

# L'apprendimento dei numeri in eta' prescolare

---

**Pulin, Matteo**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Pula / Sveučilište Jurja Dobrile u Puli**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:137:781031>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-29**



*Repository / Repozitorij:*

[Digital Repository Juraj Dobrila University of Pula](#)



SVEUČILIŠTE JURIJA DOBRILE U PULI

UNIVERSITA' JURAJ DOBRILA DI POLA

Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti

Facoltà di Scienze della Formazione

MATTEA PULIN

**L'APPRENDIMENTO DEI NUMERI IN ETÀ PRESCOLARE**

Tesi di laurea triennale

Pola, giugno 2024

Sveučilište Jurja Dobrile u Puli  
Università Juraj Dobrila di Pola

Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti  
Facoltà di Scienze della Formazione

**MATTEA PULIN**

**L'APPRENDIMENTO DEI NUMERI IN ETÀ PRESCOLARE**

**UČENJE BROJEVA U PREDŠKOLSKOJ DOBI**

Tesina di laurea triennale

Završni rad

JMBAG / N. MATRICOLA: 601983 11 0303099263 1

Redoviti student / Studente regolare

Studijski smjer / Corso di laurea: Corso universitario di Laurea triennale in  
educazione della prima infanzia e prescolare

Predmet / Materia: Didattica ambientale e protomatematica nel curriculum integrato

Area scientifico-disciplinare: Area interdisciplinare

Settore: Scienze dell'educazione

Indirizzo: Scienze pedagogiche

Mentor / Relatore: doc. dr. sc. Snježana Nevia Močinić

Pola, giugno 2024

Pula, lipanj 2024.

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Ja, dolje potpisana **Mattea Pulin**, kandidatkinja za prvostupnicu ranog i predškolskog odgoja i obrazovanja, ovime izjavljujem da je ovaj Završni rad rezultat isključivo mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na objavljenu literaturu kao što to pokazuju korištene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da niti jedan dio Završnog rada nije napisan na nedozvoljen način, odnosno da je prepisan iz kojega necitiranog rada, te da ikoji dio rada krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za koji drugi rad pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili radnoj ustanovi.

Student

---

U Puli,

## DICHIARAZIONE DI INTEGRITÀ ACCADEMICA

Io, sottoscritta **Mattea Pulin**, laureanda in educazione della prima infanzia e prescolare, dichiaro che questa Tesina di laurea triennale è frutto esclusivamente del mio lavoro, si basa sulle mie ricerche e sulle fonti da me consultate come dimostrano le note e i riferimenti bibliografici. Dichiaro che nella mia tesi non c'è alcuna parte scritta violando le regole accademiche, ovvero copiate da testi non citati, senza rispettare i diritti d'autore degli stessi. Dichiaro, inoltre, che nessuna parte della mia tesi è un'appropriazione totale o parziale di tesi presentate e discusse presso altre istituzioni universitarie o di ricerca.

Lo studente

A Pola,

## **IZJAVA o korištenju autorskog djela**

Ja, **Mattea Pulin** dajem odobrenje Sveučilištu Jurja Dobrile u Puli, kao nositelju prava iskorištavanja, da moj završni rad pod nazivom **Učenje brojeva u predškolskoj dobi**, koristi na način da gore navedeno autorsko djelo, kao cjeloviti tekst trajno objavi u javnoj internetskoj bazi Sveučilišne knjižnice Sveučilišta Jurja Dobrile u Puli te kopira u javnu internetsku bazu diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice (stavljajući na raspolaganje javnosti), sve u skladu s Zakonom o autorskom pravu i drugim srodnim pravima i dobrom akademskom praksom, a radi promicanja otvorenoga, slobodnoga pristupa znanstvenim informacijama. Za korištenje autorskog djela na gore navedeni način ne potražujem naknadu.

U Puli,

Potpis

## **DICHIARAZIONE sull'uso dell'opera d'autore**

Io, sottoscritta **Mattea Pulin** autorizzo l'Università Juraj Dobrila di Pola, in qualità di portatore dei diritti d'uso, ad inserire l'intera mia tesina di laurea triennale intitolata **L'apprendimento dei numeri in età prescolare** come opera d'autore nella banca dati *on line* della Biblioteca di Ateneo dell'Università Juraj Dobrila di Pola, nonché di renderla pubblicamente disponibile nella banca dati della Biblioteca Universitaria Nazionale, il tutto in accordo con la Legge sui diritti d'autore, gli altri diritti connessi e la buona prassi accademica, in vista della promozione di un accesso libero e aperto alle informazioni scientifiche. Per l'uso dell'opera d'autore descritto sopra, non richiedo alcun compenso.

A Pola,

Firma

# INDICE

1. Alcuni studi sullo sviluppo dell'intelligenza numerica .....	1
1.1. Le prime teorie sulla genesi del concetto di numero nel bambino .....	3
1.2. Ricerche sullo sviluppo delle abilità di conteggio dei bambini .....	8
1.3. Ricerche sullo sviluppo delle abilità di lettura e scrittura del numero.....	10
2. L'importanza di apprendere abilità matematiche nell'età prescolare.....	13
2.1. Gli aspetti del numero naturale da apprendere nell'età prescolare .....	14
2.1.1. Apprendere l'aspetto cardinale del numero .....	15
2.1.2. Apprendere l'aspetto ordinale del numero.....	16
2.1.3. Apprendere l'aspetto ricorsivo del numero .....	17
2.1.4. Apprendere l'aspetto di codice (etichetta) del numero .....	19
2.1.5. Apprendere l'aspetto di misura del numero .....	20
2.1.6. Apprendere l'aspetto cifra del numero.....	22
3. Costruire concetti e abilità numeriche nella scuola dell'infanzia.....	24
3.1. Il ruolo dell'educatrice nell'apprendimento delle abilità numeriche .....	25
3.1.2. Le strategie dell'educatrice per insegnare i concetti matematici .....	27
3.2. Le attività logico-matematiche in funzione della costruzione di abilità numeriche .....	29
3.3. Le attività numeriche nelle routine quotidiane della scuola dell'infanzia.....	35
3.4. Le attività numeriche nei giochi liberi e nei giochi didattici .....	36
3.5. Apprendere i numeri tramite filastrocche .....	39
<b>4. La ricerca empirica .....</b>	<b>42</b>
4.1. L'obiettivo generale e gli obiettivi specifici della ricerca.....	42
4.2. I soggetti della ricerca e il procedimento .....	42
4.3. L'impostazione e la metodologia della ricerca empirica.....	43
4.4. Risultati ottenuti nel gruppo educativo "PESCIOLINI" .....	51
4.4.1. Risultati ottenuti nel gruppo educativo "BOLLICINE" .....	61
4.5. Riflessioni conclusive sulle prove svolte.....	74
5. CONCLUSIONE .....	78
6. RIASSUNTO.....	80
6.1. Sažetak .....	82

6.2. Summary .....	83
7. BIBLIOGRAFIA.....	86
7.1 SITOGRAFIA.....	88

## INTRODUZIONE

La matematica è, per definizione, una disciplina astratta, anche se è nata da problemi di natura concreta, come contare, calcolare, distribuire oggetti, orientarsi nello spazio, misurare terreni, quantificare il tempo che passa, indicare l'ordine nei procedimenti, ecc. Al giorno d'oggi, infatti, questa disciplina ha un linguaggio astratto, procedure di ragionamento molto rigorose e si occupa di moltissimi argomenti, tra i quali studia e analizza i numeri (l'aritmetica), le figure e le loro relazioni (geometria). Inoltre, fornisce strumenti, procedure, modelli e simboli per esprimere e verificare legami e dipendenze tra fenomeni e oggetti. Nel corso della sua storia i matematici hanno creato numerosissimi simboli che esprimono concetti, come simboli per i numeri, per le operazioni, per le relazioni e tanti altri. Le regole logiche e i simboli della matematica si usano per analizzare e risolvere problemi anche in numerosi campi diversi dalla matematica.

Molte persone sono convinte che a livello di scuola dell'infanzia, i bambini non siano pronti per gli apprendimenti matematici considerati troppo difficili. Eppure, i concetti matematici sono presenti nella loro vita fin dalla nascita. Fanno parte del mondo che li circonda, sono presenti nei loro giochi e nel linguaggio quotidiano. Nella scuola dell'infanzia non si tratta di insegnare la matematica come materia scolastica, anticipando conoscenze strutturate e formali, ma di lavorare con situazioni che presentano aspetti matematici e siano in grado di stimolare lo sviluppo di processi cognitivi di tipo matematico. Se avviati correttamente a riconoscere le quantità di oggetti, fare semplici calcoli, distinguere le forme geometriche, orientarsi nello spazio, capire il concetto di tempo che scorre e altri processi logico-matematici, i bambini possono farcela. L'importante è valorizzare le esperienze e le conoscenze che acquisiscono a casa, per strada, attraverso il loro contatto con la realtà dei numeri e basarsi su esperienze concrete.

In questa tesi di laurea sono stati esposti gli studi sull'apprendimento dei numeri nell'infanzia e sulle strategie e i metodi per aiutare il bambino a quantificare gli oggetti e usare il numero naturale nei suoi vari aspetti. Apprendere i numeri è un processo fondamentale nello sviluppo cognitivo dei bambini. Questo processo inizia sin dai primi anni di vita attraverso esperienze sensoriali e una comprensione intuitiva



della quantità. Alla scuola dell'infanzia i bambini hanno la possibilità di famigliarizzare con i concetti numerici giocando, esplorando e attraverso attività libere e guidate.

Nel primo capitolo sono stati esposti alcuni studi sulle abilità numeriche dei bambini come il conteggio, la lettura e la scrittura del numero. A seguire, nel secondo capitolo vengono trattati i vari aspetti del numero naturale, ovvero: l'aspetto cardinale, ordinale, ricorsivo, numero codice, misura e cifra. Nel terzo capitolo è stato trattato il ruolo che ricopre l'educatrice nell'apprendimento dei concetti matematici alla scuola dell'infanzia, le varie strategie e i metodi possibili da utilizzare, le attività organizzate e quelle di routine, i giochi che possono aiutare il bambino a comprendere i vari aspetti del numero. Infine, sono stati riportati la metodologia e gli obiettivi e i dati ottenuti della ricerca empirica realizzata con i bambini di età prescolare che frequentano la scuola dell'infanzia Paperino di Parenzo.

## 1. Alcuni studi sullo sviluppo dell'intelligenza numerica

In psicologia, il termine "intelligenza" assume molte sfumature e definizioni, ma il termine di intelligenza numerica non si riferisce a nessuna di esse. In questo caso "l'intelligenza" si riferisce alla capacità innata dell'individuo di capire, ragionare e affrontare le situazioni in termini di numeri e quantità (Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007).

Sullo sviluppo dell'intelligenza numerica nell'infanzia troviamo diverse ipotesi. È un tema molto complesso e articolato che non segue dei modelli lineari. Per questo motivo si possono suddividere tre grandi gruppi di argomenti da studiare e approfondire:

- Lo sviluppo della conoscenza numerica preverbale
- Lo sviluppo delle abilità di conteggio
- Lo sviluppo delle abilità di scrittura e lettura del numero (Lucangeli, Poli, Molin, 2003).

### 1.1. Le prime teorie sulla genesi del concetto di numero nel bambino

Sulla genesi del concetto di numero nel bambino Piaget (Piaget, Szeminska, 1968) rappresenta il principale modello di riferimento teorico. È stato lui a elaborare le prime teorie sulla genesi del concetto di numero ipotizzando un rapporto tra l'intelligenza generale e l'evoluzione delle competenze numeriche. Nel processo di apprendimento, egli mette in primo piano l'interazione del bambino con l'ambiente e la necessità degli educatori di adeguarsi al ritmo naturale del suo sviluppo. Secondo Piaget il pensiero matematico del bambino si forma all'età di sei-sette anni quando maturano le abilità di conservazione della quantità, classificazione, ordinamento e corrispondenza biunivoca. Fino ad allora, il fanciullo non è in grado di comprendere concetti matematici (Piaget, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007).

Verso la fine degli anni '60 del XX secolo alcuni ricercatori hanno messo in discussione la validità delle teorie di Piaget dimostrando che nei suoi esperimenti aveva trascurato il ruolo del linguaggio e della familiarità del contesto (Girelli, 2006).

Mehler e Bever (1967, in Franscella, 2017) hanno dimostrato che basta semplificare la domanda e utilizzare un materiale più familiare e attraente (cioccolatini M&M's al posto delle biglie) e i bambini sono in grado riconoscere la quantità di elementi presenti nei due insiemi, senza farsi confondere dalla loro disposizione spaziale. Infatti, in un esperimento condotto usando due file di cioccolatini M&M's, i bambini di due anni hanno scelto per l'80% delle volte la fila con più cioccolatini. Gli stessi autori ritengono importante non ripetere due volte la stessa domanda per non indurre il bambino a cambiare la propria risposta.

Jerome Bruner (in Marendić, 2009) condivide la visione di Piaget del processo di apprendimento come costruzione attiva del soggetto. Tuttavia, egli ritiene che non vi sia alcun motore di apprendimento interiore senza stimoli esterni. Questo significa che il bambino non apprende in modo autonomo, ma in questo processo hanno un ruolo rilevante, la famiglia, la comunità e le istituzioni educative (Bruner, 2000, in Marendić, 2009). La sua visione è più vicina a quella di Lev Vygotskij (1987, in Marendić, 2009) che attribuisce grande importanza alla comunicazione di qualità tra i partecipanti al processo educativo. Egli afferma che l'apprendimento avviene tramite l'interazione con l'ambiente naturale e sociale, ovvero ritiene molto importante l'aiuto e il sostegno delle persone adulte e di bambini più grandi.

Secondo la teoria evolutiva della comprensione dei numeri di Lauren Resnick (1983, in Vlahović Štetić, 1997), i bambini in età prescolare riconoscono le quantità utilizzando la linea numerica mentale. Il numero è determinato dalla posizione sulla linea e vale la relazione secondo cui ogni numero successivo è maggiore del precedente. Esercitandosi a contare, la sequenza numerica cambia da un elenco di parole-numero alla rappresentazione di una quantità con una posizione specifica sulla linea numerica.

## 1.2. Ricerche sulle conoscenze numeriche preverbal dei bambini

La conoscenza numerica preverbale si riferisce all'abilità dei bambini di riconoscere in maniera automatica piccole numerosità, fino a quattro elementi, senza dover contare, ma anche senza saper usare i termini verbali che designano l'aspetto cardinale dell'insieme nella loro lingua materna (Girelli, 2006).

Ricerche svolte a partire dagli anni '80 del XX secolo hanno dimostrato che la rappresentazione della numerosità è presente fin dalla nascita, mettendo in evidenza i limiti del modello piagetiano (Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007).

La sensibilità del neonato alla numerosità di una serie di elementi da uno a tre, e talvolta quattro, è stata replicata molte volte in diverse condizioni, come ad esempio collezioni omogenee o eterogenee di oggetti (Antell, Keating, 1983, Starkey, 1992, Starkey, Spelke, Gelman, 1983, 1990, van Loosbroek, Smitsman, 1990, in Lucangeli, Poli, Molin, 2003).

Tra le scoperte più notevoli ed entusiasmanti c'è il fatto che i neonati mostrano una sensibilità alle differenze nella numerosità dei piccoli insiemi durante la prima settimana di vita. Secondo Starkey e Cooper (1980, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007, Girelli, 2006), due ricercatori americani, i bambini a soli quattro mesi riescono a percepire la numerosità degli oggetti. L'elemento che suscita l'interesse nel bambino non è la caratteristica dell'immagine in sé, bensì la differenza nel numero. I due utilizzarono la tecnica dell'abituazione-disabituazione che si basa sul fatto di presentare stimoli nuovi ai bambini, in modo tale da suscitare il loro interesse con un'osservazione di durata più o meno lunga. All'inizio, viene offerto loro lo stesso stimolo (diverse immagini in fila con tre punti). Quando il bambino fissa per un periodo di tempo prolungato uno stimolo, egli tende a perdere interesse. Se viene introdotto uno stimolo nuovo, quest'ultimo tende a "disabituare" il bambino e perciò a fargli riacquistare interesse. Gli oggetti nelle immagini mostrate possono essere tre punti neri disposti in modo diverso in ogni figura, oppure contenere tre mele, tre chiavi e simili. Si continua a far osservare immagini con lo stesso numero di oggetti finché il tempo di fissazione dei bambini diminuisce perché si sono abituati allo stimolo. A questo punto, gli viene mostrata una nuova immagine con un oggetto in più o in meno delle figure precedenti, oppure un'immagine con lo stesso numero di oggetti. I ricercatori hanno dimostrato che i bambini guardano significativamente più a lungo la figura con un numero diverso di oggetti. Questo dimostra che i bambini percepiscono la novità derivante dal cambiamento della numerosità dell'insieme.

Starkey (1990, in Mix, Cohen Levine, Huttenlocher, 1997) ha presentato a bambini tra i 6 e gli 8 mesi due fotografie, di cui una conteneva due oggetti e l'altra tre, e contemporaneamente faceva sentire due o tre colpi di tamburo. I risultati hanno dimostrato che i bambini guardavano più a lungo la fotografia con il numero di oggetti

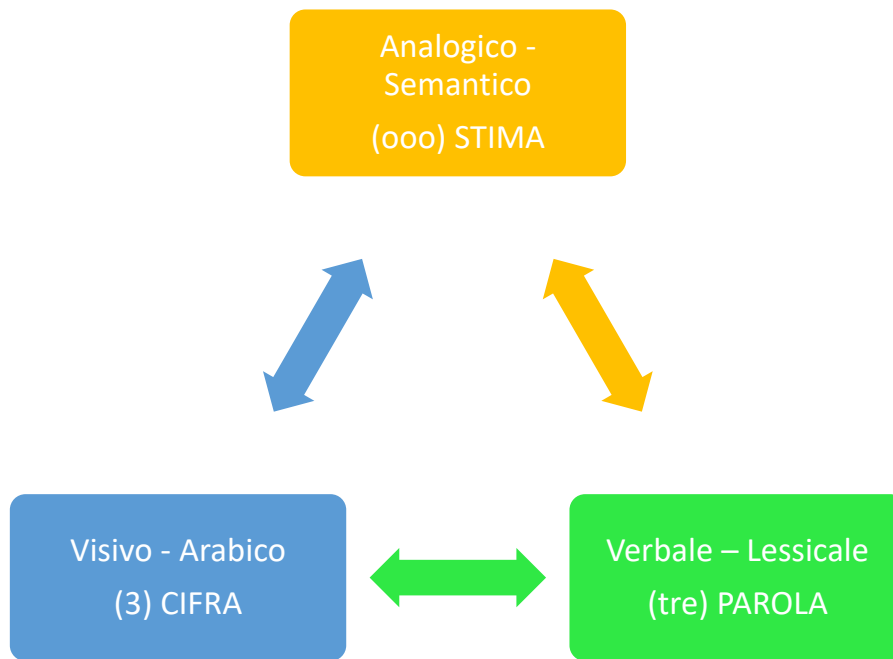
che corrispondeva a quello dei battiti di tamburo. I risultati ottenuti suggeriscono che i neonati hanno un sistema cognitivo che codifica le numerosità fino a tre o quattro e che questo sistema non è basato né sulla vista né sull'udito (Moore et al., 1987, in D'Amore et al., 2004).

Anche Antell e Keating (1983, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007) utilizzarono il metodo dell'abituazione per dimostrare che i neonati di appena pochi giorni di vita sono in grado di riconoscere la variazione di quantità se si presenta loro ripetutamente cartoncini con due puntini e, dopo aver indotto l'abituazione, uno con tre puntini.

Sempre con la stessa tecnica dell'abituazione studi recenti condotti da Xu e Spelke (2000, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007) hanno accertato che bambini di 5/6 mesi riescono a distinguere tra insiemi di 8 e 16 elementi.

Le ricerche degli ultimi decenni mostrano che l'abilità numerica dell'uomo è innata, anzi, in forme limitate, è presente anche negli animali. Dehaene (1997, in Sabena et al., 2019) ha formulato l'ipotesi secondo cui il cervello umano possiede un meccanismo innato per comprendere la numerosità che guida il bambino nell'apprendimento successivo di concetti e abilità matematiche. Si tratta di abilità preverbal, attive prima di saper nominare i numeri e possedere abilità di conteggio vere e proprie. I bambini mettono in atto un processo chiamato *subitizing*, che si riferisce alla capacità di determinare la numerosità di un insieme di oggetti in modo immediato, senza contare. „Il conteggio avviene attraverso dei raggruppamenti percettivi di varia natura.... Il subitizing non viene più considerato un meccanismo di basso livello [...] bensì come un meccanismo ricco di una valenza funzionale all'intero sviluppo cognitivo del concetto di numero e dello stesso codice numerico.“ Sono queste le parole con le quali Canizzaro, Crocini e Mazzoli (2000) descrivono questo processo matematico, ancora in fase di studio e osservazione.

Nel grafico sottostante viene presentato il modello del codice triplo di Dehaene e Cohen (1995 in Bambini, Mastrolorenzi, 2021) che propone la teoria secondo la quale il cervello umano usa tre sistemi per elaborare le informazioni matematiche. Ogni sistema ha dei compiti precisi.



