

# Logičke igre i zagonetke: Edukativni alati i primjena teorije dokaza

---

**Dudaković, Ernest**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:137:068032>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-06**



*Repository / Repozitorij:*

[Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula](#)



Sveučilište Jurja Dobrile u Puli

Fakultet Informatike u Puli

**Ernest Dudaković**

**Logičke igre i zagonetke: Edukativni alati i primjena teorije dokaza**

Završni rad

Pula, 24.9.2023. godine

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli

Fakultet informatike u Puli

**Ernest Dudaković**

**Logičke igre i zagonetke: Edukativni alati i primjena teorije dokaza**

Završni rad

**JMBAG: 0303094587 Ernest Dudaković /redovni student**

**Studijski smjer: Informatika**

**Kolegij: Matematika**

**Mentor: doc.dr.sc. Siniša Miličić**

Pula, 24.9.2023. godine



## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisani Ernest Dudaković, ovime izjavljujem da je ovaj završni rad rezultat isključivo mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuje korištenje bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio seminarskog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojeg necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

U Puli, 24 Rujan 2023. Godine

## Sažetak

Rad pod naslovom "Logičke igre i zagonetke: Edukativni alati i primjena teorije dokaza" istražuje doprinos logičkih igara i zagonetki u obrazovnom okruženju, naglašavajući njihovu sposobnost poticanja kognitivnog razvoja i kritičkog razmišljanja kod učenika. Prikazujući povijesne trenutke u kojima su igre postale integralni dio obrazovnog procesa, rad razotkriva dublje psihološke mehanizme učenja kroz igru i zagonetke. Nonogram, kao jedna od centralnih tema, ističe se kao logička igra koja na jedinstven način spaja vizualne i numeričke elemente. Rad detaljno objašnjava njegove osnovne principe i metode rješavanja, posebno ističući ulogu SAT solvera u rješavanju kompleksnijih zadataka. Daljnji segment rada posvećen je logičkim zagonetkama, njihovoj povijesnoj relevantnosti i utjecaju na razvoj logičkog razmišljanja kroz vremena. Istovremeno, rad povezuje svijet igara i zagonetki s formalnim matematičkim pristupima, posebno se fokusirajući na teoriju dokaza. U zaključku, rad sumira svoja otkrića i ističe revolucionarni potencijal integracije logičkih igara i zagonetki u modernom obrazovanju, naglašavajući njihovu ulogu kao ključnih alata u formiranju budućih generacija sposobnih za duboku analizu i kreativno rješavanje problema."

Ključne riječi: logičke igre, zagonetke, edukativni alati, teorija dokaza, Nonogram, SAT solver, kritičko razmišljanje, kognitivni razvoj, matematički pristupi.

## Sadržaj

|  |    |
|--|----|
| <b>1. Uvod</b> .....   | 6  |
| <b>2. Igre kao zagonetke kao edukativni alati</b> .....                  | 7  |
| 2.1. Povijesna uloga igara i zagonetki u kognitivnom razvoju .....       | 7  |
| 2.2. Psihološki aspekti učenja putem igara i zagonetki .....             | 8  |
| 2.3. Moderna Primjena Igara i tehnologija u edukaciji .....              | 8  |
| 2.4. Buduće perspektive igara i zagonetki u obrazovanju .....            | 9  |
| <b>3. Nonogram: logička igra vizualnog razmišljanja</b> .....            | 10 |
| 3.1. Povijest nonograma .....  | 10 |
| 3.2. Uvod i osnovna pravila .....  | 11 |
| 3.3. Primjer i igranje nonograma .....                                   | 11 |
| 3.4. Primjena SAT solvera u rješavanju nonograma .....                   | 13 |
| <b>4. Logičke zagonetke</b> .....  | 15 |
| 4.1. Definicija logičkih zagonetki .....                                 | 15 |
| 4.2. Važnost logičkih zagonetki .....                                    | 16 |
| 4.3. Primjena u svakodnevnom životu .....                                | 17 |
| 4.4. Pregled klasičnih logičkih zagonetki .....                          | 18 |
| <b>5. Primjena teorije dokaza na logičke igre</b> .....                  | 19 |
| 5.1. Uvod u teoriju dokaza .....   | 19 |
| 5.2. Vežanost s logičkim igrama .....                                    | 20 |
| 5.3. Praktična primjera .....  | 20 |
| 5.4. Izazovi i ograničenja primjene teorije dokaza na logičke igre ..... | 21 |
| <b>6. Zaključak</b> .....  | 22 |
| <b>7. Reference i Literatura</b> .....                                   | 23 |

# 1.Uvod

Logičke igre i zagonetke kroz povijest nisu samo služile kao izvor zabave, već su i poslužile kao alati za poticanje kognitivnog razvoja, kritičkog razmišljanja i vještina rješavanja problema. U suvremenom digitalnom dobu, gdje informacije i podaci postaju ključne točke za inovacije i razvoj, sposobnost kritičkog razmišljanja i rješavanja problema postaje esencijalna. Logičke igre i zagonetke, u tom kontekstu, postaju most između tradicionalnog načina razmišljanja i suvremenih metoda učenja, nudeći zanimljive pristupe i metode za osnaživanje uma.

