructs. *International Journal of Educational Research*, 27(1): 63-75.
Veterinary Medical Education, 30(3): 226-229.
- VILLEGAS, H. L.; CASTRO, E.; GUTIERREZ, J. (2009) Representation in problem solving: A case study with optimization problem. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1) 2009: 279-308.
- WESTWOOD, P. (2011). The Problem with Problems: Potential Difficulties in Implementing Problem-Based Learning as the Core Method in Primary School Mathematics. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16(1): 5-18. <https://doi.org/10.1080/19404158.2011.563475>
- WILSON, J.; FERNANDEZ, M.; HADAWAY, N. (2011). Mathematical problem solving. <http://jwilson.coe.uga.edu/emt725/PSSyn/PSSyn.html>
- WILSON, P.S.; CHAUVOT, J. (2000). Sound Off!: Who? How? What? A strategy for Using History to Teach Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 93(8): 642-645.
- YAFTIAN, N. (2014) The Outlook of the Mathematicians Creative Processes. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 191(2015): 2519 – 2525.
- ZEYNEP INAN, H. (2009). The Third Dimension in Preschools: Preschool Environments and Classroom Design. *European Journal of Educational Studies*, 1(1), 55-66.
- ZHANG, J. (1997) The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science*, 21(2): 179-217.