*Grafico n.1: Modello del codice triplo di Dehaene e Cohen (1995 in Bambini, Mastrolorenzi, 2021)*

Il primo riguarda il Sistema analogico-semantico oppure Sistema approssimativo. Esso permette una stima approssimativa delle quantità senza contare ogni oggetto (subitizing). Questo sistema permette di percepire rapidamente le quantità nella stima di un gruppo di oggetti e creare un giudizio di numerosità.

Il secondo, il Sistema del conteggio preciso o Sistema visivo-arabico coinvolge il conteggio uno a uno degli oggetti presi in causa, la memorizzazione delle quantità, la scrittura dei numeri arabi e il calcolo scritto.

Il terzo invece, il Sistema di rappresentazione simbolica (verbale-lessicale) utilizza i simboli e le parole per rappresentare quantità matematiche astratte. Esso viene coinvolto nelle operazioni matematiche complesse e nel calcolo mentale (Cohen, Dehaene, 1995, in Bambini, Mastrolorenzi, 2021).

Karen Wynn (1995, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007), una psicologa canadese, ha contribuito anch'essa alle ricerche sulla cognizione numerica nei neonati. A differenza degli studiosi nominati in precedenza, Wynn sostiene che già nei primi cinque mesi di vita i neonati sono capaci di compiere semplici addizioni e sottrazioni con oggetti concreti. Comunque, per passare dalla conoscenza numerica preverbale all'abilità di conteggio vera e propria è necessario che il bambino sia in grado di mettere in

relazione i concetti-numero con le parole-numero (Wynn, 1992, 1995 in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007). Per il bambino questo passaggio risulta difficile perché le parole numero si riferiscono a proprietà di insiemi di elementi e non a significati univoci (Lucangeli, 2003).

## 1.2. Ricerche sullo sviluppo delle abilità di conteggio dei bambini

Il passaggio dalle competenze preverbalì innate alla capacità di contare oggetti richiede al bambino la conquista dell'abilità di mettere in relazione il concetto di quantità con il significato di ciascuna parola-numero. Dalla problematica del conteggio nascono due teorie, quella dei principi di conteggio e quella dei contesti diversi. La prima fu elaborata da Gallistel e Gelman (1978, in Sabena et al., 2019) i quali hanno ipotizzato che la specie umana condivide meccanismi preverbalì per il calcolo e il ragionamento con altre specie animali. I meccanismi preverbalì innati si evolvono in seguito nel conteggio verbale e nell'acquisizione delle procedure di calcolo. Nelle ricerche di Gelman (1977, in D'Amore et al., 2004) vediamo come bambini di un anno e mezzo sono già capaci di compiere delle induzioni su piccoli insiemi. La loro teoria dei principi di conteggio si fonda sulla convinzione che i bambini piccoli possiedano un concetto innato di numero che si sviluppa nelle procedure di conteggio attraverso alcuni principi specifici. A differenza degli adulti i bambini piccoli contano anche se non usano le parole numero convenzionali nella loro sequenza abituale, ma accompagnano il conteggio con gesti corretti. L'abilità del contare è regolata dai seguenti cinque principi fondamentali:

**Corrispondenza biunivoca:** Ogni oggetto deve essere associato a una sola parola numero e viceversa. Questo principio sottolinea la necessità di una corrispondenza esatta tra gli oggetti e i numeri che li rappresentano.

**Ordine stabile:** La sequenza delle parole numero deve essere sistemata in un ordine specifico e inalterabile, non si può usare le parole numero in modo casuale. Ciò evidenzia la direzionalità della conta.

**Il principio della cardinalità:** L'ultima parola numero usata nel conteggio rappresenta la quantità dell'insieme. Questo principio implica la conoscenza del ruolo importante che ha l'ultima parola nella conta.

Irrilevanza dell'ordine: Il risultato del conteggio non dipende dal contesto o dalla disposizione degli oggetti. Infatti, contare oggetti in ordine diverso porta allo stesso risultato finale.

Astrazione: I principi di conteggio si applicano allo stesso modo a tutti i tipi di elementi contati, indipendentemente dalla grandezza, dalla forma o da altre caratteristiche.

In sostanza, Gelman e Gallistel sostengono che questi principi di conteggio costituiscono la base per lo sviluppo della competenza matematica nei bambini, anche se non li applicano tutti alla stessa età. Infatti, la loro padronanza inizia verso i due-tre anni e, per la maggioranza dei bambini, si completa attorno ai cinque anni.

Nella teoria dei contesti diversi, secondo la quale c'è un'interazione costante tra le competenze apprese e le strutture innate, Fuson (1991, in Girelli, 2006) appoggia la tesi di Gelman e Gallistel, concordando sull'importanza delle competenze innate ma assegna la stessa importanza alle competenze acquisite e all'interazione tra le due. A partire dalle conoscenze innate, il bambino impara a usare i numeri attraverso l'interazione con l'ambiente che lo circonda. Nonostante le parole-numero siano sempre le stesse, le situazioni in cui vengono utilizzate risultano spesso diverse, così come il loro significato e l'uso. Da quest'idea trae origine *La teoria dei contesti diversi* elaborata dalla Fuson nel 1988 (in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007, Girelli, 2006, Leonardi, 2021). L'autrice ha individuato sette contesti diversi in cui i bambini incontrano i numeri:

- il contesto cardinale, in cui la parola-numero indica la quantità di elementi discreti contenuti in un insieme;
- il contesto ordinale, in cui la parola-numero indica la posizione di un elemento collocato all'interno di una serie ordinata di elementi discreti;
- il contesto misura, in cui la parola-numero indica quante unità di misura sono necessarie per "coprire" una grandezza;
- il contesto sequenza, in cui si pronuncia le parole-numero convenzionali, senza riferimento a oggetti o altri elementi;
- il contesto del conteggio, in cui le parole-numero sono poste in corrispondenza biunivoca con gli oggetti a cui si riferiscono, senza stabilire la quantità finale;
- il contesto del numero cifra, in cui la parola-numero è un simbolo convenzionale (es. le cifre arabe);



- il contesto del numero codice, in cui la parola-numero è usata come etichetta e identifica un oggetto, una persona o un animale (es. il numero del cellulare).

Inoltre, la Fuson sostiene che per fare in modo che il bambino possa padroneggiare con successo il conteggio, dovrebbe avere l'opportunità di fare ripetuti esercizi nell'usare le parole che esprimono quantità, contare alla rovescia e contare insieme di oggetti (in Girelli, 2006, Likierman, Muter, 2007, Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007, Sabena et. al. 2019).

Secondo l'autrice Girelli (2006) una volta che il bambino impara a contare oggetti, inizierà a esplorare i modi in cui i numeri possono essere combinati tra loro. Una delle attività spontanee sarà quella di aggiungere o togliere elementi e vedere come cambia il risultato. L'autrice sostiene che già verso i tre anni i bambini iniziano a sommare piccole quantità di oggetti utilizzando la manipolazione di elementi e la tecnica che in inglese viene chiamata *counting all*, contare tutto e, solo in seguito, quella del *counting on*, ovvero contare da. Infatti, il metodo del *counting all* precede quello del *counting on*. Se poniamo al bambino due insiemi di oggetti e gli chiediamo di contarli, il bambino conterà il primo insieme (es. 3 caramelle) poi il secondo insieme (4 caramelle) e poi riconterà tutti gli elementi partendo dal primo per arrivare al settimo (Cannizzaro, Crocini, Mazzoli, 2000). Il *counting on* invece, è un'abilità più efficace che i bambini utilizzano nell'addizione a un livello cognitivo più avanzato. Quando al bambino viene mostrata prima un'immagine di cinque oggetti, seguita da un'immagine di altri tre oggetti e gli viene chiesto quanti sono, ci si aspetta che trovi la risposta non partendo dall'inizio, ma continuando a contare 6,7,8 (Sarama, Clements, 2009). Cannizzaro, Crocini e Mazzoli (2000) ritengono che le procedure descritte non si presentino sempre nella stessa successione per tutti i bambini, ma il loro comportamento dipende dalle esperienze fatte e dalla complessità della situazione presa in esame.

### 1.3. Ricerche sullo sviluppo delle abilità di lettura e scrittura del numero

La lettura e la scrittura dei numeri è stata studiata nell'ambito delle ricerche sulla competenza della rappresentazione simbolica della quantità. Il bambino sviluppa gradualmente la capacità di usare i simboli. Quest'attività parte dai due e si sviluppa fino ai sette anni d'età iniziando con la rappresentazione simbolica di oggetti e azioni

nel gioco simbolico, per poi arrivare ai simboli per le quantità (es. i numeri arabi) connessi al significato di una convenzione sociale.

L'autore Bialystok (1992, in Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007) ha studiato la comprensione simbolica dei numeri da parte dei bambini e ha individuato i seguenti tre stadi:

- l'apprendimento delle forme orali delle parole-numero – il bambino impara i nomi dei numeri e li sa recitare in una sequenza corretta
- la rappresentazione formale – il bambino impara a far corrispondere le parole-numero ai simboli, ovvero alle cifre arabe nella cultura occidentale
- la rappresentazione simbolica – il bambino diventa capace di attribuire il corretto valore quantitativo a ogni cifra.

Molti sono gli autori che hanno studiato lo sviluppo dell'abilità di scrittura del numero. Tra questi Hughes (1982, 1987, in Santinelli, Sbaragli, 2017) ha individuato quattro categorie di rappresentazione grafica della numerosità:

- idiosincratice, priva di notazioni numeriche comprensibili per l'osservatore esterno, ma ricca di significato personale per il bambino
- pittografica, che riproduce in modo figurativo gli oggetti della collezione;
- iconica, costituita da segni grafici come ad esempio tacche, punti, cerchi, posti in corrispondenza biunivoca con gli oggetti
- simbolica, formata da numeri indo-arabi veri e propri.

Agli e Martini (1995, in D'Amore et al., 2004) hanno classificato le strategie di notazione dei bambini creando più categorie rispetto a quelle di Hughes:

- disegno-scarabocchio – spesso di difficile interpretazione e senza una corrispondenza tra quantità di scarabocchi e oggetti
- disegno degli oggetti - il bambino rappresenta la quantità di oggetti riproducendone l'immagine
- segni-simbolo - si riproduce tante volte un segno, come ad esempio pallini, croci o altro, quanti sono gli oggetti presi in causa
- disegno delle dita della mano che indicano la quantità considerata
- i simboli numerici personali

- i simboli numerici convenzionali, ma per indicare l'aspetto cardinale si scrivono anche i numeri precedenti
- il segno convenzionale del numerale, con la scrittura di un'unica cifra.

In ogni classificazione presentata si sente l'esigenza dei bambini di comunicare la quantità numerica di oggetti che sta alla base della loro ricerca di strategie per poterlo fare. Si tratta di strategie ingenuie di notazione del numero ma gli educatori ne devono tener conto nel pianificare gli interventi didattici (D'Amore et al., 2004).

## 2. L'importanza di apprendere abilità matematiche nell'età prescolare

Molto spesso gli adulti sottovalutano le capacità dei bambini, soprattutto per quanto riguarda l'ambito delle abilità matematiche, trascurandone l'importanza e influenzando negativamente il loro sviluppo o non influenzandoli per niente. Al contrario invece, i bambini possiedono capacità nel campo matematico che vanno stimolate attraverso attività e giochi già dalla prima infanzia.

D'Amore e collaboratori (2004) sono convinti che la matematica è una forma di conoscenza che si può rintracciare e scoprire in numerose attività pratiche e linguistiche dell'uomo adulto, ma anche dei bambini. Essa si utilizza per giocare, riflettere, analizzare e interpretare la realtà quotidiana, riconoscendo elementi, risolvendo problemi, stimando e classificando le quantità e mettendole in relazione l'una con l'altra. Imparare a usare i numeri per interpretare e categorizzare la realtà fa parte dell'alfabetizzazione matematica. I bambini formano spontaneamente numerose intuizioni sul numero nei suoi aspetti cardinale, ordinale, ricorsivo, numero che esprime misure e numero-etichetta. La scuola dell'infanzia deve rafforzare e stimolare le abilità numeriche già possedute dal bambino con giochi didattici e giochi liberi. Con interventi opportuni si realizza un processo necessario per comprendere meglio situazioni, saper analizzare gli eventi, raccogliere e valutare i risultati delle indagini e usare con familiarità i sistemi di rappresentazione numerici, simbolici e grafici (D'Amore et al. 2004, D'Amore, Fandiño Pinilla, 2012).

Marendić (2009) sostiene che comprendere le relazioni quantitative e spaziali, notare la forma e le dimensioni degli oggetti, utilizzare vari metodi di misurazione e altre abilità matematiche sono fondamentali nelle attività quotidiane dei bambini in età prescolare. Lo sviluppo dei concetti matematici nella scuola dell'infanzia li aiuta a comprendere i fenomeni naturali e sociali, le relazioni fra gli oggetti e le persone nell'ambiente, favorisce lo sviluppo del pensiero, arricchisce il linguaggio per una comunicazione efficace e precisa con gli adulti e i coetanei.

Sabena e collaboratrici (2019) affermano che l'educazione matematica è uno dei pilastri dei sistemi educativi e contribuisce alla formazione culturale dell'individuo, consentendogli di partecipare alla vita sociale in modo consapevole e critico.

Secondo Lucangeli, Iannitti e Vettore (2007) l'esistenza precoce di abilità numeriche, accertata da ricerche degli ultimi decenni, richiede l'intervento della scuola per il loro potenziamento. A partire dalla scuola dell'infanzia, con interventi opportuni, va rinforzata la propensione innata per gli aspetti quantitativi della realtà. Aiutare il bambino fin dalla più tenera età a comprendere i fenomeni naturali e sociali attraverso numeri e quantità, facilita la successiva acquisizione delle abilità di calcolo. In conformità a studi psicologici che hanno chiarito come si sviluppano e organizzano le abilità numeriche, devono essere preparati programmi di lavoro specifici per ogni livello scolastico.

L'educazione al senso del numero ha lo scopo di aiutare i bambini a elaborare processi veloci e flessibili di inferenza matematica, che favoriscono la possibilità di cogliere le relazioni numeriche (Sorzio, 1994).

## 2.1. Gli aspetti del numero naturale da apprendere nell'età prescolare

La comprensione del numero non è un processo lineare di acquisizioni di informazioni, ma una forma di pensiero non deterministica e aperta, che presenta molti aspetti (Sorzio, 1999). Nella scuola dell'infanzia i numeri più utilizzati nelle attività didattiche sono i numeri naturali usati per contare: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.... Questi numeri fanno parte del mondo del bambino fin dai primi giorni di vita, basti pensare al bracciale che viene assegnato in ospedale alla nascita per contrassegnare il bambino e sua madre. Appena il bambino inizia a parlare impara filastrocche e conte basate sui numeri, incontra le cifre scritte esplorando l'ambiente, prende confidenza con i vocaboli numerici partecipando a giochi come nascondino, mercatino, ecc. Nelle varie situazioni quotidiane in cui bambini e adulti si trovano, i numeri naturali assumono funzioni o aspetti diversi. A partire dalle funzioni dei numeri naturali nella nostra società Sabena e collaboratrici (2019) e Bartolini Bussi (2008) distinguono i seguenti approcci o aspetti dei numeri naturali:

- l'approccio/aspetto cardinale,
- l'approccio/aspetto ordinale,
- l'approccio/aspetto ricorsivo,
- l'approccio/aspetto di etichetta/codice,
- l'approccio/aspetto di misura,

- l'approccio/aspetto cifra.

Bartolini Bussi (2008) aggiunge ancora l'aspetto dei numerali, ovvero i numeri cifra, e Sabena e collaboratrici (2019) i numeri-valore.

### 2.1.1. Apprendere l'aspetto cardinale del numero

L'aspetto cardinale si basa sull'idea di "tanti quanti", che in termini matematici definiamo come corrispondenza biunivoca. Si riferisce a una relazione tra due insiemi in cui ogni singolo elemento del primo insieme è associato a un elemento del secondo insieme e viceversa. In parole povere, a ogni oggetto è assegnato un solo numero. Per esempio, per ogni pecora che un pastore conta, segna una tacca sul bastone, così potrà verificare la sera se qualche pecora manca. In termini matematici significa che tra gli insiemi di pecore e tacche esiste una corrispondenza biunivoca. Se gli elementi sono in corrispondenza biunivoca, i due insiemi si definiscono equipotenti, ovvero hanno la stessa numerosità o valore cardinale. Tutti gli insiemi equipotenti sono in relazione di equivalenza per cui l'aspetto cardinale è la caratteristica comune alla classe di insiemi con la stessa numerosità. Con i bambini piccoli non è opportuno parlare di corrispondenza biunivoca e di costruzione di classi di equivalenza, ma l'idea di "tanti quanti" si può ritrovare in molte attività della routine quotidiana e dei loro giochi (Sabena et al., 2019).

Oltre a situazioni spontanee e giochi per far acquisire al bambino il concetto del numero naturale secondo l'aspetto cardinale, la maestra può proporre le seguenti attività:

- classificare oggetti e formare insiemi in base a criteri scelti
- mettere in relazione oggetti e costruire corrispondenze biunivoche
- confrontare insiemi
- individuare sottoinsiemi e stabilire relazioni d'appartenenza.

A parte le parole comunemente usate per i numeri, nella lingua italiana possiamo trovare diversi termini che indicano la cardinalità come per esempio: solo, duo, doppio, coppia, paio, triplo, quartetto, quartina, dozzina, ecc. Nelle esperienze iniziali del bambino il valore cardinale è legato alla quantità di oggetti concreti: per esempio il due a due cucchiari di pappa, due calze, due caramelle, ecc. (Bartolini Bussi, 1987,

2008). Il valore cardinale delle parole-numero viene acquisito verso i cinque anni. Compreso l'aspetto cardinale, il bambino riesce a capire anche l'irrelevanza dell'ordine di conteggio e della disposizione spaziale degli elementi contati (Lucangeli, Iannitti, Vettore, 2007).

In uno studio sperimentale condotto da Benoit, Lehalle e Jouen (2004, in Jung et al., 2013) sui ruoli del conteggio e del subitizing nell'acquisizione del significato cardinale delle parole-numero, hanno chiesto ai bambini di età compresa tra 3 e 5 anni di determinare quanti punti erano presenti dopo aver mostrato loro raccolte di punti rossi (da 1 a 6) in due diverse modalità. Nella prima modalità, tutti gli elementi dei punti rossi venivano presentati contemporaneamente (in una sola volta quattro puntini), mentre nella seconda ogni elemento veniva mostrato uno dopo l'altro (un puntino, quattro volte). I risultati ottenuti hanno dimostrato che i bambini hanno ottenuto risultati migliori quando i punti sono stati presentati nella prima modalità, il che potrebbe indicare che il subitizing è uno strumento fondamentale del conteggio per apprendere il valore cardinale dei numeri.

### 2.1.2. Apprendere l'aspetto ordinale del numero

Il numero naturale che indica la posizione in una successione di eventi, persone o cose si definisce aspetto ordinale del numero. I termini usati in questo caso non sono uno, due, tre, quattro... bensì primo, secondo, terzo, quarto, quinto, sesto, settimo, ottavo, nono, decimo... ventesimo... centesimo... millesimo...ecc. Si tratta di termini specifici, meno noti tra i bambini di quelli cardinali, nonostante frequenti esperienze manipolative con contenitori incastrabili, costruzioni impilabili, giochi a incastro, bambole russe, ecc. nonché espressioni usate nelle attività giornaliere come ad esempio "Marco è arrivato a scuola per primo", "Gianna è arrivata seconda nella gara di velocità" "Il libro sta sul terzo scaffale", ecc. (Sabena et al., 2019, Bartolini Bussi, 2008).

Le difficoltà riscontrate nell'apprendere quest'aspetto del numero sono legate alla proprietà transitiva che i bambini hanno difficoltà a usare (Bartolini Bussi, 1987, 2008). Infatti, nel confrontare la grandezza o l'altezza di alcuni elementi fanno spesso confronti inutili perché per loro non è semplice individuare strategie risolutive

svincolate dal confronto diretto. Le esperienze che i bambini possono fare per apprendere l'aspetto ordinale del numero naturale sono le seguenti:

- mettere in relazione in base alla posizione spaziale (davanti-dietro, sopra-sotto, prima-dopo)
- confrontare e ordinare azioni o fenomeni in base alla successione temporale
- ordinare due o più oggetti in base a criteri diversi (età, altezza, lunghezza, gradazione di colore ...)
- confrontare e ordinare oggetti, persone
- uso quotidiano di vocaboli ordinali (primo, secondo, terzo...)
- costruire e utilizzare la linea numerica (Bartolini Bussi, 2008).

Se nell'aspetto cardinale il numero viene visto come quantità, nell'aspetto ordinale ci si focalizza sulla sequenza ordinata dei numeri. La comprensione che la successione dei numeri naturali è caratterizzata dalla relazione d'ordine non viene acquisita con immediatezza dai bambini. Per questo motivo bisogna esercitare e rendere consapevoli i bambini delle relazioni spaziali davanti–dietro e temporali prima–dopo che determinano il controllo d'ordine e favoriscono la comprensione del precedente e del successivo di ogni numero.