Ovaj rad će se baviti logičkom igrom Nonogram, istražujući kako suvremene tehnologije poput SAT solvera mogu biti primijenjene u rješavanju takvih igara. Paralelno s tim, razmotrit ćemo kako klasične zagonetke, koje su stoljećima intrigirale uma, mogu biti povezane s teorijom dokaza, pružajući dublje razumijevanje njihove složenosti i izazova.

U doba kada se obrazovanje neprestano mijenja pod utjecajem tehnologije, logičke igre i zagonetke dobivaju novu dimenziju. One nisu samo izvor zabave, već postaju i alati koji potiču razvoj vještina kritičkog razmišljanja i problematike neophodne za suvremeno društvo. U okviru ovog rada proučavat ćemo kako kombinacija teorije dokaza i logičkih igara može pridonijeti boljem razumijevanju i pristupu učenju, čineći ga zanimljivijim i interaktivnijim."

Uz sve navedeno, ovaj rad će istražiti buduće perspektive logičkih igara i zagonetki u edukaciji, posebno s obzirom na stalni tehnološki napredak i promjenjive obrazovne potrebe. Zaključno, istražiti ćemo kako ove igre i zagonetke mogu postati ključni elementi inovativnih obrazovnih strategija, te poticati daljnja istraživanja i razvoj na ovom fascinantnom području.

## **2. Igre kao zagonetke kao edukativni alati**

### **2.1. Povijesna uloga igara i zagonetki u kognitivnom razvoju**

Kroz povijest, igre su prvenstveno bile prepoznate kao sredstva zabave, način na koji ljudi provode slobodno vrijeme i odmorište od svakodnevnih briga. Od drevnih društava poput Egipta i Grčke, gdje su igre poput "Seneta" i raznih društvenih igara bile popularne, do srednjeg vijeka kada su šah i slične igre postale dominantne, igre su uvijek bile sastavni dio ljudske kulture.

No, osim što su pružale zabavu, igre su također bile važne kao alati za mentalni i kognitivni razvoj. Igranje šaha, na primjer, potiče strateško razmišljanje, planiranje unaprijed i sposobnost anticipiranja poteza protivnika. Slično tome, zagonetke su poticale logičko razmišljanje i vještine rješavanja problema.

Osim toga, igre su često bile korištene u obredima i ceremonijama, gdje su imale važnu pedagošku ulogu, učeći mlade generacije o mitovima, tradicijama i vrijednostima društva.

Dok su igre u drevnim vremenima bile više shvaćene kao sredstvo zabave i duhovnog razvoja, s vremenom je rasla njihova uloga u obrazovanju i razvoju. Na primjer, tijekom renesanse, igre poput šaha bile su prepoznate ne samo kao zabava nego i kao sredstvo za razvijanje intelektualnih sposobnosti.

S razvojem pedagogije i obrazovanja, postalo je jasno da igre imaju važnu ulogu u učenju, posebno za djecu. Otkriće da igrači situacija mogu pomoći u razumijevanju složenih koncepta dovelo je do integracije igara u obrazovne sustave.

U 20. i 21. stoljeću, s razvojem tehnologije, video igre i digitalne aplikacije počele su preuzimati obrazovnu scenu, nudeći inovativne načine učenja i pristupa informacijama, što je dodatno promijenilo percepciju i ulogu igara u društvu.



## **2.2. Psihološki aspekti učenja putem igara i zagonetki**

Počevši od djetinjstva, igre služe kao primarna sredstva učenja za djecu. Prirodna znatiželja i potreba za istraživanjem svijeta oko sebe često su usmjerene kroz igre. Dječje igre kao što su "skrivača" ili slagalice pomažu djeci razvijati prostorne sposobnosti, prepoznavanje obrazaca i timsku suradnju. Odrasli također koriste igre za poticanje svog kognitivnog razvoja. Na primjer, križaljke i Sudoku potiču verbalne i matematičke sposobnosti. Osim toga, istraživanja su pokazala da redovito igranje određenih video igara može poticati poboljšanje u pažnji, reakcijskom vremenu i sposobnosti multitaskinga.

Dodatno, s obzirom na tehnološke trendove, igre zasnovane na virtualnoj i proširenoj stvarnosti pružaju dodatnu dimenziju iskustva, potičući korisnike na istraživanje, eksperimentiranje i interakciju s virtualnim svijetom, što može poboljšati prostorno razmišljanje i rješavanje problema. S obzirom na složenost suvremenog svijeta, sposobnost kritičkog razmišljanja postala je neophodna. Kroz igre, igrači su neprestano izloženi situacijama koje zahtijevaju duboku analizu i prosudbu. Nisu sve igre jednako korisne u razvijanju kritičkog razmišljanja. Oni koji zahtijevaju strategiju, planiranje i predviđanje (poput šaha ili Go-a) su posebno korisni. Osim toga, igre koje imaju moralne izbore ili posljedice za akcije igrača potiču refleksiju o etičkim pitanjima.

Kritičko razmišljanje također podrazumijeva sposobnost prepoznavanja pristranosti, lažnih informacija i pogrešnih zaključaka. Igre koje simuliraju stvarne svjetske scenarije (npr. političke simulacije) mogu pomoći igračima da razviju ovu kritičku sposobnost, pripremajući ih za stvarne svjetske izazove.

## **2.3. Moderna Primjena Igara i tehnologija u edukaciji**

Tehnološki napredak igra ključnu ulogu u transformaciji tradicionalnih metoda učenja. Igre, kao jedan od najstarijih oblika učenja, u kombinaciji s modernom tehnologijom, nude nove dimenzije iskustava i pristupa. Prensky [2] ističe kako se igre sve više koriste u školama kao sredstva za poticanje učenja i angažmana studenata. Dok su igre nekad bile isključivo ručne

i analitičke, suvremena tehnologija omogućuje automatizirane metode za njihovo rješavanje. Ovi alati ne samo da pomažu igračima da brzo pronađu rješenja, već i dodaju slojeve složenosti igrama, čineći ih još izazovnijima i edukativnijima. Kroz digitalne platforme i algoritamske pristupe, igrači sada mogu razvijati dublje razumijevanje logičkih postupaka i metoda koje stoje iza igara, pritom usvajajući ključne vještine rješavanja problema i analitičkog razmišljanja. Klasične zagonetke, koje su stoljećima intrigirale uma, pružaju idealnu platformu za istraživanje složenih matematičkih koncepta i dokaznih metoda. Povezivanjem ovih zagonetki s formalnom teorijom dokaza, studenti mogu steći bolje razumijevanje kako se logičke metode primjenjuju u praksi, pritom razvijajući svoje vještine razmišljanja i analize.

#### **2.4. Buduće perspektive igara i zagonetki u obrazovanju**

S obzirom na brzi razvoj tehnologije i globalne promjene u obrazovnim pristupima, igre i zagonetke sve više postaju središnji elementi suvremene pedagogije. Njihova sposobnost da motiviraju, potiču kritičko razmišljanje i pružaju dublje razumijevanje složenih koncepta čini ih nezamjenjivim alatom u obrazovanju budućnosti. U eri digitalizacije, igre se prilagođavaju kako bi bile relevantne u suvremenom obrazovnom okruženju. Digitalne igre sada uključuju aspekte poput umjetne inteligencije, adaptivnog učenja i personalizirane povratne informacije kako bi se bolje prilagodile individualnim potrebama svakog učenika. Igre koje se nekad smatrale isključivo sredstvima zabave sada se preuređuju da budu edukativne. Uz dodavanje edukativnog sadržaja i postizanja ciljeva učenja, igre postaju sve više integralni dio obrazovnih kurikuluma širom svijeta. Transformacijska igra kombinira osobu, sadržaj i kontekst. Kroz ovakav pristup, igrači postaju protagonisti s odgovornošću donošenja izbora, koristeći akademske koncepte da utječu na svijet oko sebe [3]. Takva igra osvjetljava posljedice i daje značenje odlukama. Dodatno, interaktivnost i uronjenost koje igre pružaju često su bolje u zadržavanju pažnje učenika i omogućuju dublje razumijevanje materijala kroz iskustveno učenje. S obzirom na potrebu za interdisciplinarnim pristupima i razvijanjem "soft" vještina poput kreativnog razmišljanja, timskog rada i rješavanja problema, igre nude savršenu platformu. One pružaju dinamično okruženje gdje se učenici mogu suočavati s izazovima, eksperimentirati s rješenjima i surađivati s drugima. Budući

obrazovni modeli vjerojatno će sve više integrirati igre kao sredstva za razvijanje tih ključnih vještina. Uz to, razvoj tehnologija poput virtualne i proširene stvarnosti otvara nove mogućnosti za kreiranje hiper-realnih simulacija i iskustvenih igara. Isto tako, s obzirom na globalne izazove poput klimatskih promjena i održivosti, igre mogu služiti kao platforma za obrazovanje mlađih generacija o ovim pitanjima, potičući ih da razmišljaju o rješenjima i budu aktivni sudionici u izgradnji bolje budućnosti

### **3.Nonogram: logička igra vizualnog razmišljanja**

#### **3.1. Povijest nonograma**

Nonogrami, poznati i kao japanske zagonetke, posebna su vrsta logičkih zagonetki za crtanje. Izazov je ispuniti rešetku crnim i bijelim pikselima na takav način da se poštuje zadani opis za svaki redak i stupac, koji ukazuje na duljine uzastopnih segmenata crnih piksela [4].

Njegova popularnost brzo se proširila, a uskoro su se počele pojavljivati u časopisima i dnevnim novinama širom svijeta. Prva verzija Nonograma bila je ručno dizajnirana, što je značilo da je svaka zagonetka morala biti pažljivo osmišljena kako bi se osiguralo da ima jedinstveno rješenje.

U ranim 1990-ima, igra je stekla globalnu popularnost, posebno u Europi, zahvaljujući računalnim verzijama i mobilnim aplikacijama. Njena jednostavnost i univerzalnost učinile su je idealnom za različite platforme, od tiskanih časopisa do modernih aplikacija za pametne telefone.

Kroz godine, Nonogram je postao više od obične zagonetke. Postao je izazov za programere koji su tražili načine kako automatizirati proces rješavanja, što je dovelo do primjene različitih algoritama i metoda, uključujući upotrebu SAT solvera, kao što je ranije opisano.

## 3.2. Uvod i osnovna pravila

Nonogram, često nazivan i "Paint by Numbers", "Griddlers", "Picross" među ostalima, predstavlja logičku slagalicu koja spaja elemente vizualnog razmišljanja s numeričkom analizom. Unatoč svojoj jednostavnosti na prvi pogled, može postati izuzetno zahtjevan, iziskujući detaljnu analizu i predviđanje kako igrač napreduje kroz više nivoje zagonetke.