### 2.1.3. Apprendere l'aspetto ricorsivo del numero

L'aspetto della ricorsività si riferisce alla caratteristica dei numeri naturali di poter essere formati tutti ripetendo la stessa operazione: aggiungere uno. Dunque, l'approccio ricorsivo altro non è che la disposizione dei numeri naturali in ordine crescente, partendo dal primo, aggiungendo ogni volta uno e formando una successione. Si tratta di successioni infinite che possono continuare in base alle capacità di conteggio del bambino. Quest'approccio è stato svalutato in passato ma è stato rivalutato di recente. Ora è considerato fondamentale per la formazione del numero nel bambino attraverso il processo di conta (Sabena et al., 2019).

L'aspetto ricorsivo riguarda i numeri naturali usati per contare che possiamo utilizzare in due modi, in maniera transitiva e intransitiva. Nel primo caso contiamo oggetti concreti, persone, eventi..., mentre nel secondo contiamo per contare, recitando la filastrocca dei numeri a memoria. Questo fenomeno viene chiamato anche conteggio



ritmico, perché vengono pronunciate le parole-numero in modo meccanico (Güven, 2005). Nel secondo caso l'attenzione si sposta dalla recita automatica delle parole-numero alla procedura più complessa del contare oggetti, persone, parole, gesti... (Bartolini Bussi, 2008). Inizialmente contare oggetti richiede al bambino di combinare la parola-numero con un gesto e il gesto con un oggetto. In questo modo si eseguono due corrispondenze biunivoche: parola – gesto e gesto – oggetto. Bartolini Bussi (2008) individua gli errori di conteggio proprio nella mancata corrispondenza tra parole e gesto (la voce corre troppo) o tra gesti e oggetti (il bambino tocca lo stesso oggetto più volte). La difficoltà aumenta se gli oggetti da contare non si possono manipolare, per es. i passi di un bambino o i colpi sul tamburello. In tal caso si può aiutare il bambino suggerendogli di ricorrere a una forma di registrazione intermedia come tacche, cerchietti, punti, per ogni gesto o suono (Bartolini Bussi, 2008).

Imparare a contare è un processo complesso e richiede tempo. Esso rappresenta il primo collegamento fra la capacità innata di riconoscere a colpo d'occhio piccole quantità di tre, quattro oggetti, a quella acquisita dell'usare i numeri per contare oggetti e calcolare. L'autrice Liverta Sempio (1977, in Sabena et al., 2019) vi ha individuato tre livelli di sviluppo:

- i bambini usano la sequenza dei numeri come un'unica stringa di parole: unoduetrequattrocinquesei
- i bambini distinguono le parole-numero ma solo in una direzione, in avanti
- i bambini usano la sequenza in tutt'e due le direzioni in modo ordinato.

D'altra parte la ricercatrice Fuson (in Sabena et al., 2019) vi ha individuato cinque diversi livelli evolutivi:

- la sequenza dei numeri viene usata come un'unica stringa di parole
- i bambini distinguono le parole-numero ma le pronunciano solo in avanti a partire dall'uno
- i bambini pronunciano la sequenza delle parole-numero a partire da un numero qualsiasi della serie usando le relazioni prima-dopo, davanti-dietro, ecc.
- le parole-numero sono trattate come entità distinte che non hanno bisogno di elementi concreti di corrispondenza biunivoca

- i bambini usano la sequenza in modo bidirezionale e operano su di essa in ambedue le direzioni (Sabena et al., 2019).

Alcune attività da proporre al bambino per apprendere l'aspetto ricorsivo del numero naturale sono:

- consolidare l'intuizione della regola ricorsiva di produzione dei numeri basata sull'aggiungere uno
- recitare filastrocche, conte, ritmi musicali contenenti numeri
- contare insiemi di oggetti di vario tipo
- confrontare insiemi dopo aver aggiunto o tolto un elemento (Bartolini Bussi, 2008).

Il contare in senso transitivo è un'abilità molto importante perché richiede di coordinare l'enumerazione (recitare la filastrocca dei numeri) e ordinale del numero (conoscere il precedente e il successivo di ogni parola-numero) con quello cardinale che riguarda la quantità di elementi di un insieme. È un'abilità che costituisce il presupposto per risolvere problemi una volta acquisiti gli strumenti di calcolo (Sabena et al., 2019).

#### 2.1.4. Apprendere l'aspetto di codice (etichetta) del numero

I numeri codice vengono usati come indicatori, ovvero come etichette per indicare oggetti, persone o animali, per es. il cellulare, l'atleta, il conto in banca, ecc. Essi non rientrano in un sistema di calcolo e il loro unico scopo didattico riguarda la lettura del numero e la comprensione del suo significato di etichetta nel contesto preso in considerazione (Sabena et al., 2019). Infatti, vi rientrano i numeri civici delle case, i numeri degli autobus, delle vie, delle targhe, ecc. Dunque, sono dei numeri che vengono usati come strumenti per identificare e classificare oggetti, attività o situazioni. Ad esempio, attribuire numeri ai bambini per organizzare il loro posto in classe o numerare le attività giornaliere. Questa pratica aiuta i bambini a comprendere il concetto di numerazione e a sviluppare abilità di classificazione.

La corrispondenza tra i numeri etichetta e l'oggetto, animale o persona cui si riferisce può essere stabilita:

a) in modo casuale o arbitrario: per esempio ogni giocatore di calcio sceglie il suo numero dall'1 al 99

b) in modo sequenziale: per esempio le taglie degli abiti, i numeri delle scarpe, le targhe delle macchine, i numeri civici delle case, i numeri sulle poltrone del teatro, ecc.

c) usando criteri classificatori: es. i codici di avviamento postale, i prefissi telefonici nazionali e internazionali, il codice IBAN del conto corrente, ecc. (Bartolini Bussi, 2008, Sabena et al., 2019).

Le esperienze didattiche utili per acquisire quest'aspetto del numero naturale sono:

- usare simboli, diversi dalle parole, per comunicare (es. usare i contrassegni per indicare i bambini, i simboli per segnare il tempo atmosferico, ...)
- riconoscere nell'ambiente l'uso dei numeri con funzione di codice (es. i numeri civici delle case, le targhe dei veicoli, i numeri degli autobus, ...)
- conversazioni sulla convenzionalità del numero-codice (Bartolini Bussi, 2008).

#### 2.1.5. Apprendere l'aspetto di misura del numero

Misurare significa confrontare una grandezza, definita unità di misura, con una grandezza dello stesso tipo. Infatti, nel procedimento della misurazione confrontiamo l'unità di misura scelta con la grandezza da misurare e contiamo quante volte l'unità è contenuta nella grandezza. L'aspetto di misura, dunque, esprime la quantità di unità di misura in cui è suddivisa tale grandezza. Per questo i numeri misura sono sempre accompagnati dall'unità di misura: es. 2 m, 3 kg, 5 tazzine, 4 passi (Sabena et al., 2019, Bartolini Bussi, 2008).

Secondo Piaget, la capacità di conservazione della quantità è un prerequisito per l'attività di misura per cui le esperienze di misura non sono adatte ai bambini in età prescolare. Egli ha condotto molti esperimenti in cui i bambini venivano esposti a cambiamenti apparenti nella quantità di sostanze, come confrontare i materiali originali con quelli tagliati a pezzetti, schiacciati, versati in contenitori di forma diversa, distanziati, ecc. In base a questi studi ha concluso che il bambino fino ai 6-7 anni è incapace di riconoscere la conservazione della quantità dopo trasformazioni apparenti. Tuttavia, numerosi studi condotti in seguito suggeriscono che il bambino

può comprendere questo fenomeno, ma la sua abilità dipende dalle esperienze che ha fatto in precedenza con le attività di misura (Bartolini Bussi, 2008).

Nella scuola dell'infanzia, l'uso dei numeri per misurare solitamente coinvolge attività ludiche e sensoriali per favorire la comprensione dei concetti di grandezza e quantità. Gli educatori spesso incoraggiano i bambini a esplorare il concetto di misura attraverso attività pratiche e materiali manipolabili, contribuendo così allo sviluppo delle competenze matematiche di base. Le educatrici devono favorire esperienze di premisura ovvero attuare tutti quei piccoli passaggi che il bambino deve conoscere, comprendere e affinare per poi poter passare alla misurazione vera e propria. Per farlo è consigliabile iniziare con esperienze di confronto e ordinamento: es. confrontare la lunghezza di una serie di bastoncini e poi ordinarli dal più corto al più lungo o viceversa (Allasia, Montel, Rinaudo, 2004). In seguito si potrebbe introdurre campioni di misura arbitrari, per es.: misurare con i passi la lunghezza del corridoio o misurare la capienza di una brocca usando una tazzina, ecc. Dopo aver fatto riflettere i bambini sui risultati ambigui ottenuti usando un'unità di misura non standardizzata (es. diverso numero di passi per la misura del corridoio), si dovrebbe passare all'uso di unità di misura convenzionali (standardizzate), cioè uguali per tutti e in ogni situazione (metri, chilogrammi, litri...) (Bartolini Bussi, 2008).

Inoltre, le esperienze di misura sono utili perché l'attività di confronto tra oggetti è all'origine dello sviluppo dei concetti di equivalenza e di ordine, indispensabili per lo sviluppo della nozione di numero (Vergnaud, 1994). Lo afferma anche l'autrice Bartolini Bussi (1987): "Le esperienze di misura di alcune grandezze (volume, lunghezza, peso, tempo, prezzo...) che si possono compiere nella scuola dell'infanzia, da un lato, costituiscono la base su cui innestare la comprensione del concetto di misura e dei relativi procedimenti, dall'altro, se accompagnate dalle prime quantificazioni, s'intrecciano con le esperienze di avvio al concetto di numero. L'uso di diversi strumenti di misura del mondo adulto e la precisazione dei procedimenti di misura relativi a ogni strumento porta alla costruzione di diversi modelli concettuali e alla necessità di favorire il raccordo tra essi."

La comprensione dell'aspetto di misura del numero naturale si può esercitare con le seguenti esperienze e attività:

- confrontare e ordinare oggetti rispetto a criteri diversi

- travasare sostanze liquide o solide (acqua, sabbia, farina...) da un contenitore all'altro con l'ausilio di strumenti
- individuare unità di misura adatte a rappresentare le grandezze da misurare
- esprimere la misura di una grandezza in rapporto all'unità di misura scelta (numero dimensionato)
- cambiare unità di misura e descrivere gli effetti del cambiamento
- osservare e utilizzare alcuni strumenti di misura degli adulti (es. metri, orologi, bilance, brocche graduate, termometri...)
- eseguire giochi basati sul concetto di misura: es. Regina, reginella...

#### 2.1.6. Apprendere l'aspetto cifra del numero

Mettere per iscritto il numero, ovvero la cifra è un processo complesso per il bambino perché richiede innanzitutto la capacità di memorizzare la cifra che si andrà a scrivere. Questo sarà possibile se e quando il bambino affinerà le sue capacità motorie, in questo caso la motricità fine della mano, portando anche l'attenzione su dettagli come la grandezza, la forma, la direzione e la velocità (Bara, Gentaz, 2010 in Santinelli, Sbaragli, 2017).

“L'acquisizione dei gesti di scrittura passa attraverso diverse fasi di apprendimento: creazione dello schema motorio e registrazione dei parametri, calibrazione del gesto e infine automatizzazione. Una volta che la scrittura delle cifre viene automatizzata, gli eventuali errori gestuali (inversioni o cifre illeggibili) saranno più difficili da essere corretti e ciò potrà avere ripercussioni sulle prestazioni numeriche dei bambini.” (Albaret, Kaiser, Soppelsa, 2013, in Santinelli, Sbaragli, 2017).

Gli autori Carruthers e Worthington (2005) hanno analizzato 700 esempi di grafica matematica identificando cinque forme comuni: dinamica, pittografica, iconica, scritta e simbolica. Gli studi sulla rappresentazione grafica dei concetti matematici di Carruthers e Worthington (2005) hanno portato a importanti innovazioni nella visualizzazione dei dati perché forniscono metodi per una comprensione intuitiva di concetti matematici complessi. I metodi intuitivi per comprendere i concetti matematici sono strategie che cercano di rendere più accessibili e comprensibili gli argomenti matematici complessi attraverso l'uso di visualizzazioni, analogie e

approcci pratici. Essi mirano a trasformare concetti astratti in qualcosa di tangibile e facilmente comprensibile:

- visualizzazioni grafiche: utilizzare grafici, diagrammi e immagini per rappresentare concetti matematici
- analogie: utilizzare analogie con esperienze quotidiane per spiegare concetti matematici
- approcci pratici: applicare concetti matematici a situazioni reali o problemi pratici
- modellizzazione: utilizzare modelli matematici per rappresentare fenomeni reali
- interattività: utilizzare strumenti interattivi come simulazioni o giochi per coinvolgere i bambini e consentire loro di sperimentare i concetti matematici in modo pratico.

La conclusione più importante che riportano gli autori è che solitamente gli insegnanti non riescono a comprendere i segni grafici matematici dei bambini e, di conseguenza, non li aiutano a sviluppare questa predisposizione. I bambini in età prescolare preferiscono rappresentazioni iconiche personali, mentre i bambini più grandi hanno maggiori probabilità di produrre forme pittografiche e simboliche (Lucangeli, Tressoldi, Re, 2012).

### 3. Costruire concetti e abilità numeriche nella scuola dell'infanzia

Molto spesso quando si parla di matematica alla scuola dell'infanzia, si formano due gruppi di persone con opinione diversa. Per molti adulti la matematica viene considerata fredda e noiosa, pertanto non idonea ai bambini. Negli Orientamenti del 1991 per la scuola dell'infanzia in Italia, si sottolinea l'importanza di promuovere lo sviluppo delle abilità logico-matematiche attraverso attività ludiche e manipolative, ma non si fornisce dettagli specifici sui contenuti matematici. Tali orientamenti enfatizzano l'approccio globale e integrato allo sviluppo cognitivo dei bambini, ma la matematica non viene nominata con il termine consueto (Marazzani, 2004). Il titolo usato per il campo d'esperienza corrispondente è Lo spazio, il tempo e la misura che „si rivolge in modo specifico alle capacità di raggruppamento, ordinamento, quantificazione e misurazione di fatti e fenomeni della realtà, ed alle abilità necessarie per interpretarla e per intervenire consapevolmente su di essa“. Per quanto riguarda l'apprendimento dei numeri si suggerisce di „raggruppare, ordinare, contare, misurare ... fare quantificazioni, numerazioni, confronti; ... costruire classificazioni, corrispondenze e rapporti di complementazione, unione, intersezione ed inclusioni tra classi; ... utilizzare strumenti di rappresentazione; operare riflessioni e spiegazione su numeri, sistemi di riferimento, modalità di rappresentazione“ (Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali, 1991: 17).

Nella scuola dell'infanzia l'approccio alla matematica è basato sull'esperienza sensoriale, il gioco e la ludicità. I bambini scoprono il mondo dei numeri attraverso il gioco, l'esplorazione e le esperienze di tutti i giorni. Infatti, l'esperienza diretta, stimolata dall'ambiente in cui si trovano, è indispensabile per acquisire la maggior parte dei concetti matematici.

Nelle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia del 2012 il campo d'esperienza La conoscenza del mondo contiene un paragrafo in cui sono inseriti i contenuti matematici sotto il titolo di Numero e spazio. A proposito delle conoscenze sui numeri il documento afferma che “La familiarità con i numeri può nascere a partire da quelli che si usano nella vita di ogni giorno; poi, ragionando sulle quantità e sulla numerosità di oggetti diversi, i bambini costruiscono le prime fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, accompagnandole con i gesti dell'indicare,

del togliere e dell'aggiungere" (Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e della scuola primaria, 2012: 29).

Il Curricolo nazionale croato per l'educazione della prima infanzia è un curricolo aperto, privo di ogni normatività che determini cosa fare, quando e in che modo lavorare con i bambini. Non ci sono aree metodologiche o campi d'esperienza né obiettivi prescrittivi da raggiungere. L'educatore ha piena autonomia nella scelta dei contenuti matematici e di altri campi culturali che i bambini affronteranno nelle loro attività, regolandosi naturalmente in conformità a capacità e interessi dei bambini. L'unico elemento che può essere utile per desumere che i contenuti matematici sono un campo culturale importante da inserire nel curricolo della scuola dell'infanzia, è l'indicazione, tra le altre, della competenza matematica da sviluppare (Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje, 2015).

Secondo D'amore e collaboratori (2004: 5) la matematica è "una forma di conoscenza che si può rintracciare e scoprire in molte attività dell'uomo, pratiche o anche solo linguistiche". Attraverso esperienze vissute nella vita familiare anche il bambino entra in contatto con concetti matematici, per esempio, nei giochi a carte, nei giochi di costruzione e di strategia, nell'ordinare le sequenze di una storia, nell'usare simboli per rappresentare oggetti o persone, nel descrivere le regole di un gioco, ecc. Nella scuola dell'infanzia bisogna tener conto di questi apprendimenti cercando di "suscitare simpatia nei riguardi delle attività a carattere matematico" e di favorire un'immagine positiva di tutto quello che riguarda la matematica (D'Amore et al., 2004: 11).

### 3.1. Il ruolo dell'educatrice nell'apprendimento delle abilità numeriche

Se nel passato le implicazioni pedagogiche della teoria di Piaget nella pratica educativa non davano all'educatore quasi nessun ruolo nell'educazione matematica dei bambini, Beler (1979, Bara, Gentaz, 2010, in Santinelli, Sbaragli, 2017) continuava a sostenere che il ruolo dell'adulto nel processo di sviluppo delle abilità numeriche aveva un ruolo molto importante. Infatti, il bambino impara attivando la sua intelligenza tramite il suo sistema sensoriale. A poco a poco, il sistema fisico, motorio e sensoriale viene sostituito da quello mentale sotto forma di operazioni



simboliche e mentali che l'educatore deve appoggiare e rafforzare. Di conseguenza, l'educatore ha il compito di seguire il bambino durante il processo di apprendimento e nelle varie attività giornaliere, osservare cosa fa e come compie determinate attività. Egli dovrebbe individuare le difficoltà che il bambino incontra e trovare strategie per incoraggiarlo a ragionare in modo attivo e scoprire in autonomia la strada giusta e le soluzioni adeguate (Slunjski, 2008). Questo significa che l'educatore non deve trasmettere conoscenze già pronte all'uso, ma deve aiutare il bambino a costruirsi le proprie guidandolo a riflettere sulle esperienze vissute. È importante invitare i bambini a dire quello che pensano e far verbalizzare ogni esperienza. Essi devono essere liberi di esprimere le proprie idee e confrontarle con gli altri (Marendić, 2009).

La qualità del supporto dell'educatore nel processo di apprendimento dei bambini dipende da diversi fattori, incluso il cosiddetto campo dell'intersoggettività (Jordan 2004, Bruner, 2000, in Slunjski, 2015). Il concetto rappresenta la distanza psicologica tra persona e persona, in questo caso tra bambini e educatori. Indica lo spazio per un possibile scambio di significati tra soggetti sociali come base per raggiungere una comprensione reciproca. L'intersoggettività implica molto più di un semplice scambio di opinioni, essa comprende pure lo scambio di esperienze ed è finalizzata a capire e interpretare correttamente le azioni dell'altro. Il contributo attivo e creativo dei bambini e degli educatori è ugualmente valorizzato e la comunicazione si basa su un rapporto di fiducia, equità e comprensione reciproca.

Un compito fondamentale dell'educatrice è quello di saper ascoltare. L'ascolto è inteso come un processo di comunicazione globale e reciproco, le cui caratteristiche fondamentali sono l'accettazione, la comprensione e il sostegno di tutti i partecipanti. Dunque, garantire un sostegno di qualità all'apprendimento, in linea con i bisogni e le capacità individuali dei bambini, non è possibile senza una buona comprensione delle capacità e del livello di sviluppo di ogni singolo bambino (Slunjski, 2015).

Secondo la ricercatrice Bartolini Bussi (2008) l'educatrice deve essere consapevole che non esiste un unico modello d'insegnamento. Esistono momenti che richiedono di lasciare liberi i bambini di esplorare, inventare, riflettere e ci sono altri momenti in cui il ruolo di mediazione dell'educatrice diventa di nuovo importante per aiutare i bambini a comprendere e consolidare conoscenze, appropriarsi di strumenti e usarli per risolvere nuovi problemi. L'autrice sostiene che si può apprendere per scoperta, ma anche per imitazione.

L'educatrice ha il compito e il dovere di provocare delle situazioni che portino i bambini a delle nuove scoperte. Lei è sempre presente nelle loro attività e conversazioni, stimolando i loro dialoghi, la co-costruzione, la co-azione e le nuove conoscenze. Organizza in modo adeguato e costruttivo l'ambiente e sa rispondere alle necessità dei bambini guidandoli attraverso il loro processo di sviluppo cognitivo, sociale, fisico e affettivo (Edwards, Gandini, Forman, 1995).