Slika 1 prikazuje primjer nonograma. Slagalice ima pravokutni oblik, koji je podijeljen u jedinične ćelije. Također ćemo te ćelije nazivati pikselima. Za svaki red i svaki stupac dan je opis. Opis označava duljine uzastopnih segmenata crnih piksela duž odgovarajuće linije, redom. Na primjer, opis "2 2" u drugom retku označava da kada prelazite pikselima u tom retku slijeva na desno, prvo bi trebalo biti dva crna piksela, zatim 1 bijeli piksela, nakon čega slijede dva crna piksela [4].

Nekoliko ključnih razloga doprinosi popularnosti Nonograma. Prvenstveno, igra transcendirira jezične i kulturne barijere; brojevi i mreže su univerzalni, što Nonogram čini pristupačnim svima. Početne razine služe kao intuitivan uvod u igru, dok napredne razine pružaju intenzivne izazove čak i za iskusne igrače. Konačna otkrića slike nakon rješavanja pružaju igraču dubok osjećaj postignuća. Uz to, Nonogrami su izvanredni alati za poticanje logičkog i analitičkog razmišljanja. Dodatno, s dolaskom digitalne ere, Nonogram je postao lako dostupan putem različitih aplikacija i online platformi, čime je njegova dostupnost i popularnost dodatno pojačana.

Ova jedinstvena kombinacija logike, kreativnosti i vizualnog izraza čini Nonogram posebno privlačnim ljubiteljima zagonetki i onima koji teže intelektualnoj stimulaciji.

## 3.3. Primjer i igranje nonograma

Nonogram se sastoji od pravokutne mreže s brojevima uz svaki red i stupac. Brojevi označavaju uzastopne skupine obojenih ćelija u svakom redu ili stupcu.

Redovi: 1 | 2 2 | 2 | 3 1 | 1 1

Kolone: 4 | 3 | 1 | 1 | 2 2

|            |          |          |          |          |          |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
|            |          |          |          |          | <b>2</b> |
|            | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>2</b> |
| <b>1</b>   |          |          |          |          |          |
| <b>2 2</b> |          |          |          |          |          |
| <b>2</b>   |          |          |          |          |          |
| <b>3 1</b> |          |          |          |          |          |
| <b>1 1</b> |          |          |          |          |          |

### 1. Prikaz nonograma

Pri rješavanju Nonograma, potrebno je uzeti u obzir upute za svaki red i stupac. Na primjer:

U drugom redu imamo upute "2 2". To znači da ćemo imati jednu obojenu ćeliju, a zatim barem jednu praznu ćeliju prije nego što imamo dvije uzastopne obojene ćelije.

Slično tome, u prvoj koloni imamo uputu "4". To znači da ćemo u tom stupcu imati četiri uzastopne obojene ćelije. Kroz kombinaciju ovih uputa, igrač može pažljivo razmisliti i odlučiti gdje će obojiti svaku ćeliju te će staviti "X" za ćelije koje zna da neće biti popunjene kako bi otkrio skrivenu sliku.

|            |          |          |          |          |          |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
|            |          |          |          |          | <b>2</b> |
|            | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>2</b> |
| <b>1</b>   | X        | X        | X        | X        |          |
| <b>2 2</b> |          |          | X        |          |          |
| <b>2</b>   |          |          | X        | X        | X        |
| <b>3 1</b> |          |          |          | X        |          |
| <b>1 1</b> |          | X        | X        | X        |          |

### 2. Rješen nonogram

### 3.4. Primjena SAT solvera u rješavanju nonograma

Nonogram je popularna zagonetka gdje igrači koriste dane brođčane tragove da bi otkrili sliku koja se krije unutar rešetke. Svaki brođčani trag ukazuje na skupinu susjednih obojenih kvadrata u određenom retku ili stupcu.

Zbog toga što Nonogramski problem uključuje korake razmišljanja koji povezuju vrijednosti nepoznatih ćelija, može mu se pristupiti pomoću modela za razmišljanje o logičkim izrazima, kao što su SAT-izrazi. U radu (Batenburg i Kosters, 2009.) predlaže se okvir obrazloženja za rješavanje nonograma koji koristi 2-SAT[4] model za učinkovito izračunavanje koraka obrazloženja.

Iako se tradicionalne metode rješavanja Nonograma oslanjaju na vizualno razmišljanje i logičku dedukciju, razvoj računalnih tehnologija omogućio je implementaciju alternativnih pristupa, poput upotrebe SAT (Satisfiability) solvera.

SAT, ili Boolean satisfiability problem, je logički problem koji ispituje može li se za dani skup logičkih izraza (klauzula) pronaći kombinacija vrijednosti koja čini sve izraze istinitim. Ako pravila Nonograma predstavimo kao takav skup klauzula, SAT solveri mogu pomoći u pronalaženju rješenja Nonograma ili potvrditi da rješenje ne postoji.

Kako modelirati Nonogram kao SAT problem:

Kada se radi s Nonogramima, ponekad je potrebno prevesti pravila igre na način da ih računalo može razumjeti i rješavati. Jedan od pristupa je korištenje SAT formulacija.