D'Amore spiega che il ruolo dell'insegnante è quello di mirare alla creazione, all'organizzazione e all'utilizzo di problemi che portano il bambino a costruire concetti con basi matematiche prendendo in considerazione però le conoscenze di base del bambino in modo da rendere possibile il processo di apprendimento.

In sintesi, il ruolo che ricopre l'educatore, è in primo luogo essere padrone del suo mestiere e consentire ai bambini un approccio attivo, entrando gradualmente nel mondo del gioco e della matematica ludica. È lui che deve aiutare il bambino a utilizzare le strategie più efficaci e approcci diversi per apprendere nuovi concetti matematici.

Secondo Jovanova Mitkovska (2014) i passi da seguire per un educatore sono:

- consentire ai bambini di apprendere i concetti matematici più importanti
- lavorare con tutti i bambini per trovare attività matematiche che corrispondano meglio alle capacità del singolo
- valutare le conoscenze dei bambini e costruirne di nuove
- preparare diverse fonti e materiali disponibili e necessari per le attività
- supportare la comunicazione e le relazioni tra i bambini
- stimolare i rapporti di collaborazione
- favorire la costruzione di unione, fiducia, condivisione
- comprendere il pensiero matematico dei bambini (Jovanova Mitkovska, 2014).

### 3.1.2. Le strategie dell'educatrice per insegnare i concetti matematici

L'autrice Marendić (2009), in un articolo sullo sviluppo dei concetti matematici nella scuola dell'infanzia, afferma che il fanciullo deve essere al centro dell'attenzione nel processo di apprendimento. Per fargli apprendere i concetti matematici in modo

efficace bisogna partire dalle sue conoscenze informali e dare spazio alle sue inclinazioni. All'educatrice suggerisce di attenersi alle seguenti regole:

- l'insegnamento in età prescolare deve essere coerente con il livello di sviluppo cognitivo dei bambini
- l'attenzione deve essere focalizzata sullo sviluppo cognitivo complessivo, e non solo su competenze particolari
- anche se il processo di sviluppo segue un certo ordine, non si deve trascurare la personalità individuale di ciascun bambino, perché ogni bambino ha caratteristiche e ritmi di sviluppo specifici (Marendić, 2009).

Gli atteggiamenti e le convinzioni degli insegnanti sono altrettanto importanti perché possono influenzare gli atteggiamenti dei bambini sulla matematica. Gli studi hanno dimostrato che un atteggiamento positivo dell'insegnante può contribuire alla formazione di atteggiamenti positivi degli allievi (Relich, Modo, Martin, 1994, Sullivan et al., 1989, in Pavlin-Bernardić, Vlahović-Štetić, Mišurac-Zorica, 2010). Infatti, secondo la teoria di Alberto Bandura (in Vergnaud, 1985) le persone imparano da altre persone osservando il loro comportamento e le conseguenze dello stesso. Un'importante forma di apprendimento osservativo è la modellazione, attraverso la quale è possibile trasmettere sia gli atteggiamenti che le convinzioni. Di conseguenza, se il bambino avverte l'antipatia per la matematica da parte dell'educatrice, tenderà inconsciamente a imitarla.

Bruno D'Amore (2004) sostiene che nella scuola dell'infanzia il "triangolo della didattica", formato da insegnante, allievo e sapere, non ha lo stesso valore degli altri livelli scolastici perché gli educatori sono legati agli allievi da un intenso legame affettivo che influisce su tutti gli altri aspetti della relazione. Inoltre, l'educatore non trasmette il suo sapere all'allievo, ma ne è il mediatore e aiuta il bambino a costruire le proprie conoscenze a partire da quelle che già possiede. Infine, l'educatore non è legato ai bambini dal contratto didattico che lo condiziona a realizzare obiettivi precisi di cui in seguito dovrà verificare e valutare il raggiungimento. Tutto questo rende la scuola dell'infanzia meno condizionata da programmi e strategie didattiche rigide anche se esistono educatori che non sono pronti a sostenere e aiutare gli sforzi del bambino per apprendere, ma gli offrono modelli e procedimenti da imparare senza averli compresi (D' Amore et al., 2004).

I contenuti da proporre sono tanti, ma un buon insegnante accompagnerà il bambino a prendere coscienza di quello che già sa, aumentando e valorizzando la sua curiosità, il desiderio di scoperta e il lavoro di costruzione dei concetti attraverso osservazioni concrete e successive riflessioni (Vergnaud, 1985).

L'apprendimento della matematica nell'età prescolare dipende in gran parte dall'importanza che l'educatrice dà a quest'argomento. Essendo bambini prescolari o più piccoli, non sono ancora abituati a un regime scolastico, perciò l'apprendimento di determinati concetti e abilità avviene attraverso il gioco. Secondo le autrici Bambino e Mastrolenzi (2021) l'apprendimento avviene tramite due processi: l'esposizione all'ambiente e il potenziamento. Nel primo l'educatrice organizza l'ambiente, il materiale e propone attività capaci di costruire conoscenze, mentre il secondo consiste nella abilità professionale di offrire attività e organizzare riflessioni mirate a potenziare i processi (Bambino, Mastrolenzi, 2021).

Umberto Tenuta (1991) afferma che imparare la matematica significa apprendere a pensare e, poiché a pensare si impara pensando, spetta all'educatrice sollecitare, promuovere, stimolare e guidare quelle attività che impegnano il pensiero dei bambini, mettendo in moto la loro intelligenza. I bambini vanno stimolati a trovare soluzioni ai problemi in maniera autonoma attraverso analisi, formulazione di ipotesi e la verifica dei risultati.

### 3.2. Le attività logico-matematiche in funzione della costruzione di abilità numeriche

Sviluppare le competenze numeriche dei bambini richiede l'apprendimento di numerose abilità logico-matematiche: il conteggio, il riconoscimento delle cifre, la capacità di risolvere problemi, la corrispondenza, la seriazione, associare la quantità al giusto simbolo numerico, potenziare le capacità di classificazione e associazione, allenare l'attenzione e le capacità logiche, sono tutte attività che possono aiutare il bambino a sviluppare abilità matematiche. Queste possono venir potenziate dall'impegno e dalle abilità professionali dell'educatrice, dall'ambiente ricco di stimoli e dalla curiosità del bambino stesso.

Edita Slunjski (2006) nel suo libro *Quando i bambini scrivono, contano, eseguono calcoli... (Kad djeca pišu, broje, računaju...)* suggerisce una grande quantità di giochi e attività da fare insieme ai bambini per potenziare il loro ragionamento logico e avvicinarli ai numeri e alle lettere. Tra i giochi proposti per le attività con i numeri, costruiti con materiale di recupero, abbiamo scelto alcuni proposti per sviluppare gli aspetti ricorsivo, cardinale e numero cifra:

1. Quanti in ogni contenitore? Creare un cartellone a forma di reticolo ortogonale. Nella prima riga del reticolo incollare insieme di puntini da uno a sei, disposti come i puntini sul dado. Sotto a ciascun insieme di puntini incollare tre contenitori (es. ricavati dal fondo delle scatole di latte) sistemati alla stessa distanza. I bambini devono riempire i contenitori con piccoli oggetti seguendo la quantità di puntini dell'immagine nella prima riga. I contenitori possono essere riempiti con noci, ghiande, pigne, castagne o altri piccoli oggetti.

Con questo gioco i bambini, oltre a esercitarsi nel conteggio di oggetti, devono conoscere anche l'aspetto cardinale del numero. Se sono più grandi, i puntini possono venir sostituiti dalle cifre, così da associare la quantità al numero cifra.

2. Mini pallacanestro: Fissare un cestino/canestro sul muro all'altezza adatta ai bambini. Accanto al canestro attaccare un cartellone con una tabella a doppia entrata in cui nella prima colonna possono scrivere i propri nomi e nella prima riga l'ordine dei lanci nel canestro (cestino). Ognuno ha diritto a cinque lanci della pallina alla volta. A ogni lancio si segna il punteggio ottenuto. Si possono utilizzare due metodi di registrazione dei punti: un bambino segue e registra i risultati di tutti o ognuno registra il proprio risultato dopo aver eseguito i lanci.

Con questo gioco i bambini avranno la possibilità di praticare l'aspetto ricorsivo e cardinale del numero e dovranno trovare un metodo per segnare il punteggio usando le cifre arabe, dei puntini o qualsiasi altro simbolo.

3. Dove' è la casetta di ciascuno? La base per questo gioco è costituita da un contenitore di cartone per vasetti di alimenti (yogurt, ricotta, mozzarelle o altro) e gli elementi mobili sono costituiti da rotoli di carta igienica o vasetti vuoti degli alimenti nominati prima. Nel contenitore si scrive in ogni spazio una cifra da 1 a 10 senza rispettare l'ordine. Su ogni rotolo o vasetto vuoto si incolla un foglio con disegnati insieme di oggetti da uno a dieci. Sotto si indica il numero con le lettere DUE, TRE,

ecc. I bambini devono riconoscere l'insieme di un certo numero di elementi e posizionarlo sopra la cifra corrispondente del supporto.



*Immagine n.1: Il gioco "Dov'è la casetta di ciascuno?" (Slunjski, 2006: 86)*

Questo gioco aiuterà il bambino a esercitare il conteggio di oggetti e l'aspetto cardinale del numero e associarli al numero cifra o simbolo giusto.

4. Fiori su fiori: Creare un cerchio grande in cartone rigido, dividerlo in settori e scrivervi i numeri da 1 a 6 o da 1 a 10 indicati con le cifre e con le quantità di puntini corrispondenti. Nella parte esterna del cerchio in ogni settore fare tanti fori quanti sono indicati dai puntini e dalla cifra. Il bambino deve riempire i fori di ogni settore del cerchio usando un numero di fiori corrispondente. Oltre ai fiori si possono usare bandierine, bastoncini, ecc.

Il bambino dovrà impegnarsi a contare i fori e i fiori (bandierine) che vi devono essere inseriti, riconoscere l'aspetto cardinale e il numero cifra corrispondente.

Gli autori Lucangeli, Poli, Molin (2003) hanno pubblicato l'eserciziario *L'intelligenza numerica* in cui vengono proposte numerose schede per sviluppare abilità cognitive e metacognitive nella costruzione di conoscenze numeriche dei bambini da 3 a 6 anni. Per costruire le abilità riguardanti i numeri si soffermano in particolare sulla recitazione ordinata delle parole numero, sulla capacità di mettere oggetti in corrispondenza uno a uno, sull'uso dei numeri per contare oggetti, sulla capacità di fare semplici calcoli nell'aggiungere o togliere uno e sull'idea di nessuno nell'introdurre il concetto di zero. Tutte le acquisizioni sono proposte in situazioni

concrete, tratte dalla vita quotidiana, mentre la riflessione dei bambini è sostenuta dal dialogo tra i personaggi Gigio e Gigia.

Le case editrici italiane e croate hanno pubblicato numerosi quaderni operativi e guide didattiche per i bambini che frequentano la scuola dell'infanzia. Essi contengono numerosi esercizi di precalcolo, prescrittura e prelettura che preparano i bambini al passaggio alla scuola primaria. La sezione del precalcolo li aiuta ad avvicinarsi al mondo della matematica e sviluppare le competenze numeriche.

Il quaderno operativo *Prescrittura, prelettura, precalcolo* (Giordani, Cremona, 2021) per bambini prescolari, nella parte riguardante il precalcolo contiene esercizi di ragionamento logico, schede sugli aspetti ricorsivo, cardinale e ordinale del numero e sulla corrispondenza della quantità al numero cifra. Contiene anche giochi matematici e di avvio alla programmazione nel campo dell'informatica.

I quaderni operativi *Momenti a scuola* (Raffaello editore) si basano sulla pedagogia attiva dell'imparare attraverso il fare e di conseguenza, ogni apprendimento deve partire dall'esperienza. Quello per i bambini di 5 anni di Marta Bartolucci (2021) contiene esercizi di prelettura, prescrittura e precalcolo. Tra le schede della parte dedicata al precalcolo si affrontano il riconoscimento dei numeri, l'abilità di conteggio, il riconoscimento della quantità, la comprensione dei concetti di addizione e sottrazione, attività di classificazione e corrispondenza, i vari aspetti del numero naturale, ecc.

La guida didattica *La scuola che osserva, progetta, valuta & include* (Madriz et al., 2018) affronta nella seconda parte gli aspetti pratici dell'educare nella scuola dell'infanzia tra i quali lo sviluppo di competenze logiche (classificazione, corrispondenza biunivoca, ordinamento) e numeriche (aspetto ricorsivo, cardinale, ordinale, numero cifra, numero codice) dei bambini mediante esercizi adeguati.

Gli esercizi suggeriti dalle schede delle guide didattiche e dei quaderni operativi vengono spesso trasformati dalle educatrici in giochi didattici interessanti. In seguito ne presento alcuni.



*Immagine n.2:* Gioco per migliorare le abilità di conteggio e la rappresentazione della quantità creato dalle educatrici



*Immagini n.3 e 4:* Puzzle con i numeri per esercitare la sequenza dei numeri





Immagine n.5: Gioco per associare la quantità alla cifra



Immagine n.6: Gioco per riconoscere l'aspetto ordinale

### 3.3. Le attività numeriche nelle routine quotidiane della scuola dell'infanzia

Le routine sono attività che vengono svolte quotidianamente e che si ripetono in modo tale da scandire la permanenza nella scuola dell'infanzia con regolarità. Attraverso le routine il bambino riesce a percepire il tempo e le azioni ripetute giornalmente possono garantirgli un senso di sicurezza, stabilità e continuità (Penso, 2009). I bambini apprendono nozioni sulla dimensione matematica del mondo nel loro ambiente, in situazioni di vita reale, soprattutto se questo ambiente è ricco di stimoli interessanti. Il bambino pensa in modo logico e matematico in molte situazioni quotidiane che spesso non sembra possano far imparare concetti matematici. Per es. apparecchiare la tavola prima del pranzo porta il bambino a riflettere sulla quantità e la disposizione dei piatti e delle posate che dipendono dal numero delle persone a tavola (Slunjski, 2006).

Le attività di routine giornaliere offrono moltissime opportunità di apprendimento dei concetti logico-matematici, come ad esempio:

**L'appello:** quest'attività in molti casi viene svolta dall'educatrice ed è ottima per coinvolgere i bambini e renderli attivi. Ogni bambino, oltre a identificarsi con il proprio nome, è contrassegnato da un oggetto o un animale. Per i bambini, soprattutto per i più piccoli, questo è un aiuto per riconoscere le proprie cose e quelle altrui. Ogni bambino all'arrivo nella scuola dell'infanzia ha il dovere di segnare la presenza su un cartellone (o comunque nel posto prestabilito). Quando tutti i bambini saranno arrivati, si potrà procedere al conteggio totale delle presenze e delle assenze. Oltre che essere un'attività molto interessante per i bambini, è efficace per ragionare su se stessi, aumentando la propria indipendenza e tenendo conto dei propri compagni.

**Il bambino aiutante della giornata:** è quello che a scuola viene definito l'alunno di servizio. I bambini, con l'aiuto dell'educatrice e di una tabella contenente i loro nomi (o contrassegni) dovranno tener conto della sequenza dei bambini aiutanti di ciascuna giornata. A sua volta il bambino incaricato sarà responsabile delle mansioni giornaliere come: la conta dei bambini prima di uscire al parco e prima del rientro, l'apparecchiare la tavola per il pranzo, il conteggio dei lettini prima del riposino, ecc.

**Uso dei servizi igienico-sanitari:** anche in questa semplice attività di routine i bambini seguono uno schema ben preciso che consiste nell'aspettare la fila,

svestirsi, usare il bagno, pulirsi, rivestirsi, lavare le mani e asciugarle. È un processo ben strutturato che punta su azioni ordinate nel tempo che, come tutte le altre attività di routine, oltre ad avere una valenza di base matematica, opera anche sugli aspetti psico-sociali del bambino (Penso, 2009).

Gli autori Hansen, Kaufmann, Walsh (2006) riportano le seguenti opportunità offerte dalle routine quotidiane:

a) Al momento dell'ingresso nella scuola dell'infanzia, i bambini sperimentano la relazione uno a uno mentre appendono i cappotti: una gruccia per ogni cappotto.

b) I registri delle presenze giornaliere offrono ai bambini l'opportunità di contare e calcolare; Quanti bambini sono presenti oggi? Quanti sono gli assenti? Quanti bambini ci sono in totale? Siamo presenti in dieci e dovremmo essere quattordici. Quanti sono gli assenti? Se si utilizzano le foto dei presenti e degli assenti, l'esperienza dei bambini nel conteggio e nel calcolo diventerà più concreta.

c) I calendari e il tempo che passa sono un tema molto frequente. I calendari standard, però, non hanno molto senso per i bambini piccoli perché non li aiutano a padroneggiare il concetto di tempo dato che i giorni e i mesi dell'anno sono troppo astratti. D'altro canto, i giorni della settimana non sono per loro così astratti per cui gli educatori potrebbero creare semplici calendari settimanali. Ogni giorno dovrebbe essere contrassegnato con un colore diverso. Si può anche segnare in modo diverso i giorni in cui i bambini sono all'asilo e i giorni festivi (Hansen, Kaufmann, Walsh, 2006).

### 3.4. Le attività numeriche nei giochi liberi e nei giochi didattici

La matematica è presente nella maggior parte delle attività dei bambini e per comprenderla correttamente bisogna integrarla con altri contenuti e offrire esperienze concrete (Slunjski, 2006). L'autrice accentua l'importanza dell'esperienza diretta per apprendere nozioni nuove. Il bambino prescolare impara maggiormente quando non viene seguito e controllato. Infatti, assimila molte informazioni quando è egli stesso a provarle, sperimentarle, rispetto a quando gli vengono fornite informazioni verbali (Slunjski, 2006). Le attività dei bambini possono essere libere, organizzate

dall'educatrice tramite giochi didattici, giochi liberi o una combinazione dei due tipi di gioco. Nell'ultimo caso l'educatrice propone il gioco e lo spiega ai bambini, ma sono loro che decidono se riprenderlo di loro spontanea volontà nei giorni successivi.

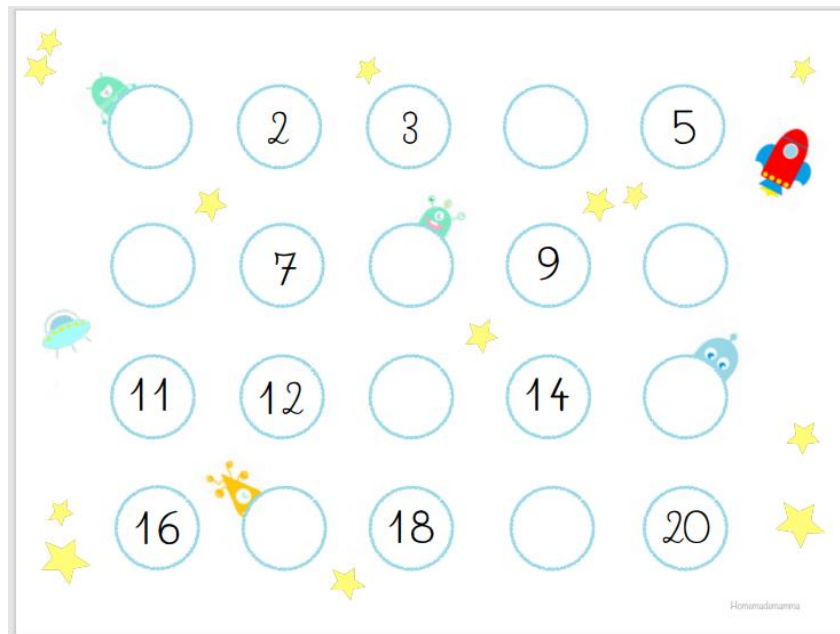
Giochi didattici che avvicinano la matematica al bambino:

**Il gioco del mercato:** i bambini vi giocano volentieri ed è un'attività semplice da organizzare. Si improvvisa un mercatino con i tavoli e le mensole che si ha a disposizione. Dopodiché basterà allestire il mercatino con la frutta e verdura che si sta usando, preferibilmente frutta vera. Non va scordata la bilancia che ricopre un ruolo importante sia a livello didattico che ludico. Può essere usata come strumento per misurare il peso, la bilancia a due bracci o creata una con materiale di recupero. In questo gioco i numeri vengono usati in diversi aspetti. Per esempio, possono essere usati biglietti con il numero per rispettare la fila. In questo modo il bambino capirà che c'è un ordine da rispettare. Per far sì che questo avvenga, il bambino deve conoscere l'ordine corretto dei numeri, nonché riconoscere le cifre. Servirà poi chiedere al commesso la quantità di frutta o verdura che si vorrebbe comperare, nonché utilizzare il denaro. Bisognerà accordarsi sui prezzi, per es. 1 banana = 1 moneta, 2 banane = 2 monete (Cannizzaro, Crocini, Mazzoli, 2000).

**Preparare il pane:** oppure un cibo qualsiasi. I bambini verranno attratti dalla voglia di scoprire e imparare, ma per far sì che il processo della preparazione del pane porti a un risultato ottimale, è fondamentale seguire dei passi ben precisi e delle misure stabilite in precedenza. Con l'aiuto dell'educatrice, il bambino imparerà procedure concrete in sequenza ordinata, ma anche a utilizzare strumenti per la misurazione della quantità di ingredienti da usare e strumenti per la misurazione del tempo (Slunjski, 2006).