U kontekstu SAT-a, formula je sastavljena od varijabli i logičkih operatora kao što su AND (konjunkcija -  $\wedge$ ), OR (disjunkcija -  $\vee$ ) i NOT (negacija -  $\neg$ ). Koristeći SAT solver, možemo pronaći rješenje za Nonogram tako da solveru damo formulaciju. Ako solver kaže da je formula zadovoljiva, daje nam istinitosne vrijednosti za svaku varijablu Cij. Te vrijednosti možemo zatim direktno koristiti u Nonogramu kako bismo dobili rješenje. Ako imamo Nonogram veličine "r x s", gdje "r" predstavlja broj redaka, a "s" broj stupaca. U ovom kontekstu, svaka ćelija unutar Nonograma može se označiti varijablom Cij. Ovdje i označava

broj redka (i može biti bilo koji broj između 1 i r), dok j predstavlja broj stupca (i može biti bilo koji broj između 1 i s).

Sada, u kontekstu Nonograma, svaka ćelija može biti ili popunjena ili prazna. Tako da varijabla  $C_{ij}$  može imati vrijednost **true** ako je ćelija popunjena ili **false** ako nije.

Osnovna formula koja bi se koristila u SAT solveru za Nonograme bi bila: "kombinacija varijabli i logičkih operatora (AND, OR, NOT)". Formula :

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$$

traži da ili oba A i B budu true, ili A bude false dok je C true. Ovdje "A", "B" i "C" predstavljaju varijable (u našem slučaju, to bi bile ćelije u Nonogramu), dok "AND", "OR" i "NOT" predstavljaju logičke operatore.

Ako bi pogledali 5x5 Nonogram i redak s uputom "2", to znači da moramo imati dvije uzastupno popunjene ćelije. Svaka ćelija u tom retku može se predstaviti kroz varijable kao što su:

$$C_{i1}, C_{i2}, C_{i3}, C_{i4}, C_{i5} .$$

S obzirom na uputu "2" u 5x5 Nonogramu, osnovna formula koja predstavlja sve moguće kombinacije gdje bi dvije uzastopne ćelije bile popunjene, dok su sve ostale ćelije prazne, izgleda ovako:

$$(C_{i1} \wedge C_{i2} \wedge \neg C_{i3} \wedge \neg C_{i4} \wedge \neg C_{i5}) \vee (C_{i2} \wedge C_{i3} \wedge \neg C_{i1} \wedge \neg C_{i4} \wedge \neg C_{i5}) \vee (C_{i3} \wedge C_{i4} \wedge \neg C_{i1} \wedge \neg C_{i2} \wedge \neg C_{i5}) \vee (C_{i4} \wedge C_{i5} \wedge \neg C_{i1} \wedge \neg C_{i2} \wedge \neg C_{i3})$$

Ova formula predstavlja sve moguće kombinacije popunjenih i praznih ćelija koji se podudaraju s uputom "2".

Kada se formula ubaci u SAT solver, on će pokušati naći istinitosnu vrijednost svake varijable u formuli tako da formula postane istinita (zadovoljiva). Ako postoji kombinacija vrijednosti za koje je formula istinita, solver će reći da je formula zadovoljiva i dati set vrijednosti za svaku varijablu koja čini formulu istinitom. Ako ne postoji takva kombinacija, solver će reći da formula nije zadovoljiva.

Za rješenje cijelog 5x5 nonograma pomoću SAT solvera, bilo bi potrebno dati sve formule koje opisuju sve redove i sve stupce Nonograma, temeljene na uputama za svaki redak i svaki stupac. Formulacija za svaki redak ili stupac će se zasnivati na uputama koje su vam dane za taj redak ili stupac. Na kraju, kombinirat će se sve te formule kako bi se dobila jedna velika formula koja opisuje cijeli Nonogram. Ako SAT solver kaže da je ta formula zadovoljiva, tada postoji rješenje za Nonogram i solver će dati istinitosne vrijednosti za svaku varijablu (ćeliju) u Nonogramu.

## **4. Logičke zagonetke**

### **4.1. Definicija logičkih zagonetki**

Logičke zagonetke predstavljaju specifičan tip mentalnih izazova koji se temelje na principima formalne logike. Za razliku od drugih vrsta zagonetki koje se mogu oslanjati na lingvističke igre, općenite informacije ili kreativno razmišljanje, logičke zagonetke zahtijevaju od sudionika da primijeni logičko zaključivanje i dedukciju kako bi došao do ispravnog odgovora. Tipično, takva zagonetka je postavljena tako da se rješenje može pronaći samo koristeći informacije koje su izričito dane u samom zadatku, bez potrebe za dodatnim vanjskim znanjem. Primjerice, zagonetke koje se temelje na odnosima između različitih osoba, sekvencama događaja ili matematičkim problemima spadaju u ovu kategoriju. Jednostavnost i jasnoća uputa, uz složenost zaključivanja potrebnog za rješenje, često su ono što logičke zagonetke čini posebno intrigantnima i izazovnima.



## 4.2. Važnost logičkih zagonetki

Logičke zagonetke nisu samo izvor zabave, već imaju ključnu ulogu u poticanju mentalnog razvoja i oštrenju kognitivnih sposobnosti. One pružaju platformu na kojoj možemo vježbati i razvijati različite vještine uma[5].