**Il gioco del memory:** Anche questo gioco, se preparato dall'educatrice con cura, è un'ottima attività ludica da proporre ai bambini. Sulla prima cartina si possono rappresentare oggetti di diverse quantità (per es. sette nuvole bianche), sull'altra invece il numero scritto con la cifra 7. Tramite quest'attività il bambino, oltre a divertirsi, dovrà contare gli oggetti, tenere a mente il numero degli oggetti contati, trovare la cifra con il numero corrispondente agli oggetti e conoscere l'aspetto cifra del numero. Un'attività ben progettata stimola e sviluppa molti aspetti del numero, come in questo caso l'aspetto cardinale, ricorsivo e numeri cifra (Slunjski, 2006).

**Il pop up dei numeri:** con questa semplice scheda, i bambini potranno ragionare sulla sequenza dei numeri, sul numero che viene prima e quale viene dopo. La difficoltà può variare, si possono diminuire i numeri proposti in modo da adeguare l'esercizio a bambini più piccoli. Questo gioco si può facilmente realizzare anche come attacca-stacca da appendere sul muro o su una lavagna.



*Immagine n.7:* Inserire la sequenza corretta dei numeri cifra

Ci sono anche giochi tradizionali e giochi a tavolino che avvicinano il bambino ai numeri.

**Il calcio:** Nonostante il calcio sia associato ai maschietti, è un ottimo gioco per bambini e bambine. Oltre a sviluppare la coordinazione, la velocità e l'agilità, il calcio può aiutare molto a migliorare le conoscenze matematiche. Il linguaggio del bambino si arricchisce con parole come "squadra", "coppia", viene spesso utilizzato l'aspetto ordinale del numero, i bambini devono formare le squadre con lo stesso numero di giocatori, ad ogni giocatore può venir assegnato un numero sulla maglietta, bisogna tener conto dei goal fatti e del punteggio ecc. Anche gli altri giochi di squadra però possono aiutare, come ad esempio la pallamano, la pallacanestro e altri.

**Il nascondino:** Questo gioco tradizionale che sembra molto semplice, per un bambino potrebbe a un primo impatto risultare complesso. Per poter giocare il bambino, oltre a saper orientarsi nel macros spazio ed essere un abile cercatore, deve

riuscire a contare fino al numero prestabilito. Dunque, le abilità che sono richieste per questo gioco includono la conoscenza dei numeri, la recitazione della cosiddetta filastrocca dei numeri e, volendo aumentare il grado di difficoltà, un altro conteggio di controllo alla fine per vedere se tutti i bambini sono stati trovati.

**La campana:** Con un gessetto e un sassolino, anche il gioco della campana diventa un'ottima attività ludica per introdurre i numeri nelle esperienze del bambino. Tramite questo gioco, oltre ad aiutare il bambino a migliorare le sue capacità motorie, lo si aiuterà a ragionare, a tenere conto dell'ultimo numero sul quale ha lanciato il sasso, a tener conto dei turni e del susseguirsi dei compagni nel partecipare al gioco. I numeri utilizzati solitamente nel gioco sono quelli fino al 10, ma in base all'età dei bambini questo può venir facilmente modificato.

**Il gioco dell'oca:** È il gioco da tavolo che accompagna i bambini nella loro infanzia. Si tratta di un gioco che porta innumerevoli occasioni per trovarsi di fronte a concetti matematici basilari che il bambino comprenderà divertendosi. Il gioco richiede di lanciare il dado e contare i puntini ottenuti per far avanzare o indietreggiare la pedina, facendo attenzione sia alla corrispondenza uno a uno della pedina e delle caselle che al numero di caselle.

**Il gioco del telefono:** Un gioco molto carino, soprattutto per le nuove generazioni, è lo scambio dei numeri di telefono. Come ben sappiamo i bambini adorano giocare a "far finta che" e spesso fanno finta di parlare al telefono. Per introdurre concetti matematici nel gioco si possono inventare numeri di telefono, per poi farli scambiare tra di loro. Così, oltre a divertirsi, i bambini faranno pratica con la lettura e la scrittura dei numeri, il riconoscimento dei numeri cifra e inoltre, cercheranno di tenere a mente quanti più numeri di telefono possibile (Miljak, Vujičić, 2000).

### 3.5. Apprendere i numeri tramite filastrocche

Le canzoni, le filastrocche e le conte sono da sempre utilizzate per aiutare i bambini ad apprendere in maniera facile e veloce. Le filastrocche aiutano il bambino nello sviluppo del linguaggio, nell'imparare i giorni della settimana, i mesi, le stagioni, i mestieri, i nomi degli animali del bosco e della fattoria e così via. Ci sono filastrocche che rappresentano un'ottima scelta per aiutare a comprendere l'aspetto cardinale del

numero come le due che seguono. La rima e il ritmo ne facilitano la memorizzazione. Infatti, la parola assume una dimensione ludica e il bambino attraverso il gioco impara divertendosi. La voce dell'educatrice che recita la filastrocca è un veicolo per mediare sentimenti positivi verso il bambino (Scarnecchia, 2010).

Una è la luna

Due le stelle che sembran gemelle

Tre le rose nel giardino

Quattro le mele nel cestino

Cinque i bimbi che giocan felici

Sei i quadri nelle cornici

Sette i colori dell'arcobaleno

Otto i serpenti che sputan veleno

Nove i gatti di colore nero

Resta solo soletto lo zero

Filastrocca del sette

Il settimo nano è il mio preferito

E sette sono le note del mio  
spartito.

Faccio sette salti con le mie  
gambette

E i giorni della settimana sono  
sette.

Dopo la recitazione della prima (Fantavolando, 2023) possiamo invitare i bambini a rappresentare graficamente la filastrocca per aiutarli a riflettere sulla quantità. Inoltre, si può creare un cartellone con i disegni dei bambini per aiutarli a comprenderla. La seconda è avvantaggiata dalla sua semplicità e brevità ed è ottima per introdurre il numero sette.

Nella filastrocca che segue si fa riferimento all'aspetto ordinale del numero. La presenza di parole: primo, secondo, terzo, quarto... portano il bambino a riflettere sul loro significato. Sono parole usate quotidianamente nella vita di un bambino, ma molte volte non ne comprende il significato.

Filastrocca un poco sciocca

Tutti in fila sotto a chi tocca

Gli animali in fila indiana

Primo il bue, seconda la rana

Segue per terzo un bel topolino,

rincorso dal quarto un bianco micino,

Quinta una farfalla rossa e gialla

Sesta la foca che gioca a palla  
Settimo arriva un feroce leone,  
se si addormenta sembra un micione!  
Il gallo è ottavo con il suo chicchirichì  
Nono è l'uccellino che canta notte e dì.

Grazie alle filastrocche possiamo introdurre in modo indiretto anche concetti matematici come l'addizione o la sottrazione. In particolare con la filastrocca che segue, possiamo introdurre in modo semplice la sottrazione.

I Palloni

L'omino dei palloni  
ne aveva sette tutti arancioni.  
Uno s'è sgonfiato:  
che peccato!  
Uno ha fatto un botto e s'è rotto.  
Gli altri col vento prendono il volo.  
E l'omino? Rimane solo.

Mentre leggiamo la filastrocca, invitiamo i bambini a tenere conto con le dita del numero dei palloncini. Ovviamente l'età del gruppo educativo non dovrebbe essere inferiore ai cinque anni.



## 4. La ricerca empirica

### 4.1. L'obiettivo generale e gli obiettivi specifici della ricerca

L'obiettivo generale della ricerca era verificare le abilità dei bambini intervistati riguardanti le conoscenze di alcuni aspetti del numero naturale, dei relativi termini linguistici e dell'abilità di eseguire semplici operazioni con i numeri.

Gli obiettivi secondari erano:

- verificare le abilità di conteggio (aspetto ricorsivo e cardinale del numero)
- verificare le abilità di leggere e scrivere i numeri cifra
- verificare le abilità di riconoscere e confrontare quantità espresse con cifre e con immagini
- verificare le abilità di eseguire somme e sottrazioni fino a cinque
- verificare le abilità di distinguere le cifre arabe da altri simboli
- verificare le abilità linguistiche nel campo dei numeri naturali fino a 10
- analizzare le capacità di comprendere, rappresentare e decodificare situazioni problematiche basate su addizioni e sottrazioni di piccole quantità numeriche.

### 4.2. I soggetti della ricerca e il procedimento

I bambini intervistati fanno parte di due gruppi educativi diversi, Pesciolini e Bollicine della Scuola dell'infanzia Paperino, il primo gruppo è situato nella sede centrale a Parenzo, mentre il secondo nella sede periferica a Maio Grande. Nei Pesciolini vi sono 13 prescolari, nove di 6 anni e cinque di 5 anni e mezzo. Quattro bambini hanno esigenze speciali per cui non sono stati coinvolti. Nel gruppo Bollicine di Maio Grande vi sono 9 bambini prescolari di 6 anni e 5 anni e mezzo.

Le prove sono state presentate in modo orale con il supporto di immagini o oggetti laddove era necessario. Ogni prova è stata svolta individualmente (bambino - educatrice) all'interno delle due sezioni educative. Le risposte dei bambini sono state annotate subito e analizzate in seguito. Le prove che richiedono una rappresentazione scritta da parte dei bambini sono state fotografate.

### 4.3. L'impostazione e la metodologia della ricerca empirica

Le prove proposte sono state tratte dal libro di Lucilla Cannizzaro, Paola Crocini e Paolo Mazzoli, Numeri: conoscenze e competenze. Bergamo: Edizioni Junior, 2000, mentre la n. 10 è stata tratta dalla Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni degli autori Molin, A., Poli, S., Lucangeli, D. Le prove consentono di valutare il sapere nel campo matematico dei bambini che riguarda la conoscenza di alcuni aspetti del numero naturale e le abilità di confrontare, sommare e sottrarre i numeri entro il dieci. Ho usato i metodi dell'intervista strutturata e di osservazione del comportamento dei bambini come risposta a prove preparate per consentire un aggancio alle loro esperienze con i numeri. Segue la descrizione delle prove realizzate.

#### Prova n. 1

Come prova d'apertura verrà valutata la conoscenza dei numeri per contare (aspetto ricorsivo): la conta intesa come filastrocca e la conta al contrario. Si userà un approccio molto disinvolto per far sentire il bambino a proprio agio, partendo con una domanda facile: - *Sai contare? Chi ti ha insegnato? Posso sentire? Sei in grado di contare anche all'indietro partendo dal 10?*

Tabella n. 1: I risultati nell'abilità di contare

Abilità di conteggio	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che sanno contare		
Numero di bambini che sanno contare all'indietro		

#### Prova n. 2

Con la seconda prova si valuterà la capacità di contare oggetti (sassolini e tappi) e scrivere numeri (cifre arabe). In questo modo verrà valutata la comprensione dell'aspetto cardinale del numero nonché la capacità di rappresentare la quantità usando i numeri cifra. Domande stimolo: - *Ho qui dei sassolini e dei tappi, ma non so quanti sono, li potresti contare per me? Possiamo annotare quanti sono per non dimenticare? Sapresti farlo?*

Materiale: sassolini, tappi, foglio e matita

Tabella n. 2: I risultati nell'abilità di contare e usare i numeri cifra

Abilità di conteggio e di rappresentazione del n.	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che hanno contato correttamente i tappi		
Numero di bambini che hanno contato correttamente i sassolini		
Numero di bambini che hanno scritto i numeri con cifre arabe		
Numero di bambini che hanno usato altri tipi di rappresentazioni della quantità numerica		

### Prova n. 3

Con la terza prova si valuterà la capacità di scrittura delle lettere e dei numeri del bambino nell'annotare il proprio nome, l'età e altre parole. Domande stimolo: - *Ma tu sai scrivere il tuo nome? Chi te lo ha insegnato? E dimmi quanti anni hai? Sai scrivere questo numero? Me lo scriveresti qua? Potresti provare a scrivere la parola "mare"?*

Materiale: foglio e matita

Tabella n. 3: I risultati nell'abilità di distinguere parole (lettere) e numeri

Nome del bambino	Età del bambino	Scrittura del nome	Scrittura dell'età	Scrittura di altre parole

#### Prova n. 4

Nella quarta prova si valuterà se il bambino sa riconoscere i numeri (cifre) da altri segni (lettere, simboli, disegni, parole). Domande stimolo: - *Ho portato questi tappi, ma si sono mescolati i tappi con i numeri con quelli che hanno altri segni. Puoi aiutarmi a trovare soltanto i tappi con i numeri?*

Materiale: I tappi da suddividere sono venti, dieci con i numeri e dieci con lettere, parole e altri simboli: 0, 4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, #, C, A, @, Z, %, ✚, BAR, ☆, ☺.

Strumenti di registrazione dei risultati: tabella e grafico. Attraverso un grafico verranno rappresentate le valutazioni in percentuali: suddivide correttamente, compie da 1 a 3 sbagli, compie quattro sbagli o più, non suddivide affatto.

Tabella n. 4: I risultati nell'abilità di distinguere i numeri cifra da altri simboli

Nome del bambino	Età del bambino	Numero	Non numero

#### Prova n. 5

In questa prova verranno valutate le capacità di comprensione e lettura del numero. Al bambino verranno proposti cinque fogli di carta, su ognuno di essi sarà scritto un numero: 3, 7, 10, 5, 8, 4, 2, 9, 1, 6, 0, UNO, TRE, DUE. Domande stimolo: - *Sai dirmi quale numero è questo? Puoi disegnare tanti cuoricini (cerchi, palline) quanti dice il numero?* Con questa seconda domanda vedremo se il bambino è in grado di interpretare il simbolo numerico, stabilire un rapporto tra quantità e segno convenzionale, contare i cuoricini (cerchi) e stabilire se la quantità disegnata è esatta.

Tabella n.5: I risultati nell'abilità di leggere i numeri cifra e rappresentare il valore cardinale che esprimono

Nome del bambino	Età del bambino	Riconosce le cifre	Leggono le lettere	Comprendono la parola	Rappresenta in modo corretto la quantità

Prova n. 6

Questa prova è il rovescio della precedente. Infatti, qui ai bambini verranno presentate delle immagini di fiori e pesciolini. Il loro compito sarà quello di contarli e segnare la quantità di fiori (pesciolini) visti sull'immagine. Domande stimolo: - *Cosa dice questa immagine? Vogliamo segnare quanti fiori (pesciolini) ci sono, così non lo dimentichiamo?*

Materiale: schede con immagini di pesciolini (due, cinque, sei e otto pesci), schede con immagini di fiorellini (uno, tre, quattro e quattro ma con una disposizione diversa)

Esempio:

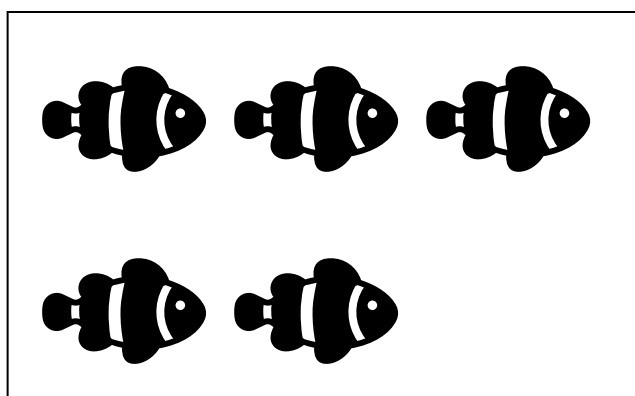
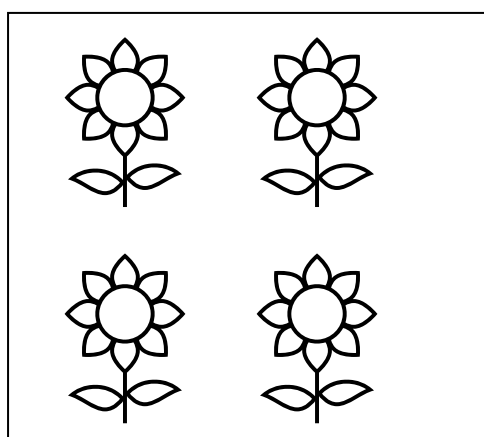


Tabella n.6: I risultati nell'abilità di contare e rappresentare le quantità numeriche

Risultati	Numero di bambini che usano le cifre	Numero di bambini che usano i segni	Numero di bambini che alternano cifre e segni
Per i palloncini			
Per i pesciolini			

#### Prova n. 7

Per questa prova si verificherà se i bambini sono in grado di riconoscere i numeri nell'ambiente in cui vivono. Come nelle prove del libro, nell'analizzare le risposte, i bambini intervistati verranno suddivisi secondo il sesso. Domande stimolo: - *Mi sai dire che cosa vedi in quest'immagine? L'hai mai visto? Dove l'hai visto? Che cosa ci dicono i numeri sull'orologio (calendario, telecomando, ecc.)?*

Materiale: Ai bambini verranno proposte le immagini di un orologio, un calendario, un telecomando, un segnale con limite di velocità, una carta del gioco da tavolo "uno", la maglia numerata di un atleta, l'immagine di un'auto da corsa, una scarpa con il numero segnato sulla suola. In seguito, si vedrà se il bambino, oltre ad individuare il numero nel contesto, sa spiegare anche la sua funzione specifica.

Tabella n.7: I risultati nell'abilità di riconoscere la funzione dei numeri nell'ambiente

		Sa cos'è	Riconosce i numeri	Funzione globale	Altre risposte/annotazioni
OROLOGIO	M F				
CALENDARIO	M F				
TELECOMANDO	M F				
SEGNALE CON LIMITE DI VELOCITÀ	M F				
CARTA DEL GIOCO "UNO"	M F				
MAGLIA DI UN ATLETA	M F				
MACCHINA DA CORSA	M F				

NUMERO SCARPE	M F				
------------------	--------	--	--	--	--

Prova n. 8

Con questa prova verificheremo se i bambini sono in grado di fare semplici addizioni e sottrazioni. Le domande verranno poste oralmente e, se necessario, verrà usato un supporto visivo con l'aiuto di immagini o concreto usando delle caramelle. Le addizioni che verranno chieste al bambino sono:  $1+1$ ,  $2+1$ ,  $2+2$  e  $4+1$ . Le sottrazioni proposte al bambino saranno:  $2-1$ ,  $3-1$ ,  $4-2$  e  $5-1$ .

Materiale: foglio, matita, immagini di caramelle e caramelle concrete

Tabella n.8: I risultati nell'abilità di eseguire addizioni e sottrazioni entro il cinque

Calcoli	Bambini che fanno i calcoli a mente	Bambini che si aiutano con le dita	Bambini che hanno bisogno del supporto visivo
Addizioni			
Sottrazioni			

Prova n. 9

In questa prova si analizzerà la capacità del bambino di comprendere la conservazione della quantità. Sul tavolo verranno poste cinque caramelle invitando il bambino a contare ad alta voce la quantità. In seguito, verranno distanziate le 5 caramelle di prima. Domande stimolo: - *Sai dirmi quante caramelle ci sono sul tavolo in questo momento? E quante ce ne sono ora?*

Materiale: cinque caramelle

Tabella n.9: I risultati nell'abilità di riconoscere la conservazione del numero

Nome del bambino	Età del bambino	Conteggio iniziale	Riconosce la conservazione del numero o conta di nuovo


Prova n. 10

In questa prova verrà chiesto ai bambini di confrontare le quantità scritte con le cifre arabe o rappresentate con immagini di quantità diverse di pallini. Domande stimolo: - *Sai leggere questi numeri? Mi sai dire tra questi numeri quale è di più (fare un esempio concreto: tre o nove caramelle)? Sai quanti pallini ci sono su questo cartoncino? E su questo? Dove ci sono più pallini?*

Materiale: immagini rispettivamente con due cifre e con due immagini che hanno valori cardinali diversi (3 e 9, 4 e 2, 7 e 2, 8 e 3, 1 e 2, 7 e 8, 4 e 5, 6 e 3, 6 e 7, 5 e 1, 8 e 9). Per esempio:

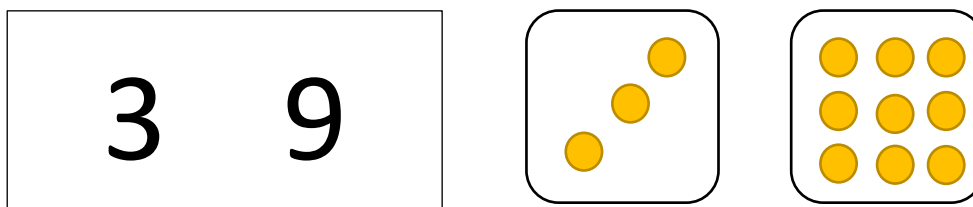


Tabella n.10: I risultati nell'abilità di confrontare le quantità numeriche espresse con cifre e con immagini di oggetti

Riconosce le cifre	Risposta esatta in cifre	Riconosce/ conta il numero esatto in pallini	Risposta esatta in pallini



## Prova n. 11

In questa prova verrà chiesto ai bambini di rappresentare graficamente l'operazione che vedranno. Verranno poste sul tavolo quattro mele alle quali verranno aggiunte altre due. Dopo aver rappresentato l'accaduto con i simboli che ritengono più appropriati, una mela verrà tolta dalle 6 presenti sul tavolo. Dopodiché si inviterà nuovamente il bambino a rappresentare l'accaduto. Domande stimolo: *Quante mele ci sono sul tavolo? E adesso che ne ho messe altre due quante ce ne sono? Puoi disegnare quello che hai visto? E se ora ne togliamo una, quante mele sono rimaste sul tavolo?*

Materiale: foglio, matita e delle mele

## Prova n. 12

Lo scopo di questa prova è osservare, ascoltare e annotare le risposte dei bambini nella risoluzione di tre diverse situazioni problematiche. Le situazioni verranno descritte a voce, in modo che il bambino possa ascoltare e riflettere sul loro contenuto. I bambini saranno invitati a motivare la loro risposta e a rappresentare in modo grafico il processo mentale che li ha portati a dare la risposta.

Materiale: foglio e matita

### *Situazione n.1*

Marika ama tanto gli animali. Possiede un cagnolino e due gatti. Per il suo compleanno la mamma e il papà le hanno regalato due pesciolini rossi. Quanti animali ha in tutto Marika?

### *Situazione n.2*

Oggi il papà di Marika ha preparato il pranzo. Ha fatto cuocere quattro pezzi di carne alla griglia. Mentre la stava portando a tavola, un pezzo di carne è caduto a terra e il cane l'ha mangiato. Quanti pezzi di carne sono rimasti?

### *Situazione n.3*

Ieri sono andata al supermercato e ho comprato molta frutta fresca. Ho preso tre banane, due mele e una pera. Mentre stavo tornando a casa, però, ho mangiato una

banana perché avevo fame. Quando sono tornata a casa, quanta frutta mi era rimasta?

#### 4.4. Risultati ottenuti nel gruppo educativo "PESCIOLINI"

Prova n. 1

Tabella n. 1: I risultati nell'abilità di contare

Abilità di conteggio	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che sanno contare	6	Tutti sanno contare in lingua italiana
Numero di bambini che sanno contare all'indietro	5	Due dei cinque sanno contare solo in croato

*Osservazioni:* In questa prova i bambini non hanno incontrato troppi problemi. Alla richiesta di contare all'indietro, Eva e Chiara hanno avuto qualche difficoltà. Eva ha saltato il numero 7 ed era abbastanza insicura e con lo sguardo cercava la mia approvazione, Chiara invece ha preferito non provarci nemmeno. Gli altri hanno svolto l'esercizio correttamente. Lucas è stato l'unico che ha svolto questa e tutte le altre prove in lingua italiana.

Prova n. 2

Tabella n. 2: I risultati nell'abilità di contare e usare i numeri cifra

Abilità di conteggio e di rappresentazione del n.	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che hanno contato correttamente i tappi	6	
Numero di bambini che hanno contato correttamente i sassolini	5	Eva ha contato i sassolini tre volte, ottenendo tre risultati diversi perché alcuni sono stati contati due volte.
Numero di bambini che hanno scritto i numeri con cifre arabe	5	Eva ha difficoltà nella scrittura delle cifre 7 e 9
Numero di bambini che hanno usato altri tipi di rappresentazioni della quantità numerica	1	Chiara ha disegnato i tappi e i sassolini contati.

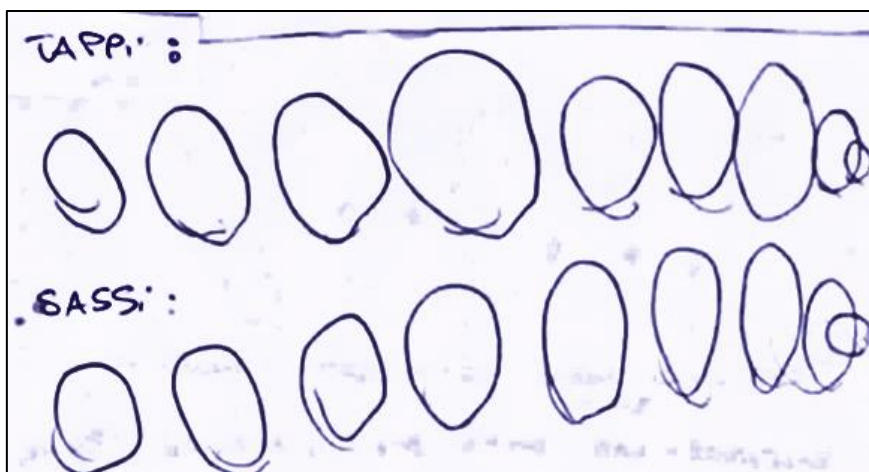


Immagine n.8: Chiara ha usato dei cerchi per indicare la quantità contata.

Prova n. 3

Tabella n. 3: I risultati nell'abilità di distinguere parole (lettere) e numeri

Nome del bambino	Età del bambino	Scrittura del nome	Scrittura dell'età	Scrittura di altre parole
MASSIMO	6	MASGIMO	6	MARE
CHIARA	5 e mezzo	CHIARA	5	?
PAOLA	5 e mezzo	PAOLA	5	MARE
LUCAS	6	LUCAS	6	MARE
MAX	5 e mezzo	MAX	5901	MARE
EVA	5 e mezzo	EVA	5	MARE

*Osservazioni:* Tutti i bambini intervistati sono prescolari. I bambini hanno trovato qualche difficoltà quando dovevano scrivere la parola MARE. Hanno molta più confidenza con i numeri, eccetto Eva che non ha ben chiara la differenza tra lettere e numeri. Per aiutare i bambini nella scrittura della parola MARE facevo notare che anche la parola MAMMA inizia con la stessa lettera. Con questo semplice aiuto i bambini si sbloccavano e iniziavano a scrivere. Eva ha notato che la parola MARE contiene la lettera E come nel suo nome. Lucas ha fatto lo stesso ragionamento per la lettera A.

#### Prova n. 4

Tabella n. 4: I risultati nell'abilità di distinguere i numeri cifra da altri simboli

Nome del bambino	Età del bambino	Numero	Non numero
MASSIMO	6	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, ☺ ☆ 0
CHIARA	5	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, ☺ ☆
PAOLA	5	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, ☺ ☆
LUCAS	6	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, ☺ 0
MAX	5	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, ☺ ☆
EVA	5	4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, C, A, Z, B	#, @, %, !, , BAR, 0 ☺ ☆

*Osservazioni:* In questa prova la cifra 0 ha rappresentato un problema per alcuni bambini. Tutti i bambini si sono soffermati a guardare lo 0 prima di scegliere da che parte posizionarlo. La scelta di Massimo di metterlo con i "non numeri" era inaspettata. Infatti, il bambino ha letto correttamente i numeri 99, 100 e 444. Max invece ha puntualizzato che lo 0 è anche un numero, Gli altri segni non sono stati difficili per i bambini, eccetto per Eva che ha ancora qualche problema nella

distinzione di numeri e lettere. Come riportato nella tabella, la bambina indica entrambi i gruppi come “numeri”. In questa prova i maschietti sono stati più rapidi e hanno dimostrato più familiarità con i numeri rispetto alle bambine.

#### Prova n. 5

Tabella n.5: I risultati nell’abilità di leggere i numeri cifra e rappresentare il valore cardinale che esprimono

Nome del bambino	Età del bambino	Riconosce le cifre	Leggono le lettere	Comprendono la parola	Rappresenta in modo corretto la quantità
MASSIMO	6	Sì	Sì	No	Sì, con le palline
CHIARA	5	Sì	Alcune	No	Sì, con i cerchi
PAOLA	5	Sì	Sì	No	Sì, con i puntini
LUCAS	6	Sì	Alcune	No	Sì, con i cerchi
MAX	5	Sì	Sì	No	Sì, con i cerchi
EVA	5	Sì	Sì	Sì	Sì, con le palline

*Osservazioni:* In questa prova Eva si è dimostrata l’unica in grado di leggere le parole numero e comprenderne il significato. Gli altri invece non hanno ancora la capacità di collegare le lettere per formare la parola. Quando i bambini hanno visto per la prima volta il bigliettino con la scritta “UNO” si sono fermati tutti e hanno sorriso, affermando che quello non era un numero. La rappresentazione grafica della quantità non ha creato alcun problema per nessuno di loro. Tutti i bambini hanno rappresentato, chi con puntini, chi con palline, la quantità corrispondente al numero.

#### Prova n. 6

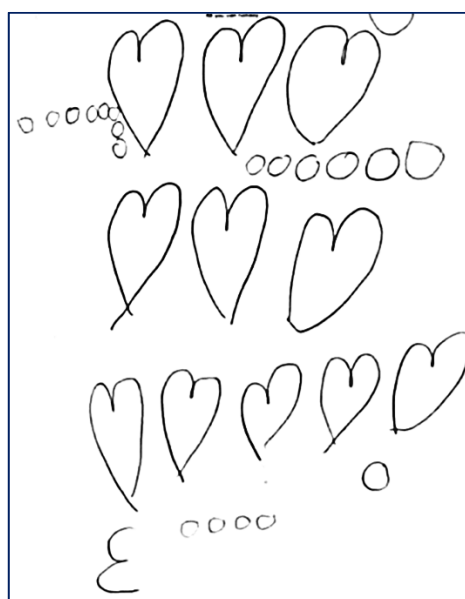
Tabella n.6: I risultati nell’abilità di contare e rappresentare le quantità numeriche

Risultati	Numero di bambini che usano le cifre	Numero di bambini che usano i segni	Numero di bambini che alternano cifre e segni

Per i palloncini	6	0	1
Per i pesciolini	6	0	1

*Osservazione:* Alla domanda *Vogliamo segnare quanti fiori (pesciolini) ci sono, così non lo dimentichiamo?* le bambine si sono trovate un po' in imbarazzo perché non sapevano scrivere alcune cifre. Chiara non si ricordava come si segnassero il 2 e il 5. Infatti, entrambi vengono indicati da lei come la lettera S. Ad avere qualche problema con le cifre più alte del sei era Eva. Le ho proposto di disegnare dei cuoricini anziché scrivere le cifre. Poi per semplicità ha deciso di disegnare dei pallini.

Posso concludere che i bambini non hanno trovato particolari difficoltà per questa prova, ad eccezione di Chiara che non si ricordava come si scrive il 2 e il 5. Infatti, entrambi i numeri vengono indicati da lei come la lettera S.



*Immagine n.9: Le annotazioni di Eva*

Prova n. 7

Tabella n.7: I risultati nell'abilità di riconoscere la funzione dei numeri nell'ambiente

		Sa cos'è	Riconosce i numeri	Funzione globale	Altre risposte/annotazioni
OROLOGIO	M	3	3	3	

	F	3	2	3	
CALENDARIO	M F	1 1	0 1		Qualcosa per imparare a scrivere i numeri
TELECOMANDO	M F	3 3	3 3	3 3	
SEGNALE CON LIMITE DI VELOCITÀ	M F	3 1	3 3	2 1	Le bambine sanno che si trova in strada
CARTA DEL GIOCO "UNO"	M F	3 3	3 3	3 3	
MAGLIA DI UN ATLETA	M F	1 1	3 3	1 0	Non comprendono il significato del numero
MACCHINA DA CORSA	M F	2 1	3 3	1 0	Non comprendono il significato del numero
NUMERO SCARPE	M F	2 2	3 3	2 2	

\*intervistate 3 bambine e 3 bambini

*Osservazioni:* I bambini non comprendono bene a che cosa serve il calendario, sebbene sostengano di averlo già visto, anche nella propria stanza in asilo. L'immagine è stata associata a un libro che serve per imparare a contare. La risposta più concreta e giusta è stata quella di Chiara "così vediamo quando arriva il Natale, la Vigilia e San Nicolò."

Un altro problema era il ruolo del numero dell'atleta. Le risposte sono state le seguenti "Il numero significa quanto è lontano da casa", "Se hai il numero 1 significa che deve arrivare per primo", "Il numero ti stanca, poi dormi meglio". La risposta che si avvicina di più al significato di quel numero è stata "Quando vai a correre hai un tuo numero". Lo stesso vale per il numero sulla macchina da corsa. Alcuni bambini non hanno nemmeno provato a indovinare, altri sostengono che soltanto se hai il numero 1 arrivi per primo. Questa è stata la prima prova che ha messo un po' in difficoltà i bambini.

Prova n. 8

Tabella n.8: I risultati nell'abilità di eseguire addizioni e sottrazioni entro il cinque

Calcoli	Bambini che fanno i calcoli a mente	Bambini che si aiutano con le dita	Bambini che hanno bisogno del supporto visivo
Addizioni	3	1	1
Sottrazioni	1	1	4

*Osservazioni:* In questa prova i bambini sono partiti molto decisi. Sono capaci di fare semplici addizioni. Massimo ha voluto fare calcoli con i numeri fino al 10. Quando però è giunto il momento di fare le sottrazioni, le mie domande non gli erano più tanto chiare. Max non comprendeva il significato di "meno". Infatti, continuava a fare le addizioni. Se fossero state addizioni i risultati sarebbero stati anche giusti. Ad esempio  $5-1=6$ . Max ha sorriso e timidamente ha risposto di non sapere, ma poi con l'aiuto delle dita è riuscito a risolvere le sottrazioni, anche se ci ha messo un po' più di tempo. Gli altri bambini invece hanno preferito un supporto visivo. Si sono aiutati con i sassi usati in precedenza. Li hanno disposti davanti a sé, chi in fila, chi in un mucchietto e mentre li toglievano li contavano, poi guardavano i sassi rimasti e davano la loro risposta. I bambini che hanno preferito il supporto visivo sono stati più veloci e precisi nella soluzione dei calcoli rispetto a Max che ha usato le dita.

Prova n. 9

Tabella n.9: I risultati nell'abilità di riconoscere la conservazione del numero

Nome del bambino	Età del bambino	Conteggio iniziale	Riconosce la conservazione del numero o conta di nuovo
MASSIMO	6	5	1, poi ci pensa un po' e risponde 5
CHIARA	5	5	1, poi ci pensa un po' e risponde 5
PAOLA	5	5	1, poi ci pensa un po' e risponde 5
EVA	5	5	1, poi ci pensa un po' e risponde 5
MAX	5	5	5



LUCAS	6	5	5
-------	---	---	---

*Osservazioni:* Come si può notare dalla tabella, soltanto Max e Lucas sostengono che, pur distanziate, rimane sempre lo stesso numero di caramelle sul tavolo. Poi ho spostato le caramelle in posizioni diverse ma non hanno cambiato idea sulla quantità. Per sicurezza Lucas le ricontava ogni volta che cambiavano posizione. Gli altri hanno continuato a fissare il punto dove le caramelle erano ammassate inizialmente. In quel punto, secondo i bambini, era rimasta soltanto una caramella, trascurando quelle che comunque erano ancora lì, davanti a loro. Questo ha portato i bambini a dedurre che la quantità rimasta era solo una caramella. Dopo la loro risposta immediata ho chiesto se fossero sicuri della propria risposta. Dopo aver guardato meglio, tutti hanno risposto che erano sempre cinque le caramelle sul tavolo.

Prova n. 10

Tabella n.10: I risultati nell'abilità di confrontare le quantità numeriche espresse con cifre e con immagini di oggetti

Riconosce le cifre	Risposta esatta in cifre	Riconosce/ conta il numero esatto in pallini	Risposta esatta in pallini
6	6	6	6

*Osservazioni:* Questa prova non ha causato difficoltà, né con le cifre, né con i pallini. I bambini si aiutavano indicando con il dito per facilitare la conta dei pallini. Quando veniva mostrato il cartoncino con i numeri, prima ancora di fare la domanda *Mi sai dire tra questi numeri quale è di più?* Massimo faceva l'addizione dei due numeri a mente e mi diceva il risultato.

Lucas era confuso quando davanti a lui sono state poste due cartine con otto pallini su entrambe le carte ma disposti in maniera diversa. Ha contato tutti i pallini di entrambe le carte per quattro volte, per poi arrendersi e dire che "sono otto sia qua che là".

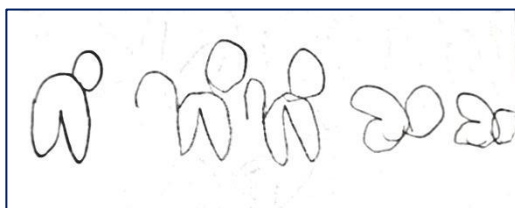
## Prova n. 11

*Osservazioni:* In questa prova i bambini dovevano rappresentare le operazioni di addizione e sottrazione realizzate con oggetti concreti in loro presenza. Nel farlo si sono sbizzarriti a usare vari tipi di rappresentazioni. C'è chi ha disegnato soltanto dei cerchi più grandi e chi si è impegnato a disegnare le mele. Le hanno disegnate esattamente in fila come sono state disposte sul tavolo. Aggiunte altre due, alcuni bambini hanno chiesto se la disposizione fosse importante. Massimo ha chiesto se poteva ricevere un altro foglio per disegnarle esattamente in fila dato che non aveva più spazio. Quando una mela è stata tolta i bambini l'hanno rappresentata in diversi modi: Chiara e Max l'hanno contrassegnata con una X sopra, Eva ha messo una mano sopra per nascondere la mela eliminata. Massimo ha chiesto il permesso di usare le forbici per tagliare la mela tolta mentre Paola ne ha cancellata una con la gomma da cancellare. Lucas è stato l'unico che ha segnato l'accaduto con i numeri. Ha scritto la cifra "4" poi la cifra "6" ed infine la cifra "5". I numeri però li ha scritti sparsi per il foglio, dove trovava posto. Alla fine, il foglio era molto disordinato ma lui sapeva associare ogni numero all'esercizio svolto in precedenza.

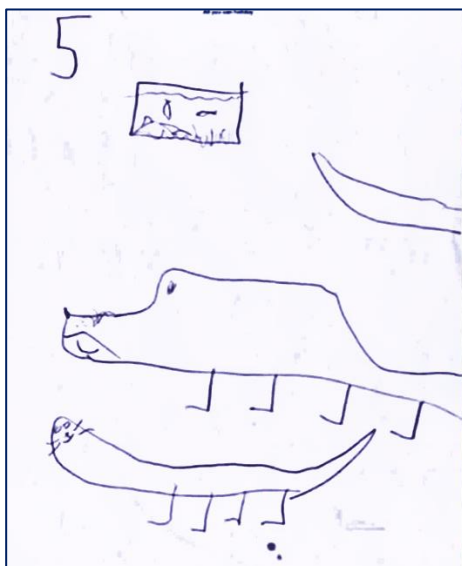
## Prova n. 12

*Osservazioni per la situazione n.1:* Per la piccola Eva le prove di addizione e sottrazione entro il cinque sono risultate abbastanza difficili. Per aiutarla a ragionare sono stati usati oggetti concreti (giochi). Solo quando i giocattoli erano disposti davanti a lei, è stata in grado di risolvere questo problema. Lo stesso vale per le altre due situazioni.

Gli altri bambini invece sono stati più abili. Lucas e Massimo hanno fatto i calcoli a mente ma è stato necessario leggere la domanda due volte, in modo lento e chiaro, accentuando i numeri nella frase. Max e Chiara hanno deciso di rappresentare tramite il disegno gli animali menzionati nella storia così da semplificare il calcolo mentale.

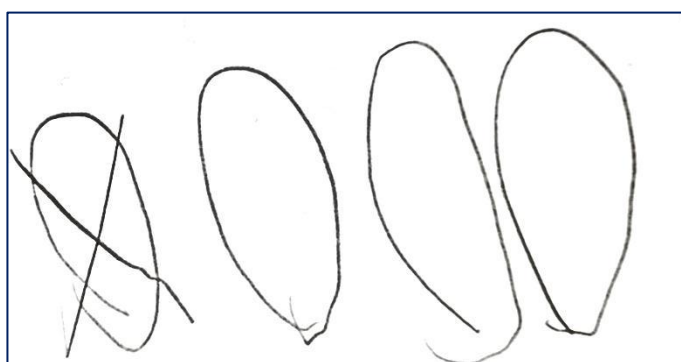


*Immagine n.10: La rappresentazione grafica di Chiara*



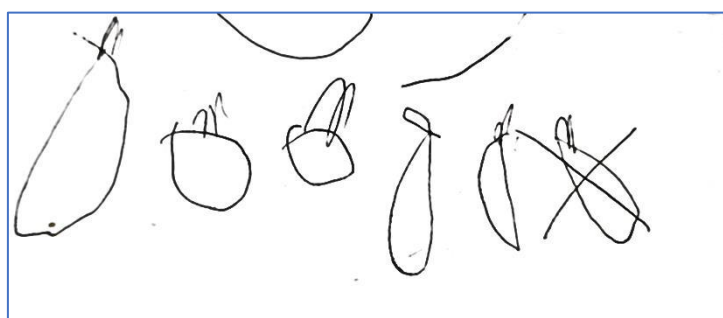
*Immagine n.11: La rappresentazione grafica di Max*

*Osservazioni per la situazione n.2:* Anche in questo caso Lucas e Massimo hanno fatto il calcolo a mente, entrambi più velocemente del calcolo precedente. Max ci ha pensato ma questa volta ha deciso di calcolare con l'aiuto delle dita. Il risultato ottenuto era corretto. Chiara, invece, ha preferito disegnare l'accaduto.