**Razvijanje kritičkog razmišljanja:** Kritičko razmišljanje podrazumijeva sposobnost analiziranja informacija, razlučivanje bitnog od nebitnog, i donošenje zaključaka na temelju činjenica i logike. Logičke zagonetke zahtijevaju upravo ovakav pristup, gdje rješavač mora pažljivo razmotriti sve dane informacije i koristiti deduktivno razmišljanje kako bi došao do rješenja.

**Poboljšanje koncentracije i pažnje:** Za rješavanje zagonetki često je potrebna produžena koncentracija i pažnja na detalje. Ovo može biti izazovno, ali redovitim rješavanjem zagonetki, osoba može poboljšati svoju sposobnost održavanja pažnje i usmjeravanja koncentracije na određeni zadatak.

**Stimulacija mozga:** Redovito rješavanje zagonetki može djelovati kao vježba za mozak, čime se poboljšava njegova agilnost i fleksibilnost. Osim toga, zagonetke mogu potaknuti neuroplastičnost, sposobnost mozga da se preuređuje i prilagođava novim informacijama ili izazovima.

**Poticanje kreativnosti:** Iako se logičke zagonetke temelje na čvrstoj logici, rješavanje nekih od njih može zahtijevati kreativan pristup i "izvan-kutijasto" razmišljanje.

**Oснаživanje samopouzdanja:** Svaki put kada osoba uspije riješiti zagonetku, osjeća val postignuća i samopouzdanja. Ovo može pomoći u jačanju vjere u vlastite sposobnosti i motivirati osobu da se suočava s novim izazovima.

**Primjenjivost u svakodnevnom životu:** Logičke zagonetke nisu samo mentalne igre, već nude praktične vještine koje imaju stvarne primjene u svakodnevnom životu. Više o tome kako se ove vještine primjenjuju u svakodnevnim situacijama možete pročitati u sljedećem segmentu

### 4.3. Primjena u svakodnevnom životu

Logičke zagonetke nisu samo intelektualne igre ili mentalni trening, već predstavljaju značajnu priliku za primjenu logičkog razmišljanja u svakodnevnom životu. Evo nekoliko načina na kojima se vještine stečene rješavanjem logičkih zagonetki mogu primijeniti u svakodnevnim situacijama:

**Rješavanje Problema:** Svakodnevni život pun je neočekivanih problema i izazova. Vještine rješavanja problema stečene kroz logičke zagonetke mogu pomoći u identificiranju problema, analizi situacija i pronalaženju efikasnih rješenja.

**Odlučivanje:** Donošenje odluka često zahtijeva vaganje različitih opcija i analizu potencijalnih ishoda. Kritičko razmišljanje i analitičke vještine razvijene kroz zagonetke mogu biti korisne u donošenju informiranih i logičkih odluka.

**Vještine Komunikacije:** Razumijevanje i interpretacija informacija ključni su aspekti efektivne komunikacije. Logičke zagonetke mogu pomoći u razvijanju tih vještina, omogućujući bolje razumijevanje i izražavanje ideja u razgovorima i diskusijama.

**Planiranje i Organizacija:** Planiranje i organizacija su esencijalni za postizanje ciljeva i upravljanje vremenom. Vještine analize i strateškog razmišljanja potrebne za rješavanje zagonetki mogu se primijeniti na planiranje i prioritizaciju zadataka u svakodnevnom životu.

**Kreativnost:** Iako se logičke zagonetke temelje na čvrstoj logici, one također mogu potaknuti kreativno razmišljanje kroz izazove koji zahtijevaju "izvan-kutijasto" razmišljanje.

**Suočavanje sa Stresom:** Logičke zagonetke mogu pružiti način za umirivanje uma i smanjenje stresa kroz mentalno angažiranje i fokusiranje na rješavanje problema umjesto na stresore.

**Doživotno Učenje:** Navika rješavanja zagonetki može potaknuti radoznalost i potrebu za učenjem, što je korisno u osobnom i profesionalnom razvoju.

Kroz ove primjene, logičke zagonetke pružaju platformu za razvoj i primjenu vještina koje su od suštinske važnosti u svakodnevnom životu. Ovo je još jedan pokazatelj duboke povezanosti između logičkih zagonetki i praktičnih aspekata svakodnevne stvarnosti

#### **4.4. Pregled klasičnih logičkih zagonetki**

Logičke zagonetke su postojale tisućama godina i pružale su izazove različitim kulturama i civilizacijama. Nekoliko njih je steklo status "klasičnih" zbog svoje jednostavnosti, ali i duboke složenosti koja potiče razmišljanje. U ovom segmentu predstaviti ćemo neke od najpoznatijih klasičnih logičkih zagonetki.

**Zagonetka o dva vrata:** Postoji soba s dva vrata. Iza jednih vrata je sigurna izlaz, dok iza drugih leži opasnost. Ispred svakih vrata stoji čuvar - jedan uvijek govori istinu, a drugi uvijek laže. Imate pravo postaviti samo jedno pitanje kako biste otkrili koji su sigurni izlazi.

**Zagonetka o prelasku rijeke:** Morate preći rijeku s čamcem. S vama su vuk, koza i kupus. Ako ostavite vuka samog s kozom, vuk će je pojesti. Ako ostavite kozu samu s kupusom, koza će ga pojesti. Kako ćete prenijeti sve troje preko rijeke, ne dopuštajući da jedno pojede drugo?

**Zagonetka o sedam mostova Königsberga:** U Königsbergu, postojalo je sedam mostova koji povezuju različite dijelove grada. Zadatak je bio proći svih sedam mostova bez prelaska niti jednog više od jednom. Je li to moguće?

Ove klasične zagonetke predstavljaju različite vrste logičkih izazova. Dok neke zahtijevaju deduktivno razmišljanje i eliminaciju, druge su osmišljene da testiraju sposobnost promišljanja više koraka unaprijed ili razumijevanje topoloških koncepta. Sve one, međutim, potiču kritičko razmišljanje, planiranje i sposobnost promatranja problema iz različitih perspektiva. Bez obzira na njihovu starost, ove zagonetke i dalje izazivaju i fasciniraju ljude diljem svijeta.

## 5. Primjena teorije dokaza na logičke igre

### 5.1. Uvod u teoriju dokaza

Teorija dokaza je specifična disciplina unutar matematičke logike koja proučava svojstva i strukturu formalnih dokaza. U osnovi, ona se bavi pitanjem kako tvrdnje postaju dokazane i koje su osnovne komponente takvih dokaza. Ova grana je ključna iz razloga što dokazi predstavljaju temelj matematike - oni osiguravaju da su matematičke tvrdnje točne, konzistentne i da se mogu pouzdano koristiti u raznim aplikacijama, uključujući računalne znanosti. U računalstvu, gdje je točnost algoritama od presudne važnosti, teorija dokaza pruža alate i metode za rigorozno potvrđivanje ispravnosti koda i algoritama [6].

**Osnovni koncepti:** Teorija dokaza obuhvaća niz temeljnih koncepta koji čine srž ovog područja:

**Deduktivno zaključivanje:** Ovaj proces uključuje donošenje specifičnih zaključaka na temelju općenitih informacija. Ako su, na primjer, sve mačke sisavci i ako je neko biće mačka, deduktivnim zaključivanjem možemo zaključiti da je to biće sisavac.

**Aksiomi:** Osnovne tvrdnje ili pretpostavke koje se uzimaju kao dane i koje ne trebaju dokaz. Oni služe kao temelj za daljnje dokazivanje drugih tvrdnji.

**Pravila zaključivanja:** Skup pravila koji određuju valjane korake ili transformacije koje se mogu primijeniti na tvrdnje tijekom procesa dokazivanja.

**Valjanost i ispunjivost:** Dok valjanost se odnosi na istinitost logičkog izraza u svim mogućim interpretacijama, ispunjivost se odnosi na postojanje barem jedne interpretacije u kojoj je logički izraz istinit.

## 5.2. Vezanost s logičkim igrama

Logičke igre, poput zagonetki i slagalica, duboko su ukorijenjene u osnovne principe teorije dokaza[13]. Ove igre, koje zahtijevaju deduktivno razmišljanje i sistematično rješavanje problema, odražavaju metodologije koje znanstvenici koriste prilikom dokazivanja matematičkih tvrdnji[13].

Jedna od najznačajnijih prednosti logičkih igara jest njihova sposobnost da vizualiziraju i pojednostave složene koncepte teorije dokaza [14]. U procesu rješavanja, igrači se suočavaju s izazovima koji zahtijevaju slijed logičkih koraka da bi se došlo do rješenja. Ova sekvencija koraka može se smatrati analogijom procesu dokazivanja teorema u matematici. Igrajući se s ovakvim izazovima, možemo razviti intuiciju i razumijevanje o tome kako formalni dokazi funkcionišu.

Dodatno, analizirajući logičke igre kroz prizmu formalnih sustava dokaza, možemo ih definirati kroz skup aksioma (osnovnih pravila igre) i skup zaključaka (ciljeva igre)[14]. Ovaj pristup omogućava nam da rigorozno razmotrimo strukturu i dinamiku igre, predviđamo moguće ishode i razvijamo strategije za njeno rješavanje. Sve to ne samo da produbljuje naše razumijevanje igara, već i pruža bogat kontekst za eksperimentiranje s teorijom dokaza u interaktivnom okruženju.

## 5.3. Praktična primjera

Teorija dokaza nije samo apstraktni matematički koncept već ima izravne primjene u suvremenim tehnologijama, osobito u računalnoj znanosti [13]. Kada softverski inženjeri razvijaju programe, često se suočavaju s izazovima u osiguravanju da su njihove linije koda ispravne. Ako bi imali softverski program koji se koristi za upravljanje prometnim signalima u gradu. S obzirom na prirodu ovog softvera, potrebno je da program radi ispravno kako bi se osigurala sigurnost građana

**Problem:** Ako postoji bug u kodu koji upravlja vremenima svjetlosnih signala, to može dovesti do velikih problema na cestama ili čak do nesreća. Na primjer, ako postoji propust u

kodu koji uzrokuje da dva suprotna prometna signala prikažu zeleno svjetlo istovremeno, to može biti jako loša situacija.

**Primjena teorije dokaza:** Za osiguravanje ispravnog funkcioniranja programa, inženjeri koriste "model checkers"[15]. Ovi alati automatski analiziraju kod kako bi pronašli potencijalne greške. Osnova ovog pristupa leži u teoriji dokaza, gdje se formalno evaluira ispravnost (ili neispravnost) određenog dijela koda. U kontekstu semafora, teorija dokaza se koristi za formalno dokazivanje da u svim mogućim scenarijima (sve kombinacije ulaznih podataka i stanja sistema) nikada neće doći do situacije gdje oba semafora prikazuju zeleno svjetlo istovremeno.