*Immagine n.12: La rappresentazione grafica di Chiara*

*Osservazioni per la situazione n.3:* L'ultima situazione è stata la più complessa in quanto la frutta da contare era molta e i risultati da ottenere erano due: la frutta comprata e la frutta rimasta. In questo caso nessuno dei bambini ha fatto il calcolo a mente. Massimo ha utilizzato le dita e ha segnato soltanto la cifra ottenuta, ovvero 6 e 5. Lucas si stava impegnando a farlo a mente ma ha ascoltato il suggerimento e ha deciso di disegnare il tutto. Ha riscontrato più problemi nella parte grafica che nel calcolo matematico. Chiara inizialmente ha deciso di scrivere la quantità in cifre ovvero "3" banane ma ci ha ripensato e ha deciso nuovamente di disegnare per arrivare alla soluzione.



*Immagine n.13:* La rappresentazione grafica di Lucas

#### 4.4.1. Risultati ottenuti nel gruppo educativo "BOLLICINE"

Prova n. 1

Tabella n. 1.1: I risultati nell'abilità di contare

Abilità di conteggio	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che sanno contare	6	Tutti sanno contare in lingua italiana
Numero di bambini che sanno contare all'indietro	4	La maggioranza non esegue il compito correttamente

*Osservazioni:* La prima parte del compito è stata eseguita in modo rapido e veloce, in molti hanno contato fino a 20, Arijan ha continuato fino al 25. Quando però veniva

richiesto di contare all'indietro, i bambini esitavano un po'. Fran ed Emili sono stati quelli più veloci e hanno contato correttamente, Fran ha contato anche lo zero. Anastasia ha fatto delle pause dopo ogni numero ma quando è arrivata al 6 è stata più sicura e veloce. Arijan è stato più lento e ha saltato il 6. Vita e Erin sono state in grado di contare all'indietro partendo dal 5. Nessuno di loro ha contato all'indietro in lingua italiana.

Prova n. 2

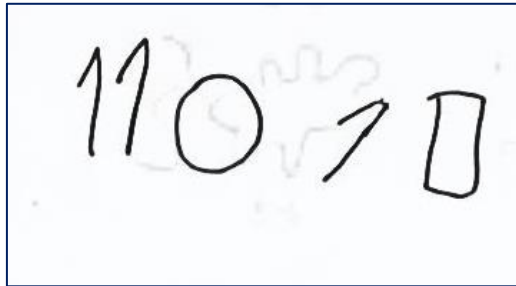
Tabella n. 2.1: I risultati nell'abilità di contare e usare i numeri cifra

Abilità di conteggio e di rappresentazione del n.	Risultato	Annotazioni
Numero di bambini che hanno contato correttamente i tappi	6	
Numero di bambini che hanno contato correttamente i sassolini	6	Anastasia conta più volte un solo sasso
Numero di bambini che hanno scritto i numeri con cifre arabe	5	Arijan scrive le cifre al contrario
Numero di bambini che hanno usato altri tipi di rappresentazioni della quantità numerica	1	Anastasia non sa usare le cifre arabe

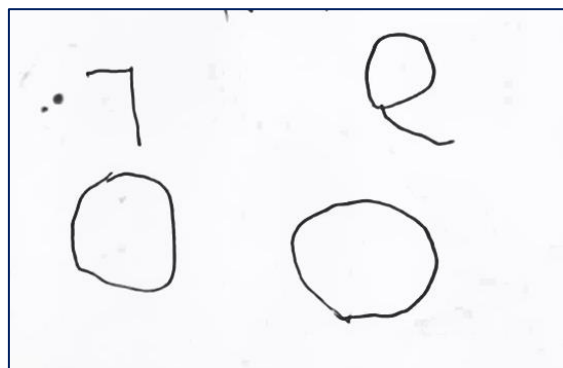
*Osservazioni:* La prima parte di questa prova è risultata piuttosto semplice per i bambini della sezione Bollicine. Alcuni bambini hanno preferito usare il dito per indicare i tappi e i sassi da contare, altri hanno deciso di spostarli in modo da creare due gruppi. Quando veniva chiesto loro di annotare la quantità degli oggetti contati, la maggior parte sceglieva un sasso e un tappo in modo da ripassare attorno all'oggetto con la matita. Le annotazioni sarebbero state più semplici se gli oggetti presi in causa fossero stati diversi nella forma (come ad esempio delle matite e dei tappi). L'annotazione dei numeri con le cifre arabe risultava un po' problematica per alcuni bambini. Fran e Arijan hanno scritto alcune cifre al contrario. Erin ha chiesto conferma per verificare se ha scritto il numero in modo corretto. Anastasia sa contare

e riconosce la maggior parte dei numeri ma non sa scriverli, perciò ha deciso di rappresentare in maniera grafica la quantità contata.

La quantità di tappi e sassi non era uguale per ogni bambino perché spesso e volentieri gli altri bambini venivano a vedere e ascoltare le prove. Per questo motivo ho cambiato la quantità.



*Immagine n.14: La rappresentazione di Fran (11 tappi e 7 sassi)*



*Immagine n.15: La rappresentazione di Arijan (7 tappi e 9 sassi)*



*Immagine n.16: La suddivisione di Vita*

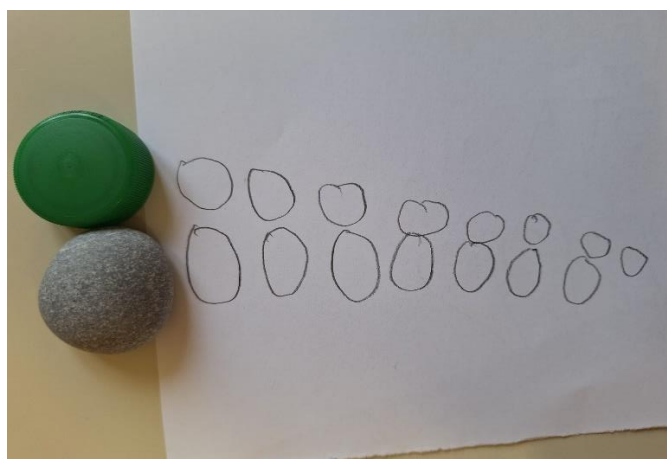


Immagine n.17: Anastasia disegna gli oggetti contati

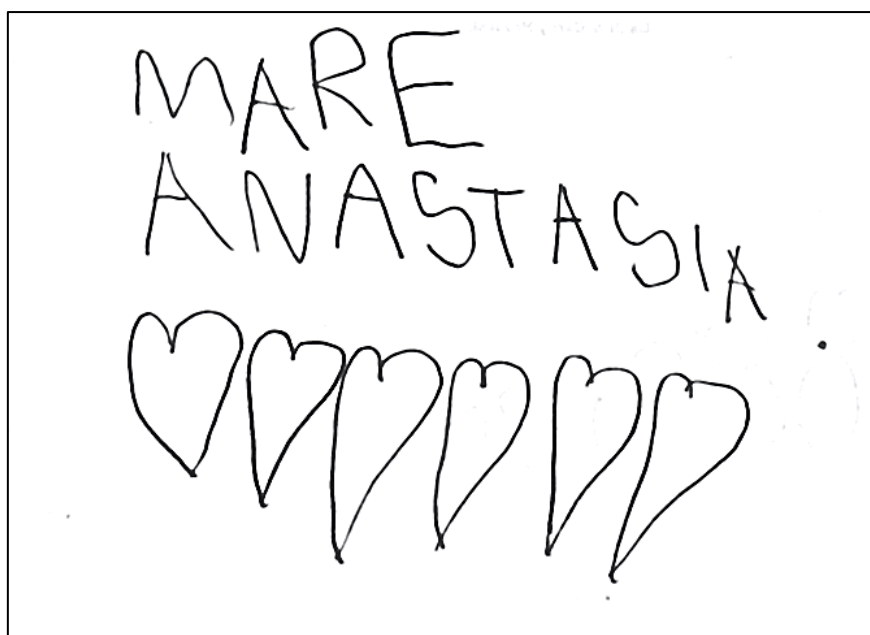
Prova n. 3

Tabella n. 3.1: I risultati nell'abilità di distinguere parole (lettere) e numeri

Nome del bambino	Età del bambino	Scrittura del nome	Scrittura dell'età	Scrittura di altre parole
FRAN	6	FRAN	6	MARE
VITA	5 e mezzo	VITA	5	MARE
ARIJAN	6	ARIJAN	Non ha scritto l'età	MARE
ERIN	5 e mezzo	ERIN	2	MARE
ANASTASIA	6	ANASTASIA	Non sa scriverlo in cifre	MARE

EMILI	6	EMILI	6	MARE
-------	---	-------	---	------

*Osservazioni:* I bambini sono molto bravi con le lettere. Alla richiesta „Sai scrivere la parola MARE?“ hanno esitato un po'. Fran è stato il più ordinato dei maschietti del gruppo e non ha avuto bisogno di alcun tipo di aiuto, conosce benissimo le lettere. Vita ed Erin (tra l'altro sono gemelle) pur non essendo prescolari sono molto preparate e aderiscono più che volentieri a qualsiasi tipo di attività. A casa i genitori lavorano molto con loro, infatti le due bambine scrivono correttamente e in maniera molto ordinata sia numeri che lettere. Emili è altrettanto brava; a settembre inizierà ad andare a scuola, ma sa già sia scrivere che leggere. Anastasia ha qualche difficoltà con la lettera M e chiede aiuto, ma comunque conosce bene le lettere, mentre quando doveva segnare la sua età sapeva dire “sei” ma non sapeva scriverlo. Arijan era più disordinato degli altri, ma anche lui conosce molto bene sia numeri che lettere, ha scritto la parola “Mare” senza alcun aiuto.



*Immagine n.18:* Anastasia ha disegnato sei cuoricini per rappresentare l'età



Prova n. 4

Tabella n. 4.1: I risultati nell'abilità di distinguere i numeri cifra da altri simboli

Nome del bambino	Età del bambino	Numero	Non numero
FRAN		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, 😊 ☆
VITA		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0, C, A, Z, B	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, 😊 ☆
ARIJAN		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, 😊 ☆
ERIN		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0, C, A, Z, B	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, 😊 ☆
ANASTASIA		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, @, %, !, C, A, Z, B, BAR ☆ 😊
EMILI		4, 11, 20, 34, 444, 56, 70, 99, 100, 0	#, C, A, @, Z, %, B, !, BAR, 😊 ☆

*Osservazioni:* In questa prova alcune bambine hanno confuso le lettere con i numeri. In un primo momento anche Arijan era andato a posizionare le lettere nello stesso gruppo dei numeri, ma quando ha trovato la A si è soffermato a pensare. Era confuso, per cui sono intervenuta ponendo la seguente domanda: “Che cos’è questo? La A è un numero o un non numero?” A quel punto gli era chiaro cosa doveva fare e ha spostato tutte le lettere nell’altro gruppo e dicendo: “To su slova, a ne brojevi”.

Erin e Vita hanno deciso di mettere nello stesso gruppo sia le lettere che i numeri. Alla fine, quando non avevano più alcun dubbio, ho posto la seguente domanda: “Tu sai cosa sono le lettere? Puoi indicarmi le lettere che abbiamo qui?” Le due gemelle hanno risposto correttamente puntando su tutte le letterine presenti e dopo qualche riflessione hanno spostato anche loro le letterine dall’altra parte. Anastasia, pur non sapendo scrivere le cifre, ha svolto questo esercizio senza alcun problema. Sa distinguere correttamente i numeri dalle lettere o altri segni.

Gli altri bambini invece hanno svolto il compito in maniera corretta, eccetto Emili che ha messo lo 0 come un *non numero*.

Prova n. 5

Tabella n.5.1: I risultati nell'abilità di leggere i numeri cifra e rappresentare il valore cardinale che esprimono

Nome del bambino	Età del bambino	Riconosce le cifre	Leggono le lettere	Comprendono la parola	Rappresenta in modo corretto la quantità
FRAN	6	si	Si	Inverte le lettere	Si, con i puntini
VITA	5 e mezzo	si	Si	No	Si, con i cerchi
ARIJAN	6	si	Si	No	Si, con i cerchi
ERIN	5 e mezzo	si	Si	No	Si, con i cerchi
ANASTASIA	6	alcune	Si	No	Si, con i puntini
EMILI	6	si	Si	Si	Si, con i cerchi

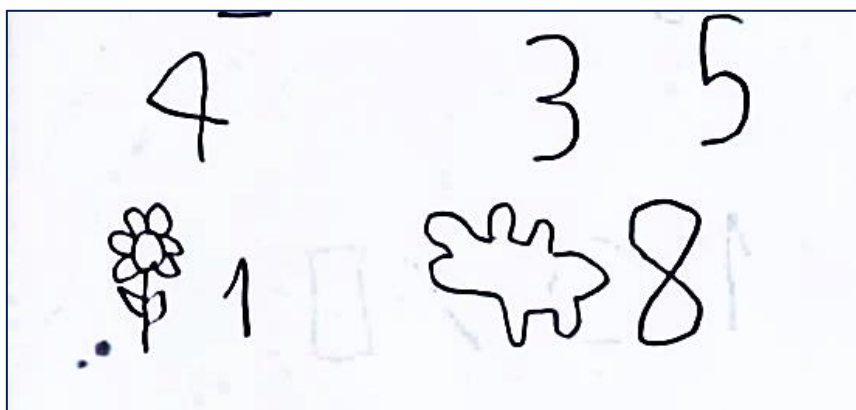
*Osservazioni:* Per questa prova i bambini non hanno dimostrato particolari difficoltà. Tutti i bambini hanno riconosciuto i numeri scritti con le cifre, eccetto Anastasia che confonde i numeri dal 6 in poi. Per quanto riguarda le lettere, tutti i bambini sono stati in grado di riconoscere le lettere delle parole „UNO, DUE, TRE“, ma solo una bambina è riuscita a unirle e leggere la parola. Per un gruppo prescolare è comunque un ottimo risultato.

Prova n. 6

Tabella n.6.1: I risultati nell'abilità di contare e rappresentare le quantità numeriche

Risultati	Numero di bambini che usano le cifre	Numero di bambini che usano i segni	Numero di bambini che alternano cifre e segni
Per i palloncini	5	1	0
Per i pesciolini	5	1	0

*Osservazioni:* Per eseguire questa prova, tutti i bambini hanno scelto di utilizzare i numeri come metodo di annotazione della quantità. Questa prova non si è rivelata difficile per nessuno di loro. Tutti hanno compreso il compito e l'hanno svolto rapidamente.



*Immagine n.19:* Le annotazioni di Fran per la quantità di fiori e pesci

Prova n. 7

Tabella n.7.1: I risultati nell'abilità di riconoscere la funzione dei numeri nell'ambiente

		Sa cos'è	Riconosce i numeri	Funzione globale	Altre risposte/annotazioni
OROLOGIO	M	2	2	2	
	F	4	4	4	
CALENDARIO	M	1	1	0	Lo associano a un poster
	F	3	3	1	
TELECOMANDO	M	2	2	2	
	F	4	4	4	
SEGNALE CON LIMITE DI VELOCITÀ	M	2	2	1	
	F	3	4	2	
CARTA DEL GIOCO "UNO"	M	2	2	2	
	F	4	4	4	
MAGLIA DI UN ATLETA	M	0	2	0	Tutti l'hanno visto ma non sanno a cosa serve
	F	1	2	0	
MACCHINA DA CORSA	M	2	2	0	
	F	4	3	0	
NUMERO SCARPE	M	2	2	1	
	F	4	3	2	

*Osservazioni:* I bambini, pur non sapendo le funzioni di alcuni oggetti, sanno riconoscerli nell'ambiente. Per esempio, quasi nessuno di loro sa quale funzione ha il calendario, eccetto Anastasia che dice "serve per contare i giorni fino alle ferie" ma tutti sanno dirmi che l'hanno a casa o che l'hanno visto sulla cattedra dell'educatrice. La foto dell'atleta è stata piuttosto problematica perché i bambini dicevano soltanto "è un uomo che corre" oppure "una gara di corsa". La maggior parte dei bambini concorda che tutti devono avere questo numero ma non sanno a cosa serva. Le riprese andavano dall' "È un numero che non significa niente, è una foto sulla maglia" a risposte come "Ogni volta che corrono hanno un numero diverso, così li collezionano". Non ci sono state differenze notevoli tra maschi e femmine nell'individuare di cosa si tratta e nemmeno nel definirne la funzione.

Prova n. 8

Tabella n.8.1: I risultati nell'abilità di eseguire addizioni e sottrazioni entro il cinque

Calcoli	Bambini che fanno i calcoli a mente	Bambini che si aiutano con le dita	Bambini che hanno bisogno del supporto visivo
Addizioni	3	2	1
Sottrazioni	1	4	1

*Osservazioni:* Fran, Emili e Vita hanno svolto a mente i calcoli delle addizioni. Fran ha risposto come se sapesse la domanda prima di porgliela. Alcuni calcoli li sa a memoria come una filastrocca, ma quando bisognava fare le sottrazioni si aiutava con le dita. Non capiva il significato di meno, continuava a fare le addizioni. Emili è stata l'unica che ha risolto anche le sottrazioni a mente, ma ci ha messo più tempo per arrivare alla risposta rispetto alle addizioni. Comunque, le risposte erano corrette. Gli altri bambini hanno preferito aiutarsi con le dita della mano. Le sottrazioni erano un problema per loro, in pochi sanno cosa significa la parola "meno" ovvero "minus". Anastasia ha svolto alcune addizioni più semplici a mente (1+1, 2+1) ma poi si è aiutata con oggetti concreti. La stessa cosa vale per la sottrazione, anche se non è stata capace di togliere i sassi con i quali si stava aiutando, ma l'ho aiutata io, eseguendo la sottrazione concreta contemporaneamente a quella descritta a parole.

Prova n. 9

Tabella n.9.1: I risultati nell'abilità di riconoscere la conservazione del numero

Nome del bambino	Età del bambino	Conteggio iniziale	Riconosce la conservazione del numero o conta di nuovo
FRAN	6	5	1, poi risponde 2, non comprende
VITA	5 e mezzo	5	1, poi ci pensa e risponde 5
ARIJAN		5	3, poi ci pensa e risponde 5
ERIN	5 e mezzo	5	5
ANASTASIA	6	5	5
EMILI	6	5	1, poi risponde 3, non comprende

*Osservazioni:* In questo caso, Emili e Fran sono stati gli unici due bambini a non comprendere la conservazione del numero. Infatti, quando le caramelle sono state spostate, Emili ha contato soltanto quella che era rimasta più vicino a lei, poi quando ha riflettuto un po', ha deciso di contarne solo tre, ignorando le altre due che comunque erano sempre rimaste là, sul tavolo, soltanto un po' distanziate rispetto a prima. Per Fran vale la stessa cosa. Sebbene le caramelle sul tavolo fossero rimaste cinque, e tutte disposte davanti a lui in modo che possa vederle, non le prendeva in considerazione.

Prova n. 10

Tabella n.10,1: I risultati nell'abilità di confrontare le quantità numeriche espresse con cifre e con immagini di oggetti

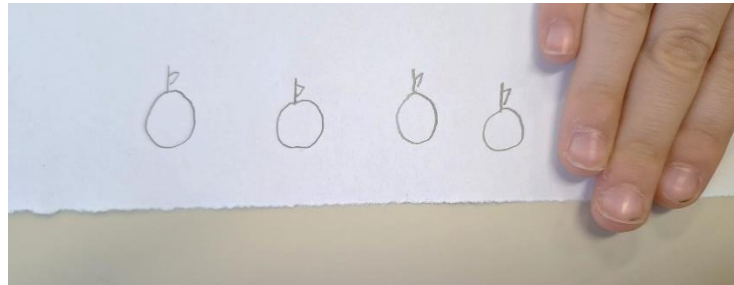
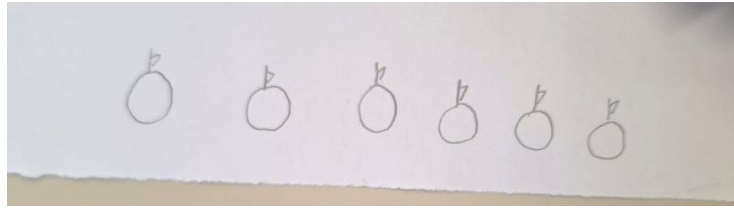
Riconosce le cifre	Risposta esatta in cifre	Riconosce/ conta il numero esatto in pallini	Risposta esatta in pallini
5	3	6	6

*Osservazioni:* Questo esercizio ha avuto successo con i pallini. Tutti i bambini hanno contato in modo corretto, aiutandosi con il dito, e riconoscono la quantità visiva. Quando invece c'era bisogno di confrontare due numeri la difficoltà aumentava. Sebbene più o meno tutti riconoscono i numeri, è difficile per loro identificare e comprendere quale tra i due è il più grande. In molti hanno risposto senza pensare, buttando una risposta a casaccio. Fran si è fermato a riflettere e ha svolto bene il compito. Anastasia e Vita riconoscono più o meno tutte le cifre ma quando c'è da indicare la cifra maggiore incontrano delle difficoltà. Arijan non è stato molto coinvolto da questo esercizio.