#### **5.4. Izazovi i ograničenja primjene teorije dokaza na logičke igre**

Teorija dokaza, iako je jako korsitan alat za razumijevanje formalnih sustava, postoji niz izazova kada se primjenjuje na kategoriju logičkih igara. Jedan od ključnih izazova su granice formalnog dokazivanja. Dok teorija dokaza pruža temeljne alate i metode, neki problemi unutar logičkih igara premašuju okvire tradicionalnog dokazivanja. Na primjer, određeni logički problemi su NP-potpuni, što znači da za njih nije poznato efikasno rješenje, a time predstavljaju izazov čak i za napredne metode teorije dokaza.

U mnogim slučajevima, ljudi pristupaju logičkim zagonetkama s intuicijom koja se često odmiče od formalnih metoda. Njihovo razumijevanje i pristup problemu mogu biti duboko intuitivni i teško ih je prevesti u formalni jezik.

Također, postoji neprekidni kompromis između kompleksnosti problema i njegove rješivosti. U nekim slučajevima, može biti potrebno žrtvovati točnost radi efikasnosti. To znači da, dok određeni algoritmi mogu pružiti približna rješenja u razumnom vremenu, drugi, precizniji algoritmi, mogu biti prespori za praktičnu upotrebu.

S obzirom na te poteškoće, jasno je da primjena teorije dokaza na logičke igre nije uvijek izravna i da postoje mnoge varijacije koje zaslužuju daljnju pažnju.

## 6. Zaključak

Kroz ovaj rad proučavali smo duboku povezanost između igara, zagonetki i edukativnih procesa, kao i ulogu teorije dokaza u razumijevanju i analizi logičkih igara. Igre i zagonetke, koje sežu unatrag kroz povijest, odigrale su ključnu ulogu u razvoju kognitivnih sposobnosti i oblikovanju našeg razumijevanja svijeta.

S razvojem tehnologije, uloga igara u edukativnim procesima dobiva sve veći značaj. Ove igre, pored zabave, omogućavaju dublje razumijevanje složenih koncepta i promoviraju kritičko razmišljanje. Posebno je zanimljiv primjer Nonograma, gdje tehnologija ne samo da olakšava igru, već i otvara nove perspektive u razumijevanju i analizi ovakvih logičkih izazova.

Osim toga, teorija dokaza pruža čvrstu osnovu za razumijevanje logike koja stoji iza mnogih igara i zagonetki. Kroz analizu klasičnih logičkih zagonetki i njihove primjene u svakodnevnom životu, postalo je jasno da su ove igre mnogo više od jednostavne zabave.

U budućnosti, s rastom tehnologije i sve većom integracijom igara u edukativne procese, očekujemo daljnje inovacije u načinima na koje koristimo igre i zagonetke za poticanje kognitivnog razvoja i razumijevanja svijeta oko nas.

## 7. Reference i Literatura

1. Gee, J. P. (2003). What video games have to teach us about learning and literacy. *Computers in Entertainment*, 1(1), 20.
2. Prensky, M. (2003). *Don't Bother Me Mom—I'm Learning*.
3. Barab, S. A., Gresalfi, M., & Ingram-Goble, A. (2011). Transformational Play: Using Games to Position Person, Content, and Context. *Educational Researcher*, 40(7)
4. Batenburg, K. J., & Kusters, W. A. (2009). Solving Nonograms by combining relaxations. *Pattern Recognition*, 42(8)
5. Danesi, M. (2020). *The Total Brain Workout: 450 Puzzles to Sharpen Your Mind, Improve Your Memory & Keep Your Brain Fit*. Hanover Square Press.
6. Troelstra, A. S., & Schwichtenberg, H. (2000). *Basic Proof Theory*. Cambridge University
7. Shaffer, D. W. (2006). *How computer games help children learn*. Palgrave Macmillan.
8. Anderson, C. A., & Dill, K. E. (2000). Video games and aggressive thoughts, feelings, and behavior in the laboratory and in life. *Journal of Personality and Social Psychology*, 78(4), 772-790.
9. Franklin, S., Peat, M., & Lewis, A. (2003). Non-traditional interventions to stimulate discussion: the use of games and puzzles. *Journal of Biological Education*, 37(2), 79-84.
10. Eén, N., & Biere, A. (Year). Effective preprocessing in SAT through variable and clause elimination. In *Proceedings of the International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing (SAT 2005)* (pp. 61-75). *Lecture Notes in Computer Science* (Vol. 3569).
11. Davis, M., Sigal, R., & Weyuker, E. J. (1994). *Computability, complexity, and languages: fundamentals of theoretical computer science*. Academic press.
12. Batenburg, K., Henstra, S., & Palenstijn, W. J. (2010). Constructing simple nonograms of varying difficulty. *Computer Science*
13. Boolos, G., Burgess, J., & Jeffrey, R. (2002). *Computability and Logic*. Cambridge University Press.



14. Berlekamp, E., Conway, J., & Guy, R. (1982). Winning Ways for your Mathematical Plays.
15. Clarke, E. M., Grumberg, O., & Peled, D. A. (1999). Model checking. MIT press.