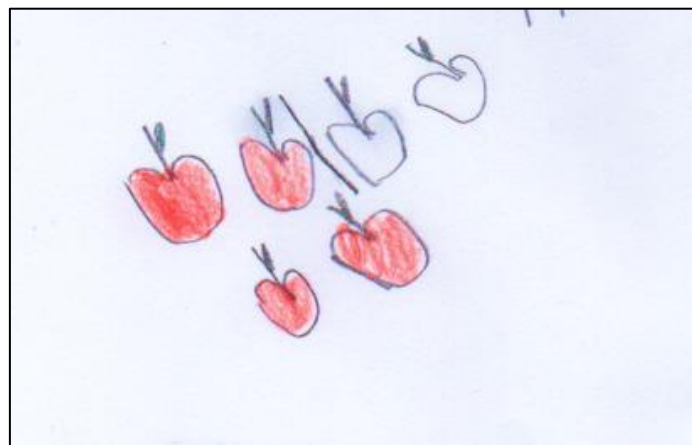
#### Prova n. 11

*Osservazioni:* Nella prima parte della prova, quando le mele venivano aggiunte, i bambini non facevano fatica a seguire quello che stava succedendo. Fran disegnava le mele appena venivano appoggiate sul tavolo, mentre gli altri aspettavano per vedere quante mele verranno disposte. Dopo aver constatato che in tutto c'erano sei mele sul tavolo, due sono state tolte. Vita ha detto: "Non puoi farlo, le hai messe, adesso come faccio a toglierle dal disegno?" Anche Erin si è trovata in difficoltà perché non capiva cosa doveva fare. Alla fine, dopo molti ripensamenti, ha deciso di nasconderle mettendo una mano sopra. Fran ha chiesto il permesso di andare a prendere la gomma da cancellare. Arijan e Vita le hanno scarabocchiate, mentre Emili ha chiesto: "Le altre rimangono? Non le metti via?" Dopo aver confermato che le quattro mele erano il risultato, con la matita ha tracciato una linea per dividere le due mele tolte e ha preso la matita rossa per colorare quattro mele, lasciando le altre in bianco.

Nota: \*Nella prova originale veniva tolta soltanto una mela, mentre nella situazione proposta a questo gruppo di bambini, venivano tolte due. È stato un mio errore.



*Immagini n.20: Le soluzioni di Erin*



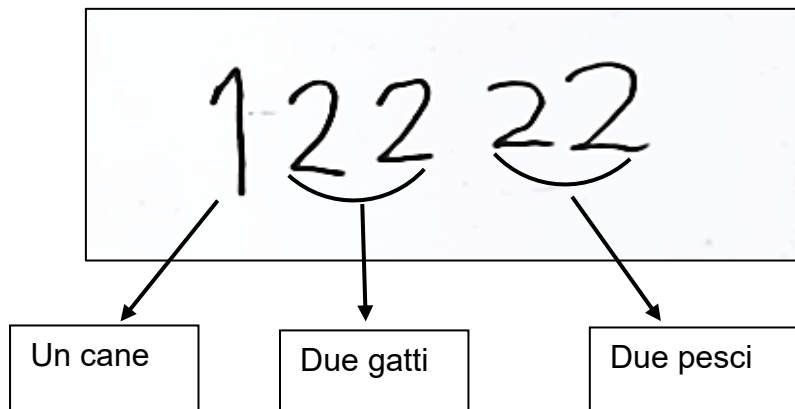
*Immagine 21: La soluzione di Emili*

#### Prova n.12

*Osservazioni per la situazione n.1:* La prima situazione che riguardava l'addizione degli animali è stata semplice per quasi tutti i bambini intervistati. Emili ha fatto il calcolo a mente e ad alta voce ha detto: "1,2,3,4,5. Cinque animali in tutto". Arijan ha fatto il calcolo a mente in pochissimo tempo, senza ascoltare la domanda una seconda volta. Vita è stata altrettanto brava, lei ha usato le dita per aiutarsi nel calcolo. Fran si è aiutato annotando sul foglio i seguenti dati: 1 cane, 2 gatti e 2 pesci. Ha segnato la quantità degli animali con la cifra corretta, ma a sua volta ha ripetuto la cifra per ogni animale nominato. La sua risposta era 5. Anastasia ha risposto subito di non sapere la risposta, e dopo essersi aiutata con le dita senza

successo, ho deciso di prendere degli oggetti di legno in modo da farle avere un esempio concreto davanti. Mentre calcolava prendeva gli oggetti di legno e li metteva in un gruppo, per poi contarli tutti assieme toccandoli uno per uno. Anche lei, con un po' più di fatica fatta, ha risposto "5".

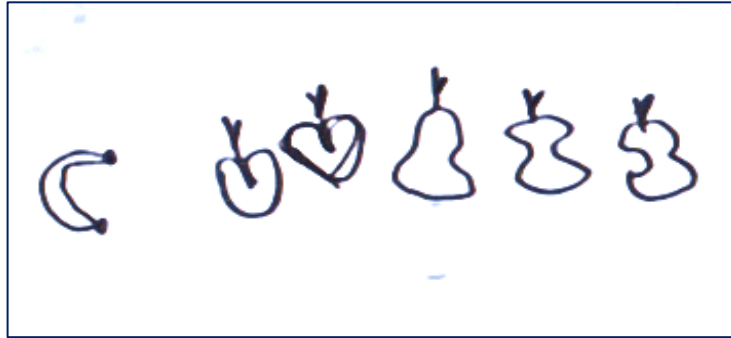
Immagine 22: Il calcolo di Fran



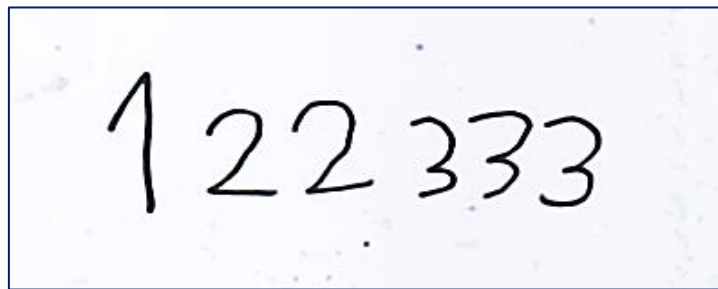
*Osservazioni per la situazione n.2:* L'esercizio della sottrazione di un pezzo di carne caduto e mangiato dal cane è risultato più semplice di quello precedente. Vita, Fran, Emili e Arijan hanno svolto il calcolo a mente, Erin ha usato le dita per aiutarsi, mentre Anastasia ha di nuovo preso i mattoncini di legno per aiutarsi.

*Osservazioni per la situazione n.3:* Per la terza prova Anastasia si è impegnata molto, e dopo tanti sforzi e il mio aiuto è riuscita a calcolare, anche se ha fatto molta più fatica di tutti gli altri. Arijan ha fatto di nuovo il calcolo a mente, per lui questa è stata una delle prove più facili e divertenti. Vita e Erin hanno calcolato con le dita. Emili si è trovata un po' in difficoltà e ha deciso di disegnare la frutta in questione. Fran invece, ha usato lo stesso metodo della prima situazione, ovvero ha scritto le cifre per ogni frutto nominato.





*Immagine n.23: La rappresentazione di Emili*



*Immagine n.24: Il calcolo di Fran*

#### 4.5. Riflessioni conclusive sulle prove svolte

Le prove proposte ai bambini erano molte, perciò sono state fatte in più giorni per non perdere la concentrazione dei bambini. Entrambi i gruppi sono prescolari ma ci sono delle differenze. Avendo avuto il piacere di stare con entrambi i gruppi per più tempo posso confermare che a livello di abilità logico-matematiche i bambini del gruppo educativo “Pesciolini” di Parenzo sono più preparati: conoscono bene i numeri negli aspetti ricorsivo e cardinale e le prove proposte erano in accordo con le loro capacità. Per quanti riguarda il gruppo “Bollicine” di Maio Grande, i bambini sono molto più portati a risolvere questioni che riguardano la vita pratica. Sono abili nella soluzione di problemi e ragionano in maniera molto più aperta, proprio come ci si aspetta faccia un bambino della loro età. Inoltre, hanno più familiarità con le lettere che con i numeri.

I risultati ottenuti in base agli obiettivi prefissati sono soddisfacenti. Tutti i bambini intervistati hanno familiarità con i numeri. Sono abili nel conteggio, la maggioranza sa scrivere i numeri usando le cifre arabe e sono abili nella lettura dei numeri. Sono

rimasta molto sorpresa dai risultati ottenuti con le abilità di somma e sottrazione. Inizialmente ho pensato che gli obiettivi posti fossero troppo alti e che le mie aspettative erano troppo alte, invece, hanno dimostrato una grande capacità soprattutto per la somma dei numeri.

La prova nella quale la sezione dei “Pesciolini” ha incontrato maggiore difficoltà era la numero 7, ovvero trovare e riconoscere la funzione dei numeri nell’ambiente. Le funzioni del calendario, del numero sulla macchina da corsa, del numero di scarpe e di quello sulla maglia dell’atleta sono state difficili da riconoscere per loro. Anche nella conservazione della quantità i bambini hanno avuto dei dubbi. Infatti, nella prova hanno avuto bisogno di tempo per riflettere prima di dare una risposta decisiva. Un altro compito che li ha messi in difficoltà era la prova numero 5 che richiedeva di individuare i numeri scritti con le lettere “UNO, DUE, TRE”.

Le prove con le quali la sezione “Bollicine” ha avuto qualche problema sono la prima, che richiedeva di contare all’indietro, la prova numero 9 che riguardava la conservazione della quantità e la 10 che riguardava il confronto tra due numeri cifra. Posso dire, però, che i bambini del gruppo “Bollicine” sono molto ordinati e sfruttano bene il foglio di carta a disposizione.

Nel gruppo dei “Pesciolini” c’era un bambino che gioca molto ai videogiochi. Questo lo porta a una conoscenza dei numeri più elevata rispetto al resto del gruppo. Il bambino, infatti, è in grado di leggere numeri a tre cifre e ha definito le prove proposte “troppo facili”.

Nel gruppo delle “Bollicine” si può notare che i genitori di Vita ed Erin lavorano molto con le bambine. Avendo soltanto cinque anni e mezzo, le bambine conoscono benissimo le lettere e si divertono a fare gli “esercizi per la scuola”. A tutti i bambini prescolari di questo gruppo viene assegnato due volte alla settimana un piccolo compito da fare a casa. Sono esercizi semplici che comprendono attività di pregrafismo, oggetti da colorare, unire, completare, ecc. per migliorare la motricità fine della mano.

Sono molto sorpresa dai risultati ottenuti con entrambi i gruppi. I bambini sono molto svegli e competenti nell’usare i numeri e risolvere semplici operazioni con essi. Ognuno di loro ha un modo diverso e interessante di ragionare. Credo che i bambini di oggi siano più “preparati” per la scuola a livello cognitivo rispetto a quando

frequentavo io l'asilo. Hanno molto familiarità con i numeri e con le lettere. D'altra parte, li vedo meno maturi nel campo emotivo e sociale. Molti bambini hanno poca fiducia, non solo nelle risposte delle prove svolte, ma generalmente nelle proprie decisioni. Non tutti, ovviamente, ma in molti hanno paura di osare, di provare e di sbagliare. Le risposte che accomunano questi bambini sono: "Non lo so fare" senza prima provare. Nella maggior parte dei casi, questi bambini non sono abituati a fare da soli perché a casa sono i genitori a fare le cose per loro: vestirli, svestirli, dargli da mangiare, allacciare le scarpe al posto loro... Sono tutte cose che i genitori, probabilmente per mancanza di tempo o di pazienza, fanno al posto loro. Così facendo non danno la possibilità al bambino di provare e di sbagliare. Sono invece passi fondamentali per la crescita di ogni singolo bambino.

Riflettendo sulle prove, pensavo che i bambini avrebbero incontrato molte più incertezze e difficoltà in quella che presentava situazioni problematiche da risolvere con semplici addizioni e sottrazioni e meno nella prova che riguardava la conservazione della quantità, invece si è dimostrato il contrario. Molti bambini si sentono insicuri nelle proprie risposte e in pochi appoggiano la loro idea iniziale. Alle mie domande: "Ne sei sicuro? Secondo te, è così? Questa è la tua risposta definitiva?", la maggioranza era indecisa e insicura nel sostenere la propria risposta, anche se era corretta.

Le differenze tra i due gruppi non sono molte, ma ci sono. Le cause ovviamente possono essere molteplici, ad esempio il grado d'interesse delle educatrici in questo campo che porta a una maggiore o minore presenza dei vari contenuti di matematica nelle attività durante la permanenza del bambino nell'istituzione prescolare, l'interesse e le predisposizioni del bambino stesso, il lavoro a casa con i genitori, ecc. Molto spesso, gioca un ruolo importante, la presenza di un fratello o una sorella maggiore che va già a scuola. Questi bambini tendono a imitare i fratelli o le sorelle maggiori per gioco, ma molto spesso, involontariamente, imparano molto. In questo caso Massimo ha due sorelle maggiori che vanno a scuola. In base alle sue risposte si può capire che il bambino è molto abile nel campo matematico. Non per forza è merito delle sorelle maggiori, ma può essere una delle cause. Anche la professione dei genitori spesso può influenzare il sapere del bambino. Spesso accade che, essendo il genitore un insegnante, lavora molto di più e insiste sugli aspetti a lui vicini come ad esempio la musica, la storia, le lingue, ecc.

I risultati che ho ottenuto e quelli del libro di Cannizzaro, Crocini e Mazzoli sono molto diversi. In primo luogo, le mie abilità come intervistatrice e osservatrice sono ancora agli inizi, e non posso fare un reale confronto dei risultati ottenuti. D'altra parte, i bambini che ho intervistato sono solo dodici, rispetto ai trentotto degli autori del libro. Un fattore che ha reso più difficile il lavoro è stata la scarsa conoscenza della lingua italiana. Sfortunatamente i bambini che comprendono bene la lingua italiana sono pochissimi. Di conseguenza, ho dovuto tradurre ogni esercizio proposto a ognuno di loro, eccetto Lucas, il quale parla solo l'italiano.

Per quanto riguarda i risultati ottenuti da un punto di vista matematico, i bambini intervistati si sono destreggiati molto bene a parer mio. Credo che abbiano una conoscenza notevole dei numeri, ma soprattutto delle lettere. Confrontando i risultati con quelli del libro, i bambini hanno dimostrato una buona conoscenza delle lettere. Dal punto di vista delle abilità matematiche nelle altre prove i risultati sono simili a quelli ottenuti dagli autori ad eccezione dell'esercizio che richiedeva la lettura e la comprensione dei numeri nel contesto. Credo che in questo caso gli autori abbiano ottenuto risultati migliori a causa della modalità di interazione che mi costringeva a tradurre le prove. Le risposte dei bambini erano varie ed era difficile per me comprendere se i bambini conoscessero o no la funzione di un determinato oggetto. Non era chiaro, infatti, se non riuscivano a spiegarsi bene o stavano tirando a indovinare.

## 5. CONCLUSIONE

L'apprendimento dei numeri in età prescolare è un argomento che, al primo impatto può sembrare precoce, azzardato e magari ambizioso. Gli adulti spesso associano i numeri alla matematica e quest'ultima alla scuola primaria. Questa "visione" o "mito" dovrebbe essere sfatato. La verità è che i numeri fanno parte della vita quotidiana del bambino e molto spesso vengono appresi in maniera inconscia attraverso il gioco. Sulla genesi del concetto di numero nel bambino sono stati fatti numerosi studi soprattutto dopo gli anni '80 del XX secolo. Molti hanno contestato la tesi di Piaget secondo la quale il pensiero matematico del bambino si forma all'età di sei-sette anni quando maturano le abilità di conservazione della quantità, classificazione, ordinamento e corrispondenza biunivoca. Le ricerche fatte nel campo della neuropsicologia hanno dimostrato che la rappresentazione della numerosità è presente fin dalla nascita. Si tratta di una conoscenza numerica preverbale e si riferisce all'abilità dei bambini di riconoscere in maniera automatica piccole numerosità, fino a quattro elementi, senza dover contare, e senza saper usare i termini verbali che designano la quantità. Infatti, il cervello umano possiede un meccanismo innato per comprendere la numerosità che guida il bambino nell'apprendimento successivo di concetti e abilità matematiche. A partire dalle conoscenze innate, il bambino impara a usare i numeri nei suoi aspetti e contesti d'uso attraverso l'interazione con l'ambiente che lo circonda. Quando impara a contare gli oggetti, inizia a esplorare i modi in cui i numeri possono essere combinati tra loro. Una delle attività spontanee è quella di aggiungere o togliere elementi e vedere come cambia il risultato. Grazie ad un approccio ludico e interattivo, i bambini hanno la possibilità di acquisire le competenze numeriche in modo divertente ed efficace attraverso l'esplorazione e la sperimentazione assimilando i concetti base per la loro futura formazione. L'apprendimento dei numeri riveste un ruolo fondamentale nello sviluppo cognitivo e matematico dei bambini. Per massimizzare il potenziale di ogni bambino durante questa fase dello sviluppo sono importanti molti fattori come un ambiente ricco di stimoli e un supporto educativo basato sull'incoraggiamento, la guida e il sostegno dei genitori e soprattutto degli educatori. Di conseguenza, l'educatore ha il compito di seguire i bambini durante il processo di apprendimento lasciandoli liberi di esplorare gli aspetti numerici dell'ambiente,

riflettere sulle esperienze vissute, ma anche aiutandoli a comprendere e consolidare conoscenze, appropriarsi di strumenti matematici e usarli per risolvere problemi. A questo scopo può usare filastrocche e conte, numerosi tipi di giochi tra i quali giochi motori, giochi didattici presenti in commercio o creati assieme ai bambini, giochi a tavolino, schede e altre attività legate alle routine quotidiane o quelle organizzate con obiettivi mirati all'acquisizione di abilità e conoscenze specifiche.

L'apprendimento dei numeri non riguarda solo la capacità di recitare la "filastrocca" dei numeri e riconoscerli bensì è fondamentale per lo sviluppo di competenze basilari come il conteggio, il confronto, l'ordinamento, le prime misurazioni e l'uso dei concetti numerici nelle operazioni matematiche. Nella ricerca empirica svolta con i gruppi educativi Pesciolini e Bollicine della Scuola dell'infanzia Paperino ho voluto verificare le conoscenze dei bambini di alcuni aspetti del numero naturale, dei relativi termini linguistici e dell'abilità di eseguire confronti e semplici operazioni con i numeri. In entrambi i gruppi, i bambini sono prescolari e dai risultati delle prove posso concludere che sono abili nel conteggio, la maggioranza sa riconoscere e scrivere i numeri cifra, fare semplici somme e sottrazioni, qualcuno anche senza usare oggetti concreti. Una delle prove che li ha messi in difficoltà è stata quella di riconoscere la funzione dei numeri nell'ambiente, sul calendario, sulla maglia dei calciatori, sulla suola delle scarpe, ecc. Ho notato che ognuno di loro ha un modo diverso e interessante di ragionare che bisogna accettare e cercare di assecondare. Ho osservato anche una notevole incertezza nel sostenere la propria opinione forse perché i bambini di oggi non hanno spesso la possibilità di provare e di sbagliare, accettando l'errore come uno stimolo per la ricerca di soluzioni migliori. Le differenze notate tra i due gruppi dipendono probabilmente dalle maggiori o minori esercitazioni nel campo matematico fatte in famiglia e a scuola.

## 6. RIASSUNTO

Questa tesi di laurea tratta il tema delle abilità matematiche nell'età prescolare del bambino, più precisamente, l'apprendimento del numero e dei suoi aspetti attraverso giochi e attività didattiche.

La parte iniziale della tesi tratta alcuni studi sulla genesi del concetto di numero nel bambino. Negli studi condotti da Piaget egli sostiene che il bambino diventa capace di pensiero logico solo all'età di sei, sette anni. Prima di allora il bambino non riesce a comprendere e usare i numeri perché non è cognitivamente maturo. Ricerche svolte a partire dagli anni '80 del XX secolo hanno dimostrato che la rappresentazione della numerosità è presente fin dalla nascita, mettendo in evidenza i limiti del modello piagetiano. Le ricerche svolte da autori come Dehaene, Fuson, Wynn, Starkey, Antell, Keating e altri dimostrano che l'abilità numerica dell'uomo è innata. Si tratta di una conoscenza numerica preverbale che si riferisce all'abilità dei bambini piccoli di riconoscere in maniera automatica piccole numerosità, fino a quattro elementi, senza dover contare e senza saper usare le parole-numero che indicano la numerosità dell'insieme. Il passaggio dalle competenze preverbalmente innate alla capacità di contare oggetti richiede al bambino la conquista dell'abilità di mettere in relazione il concetto di quantità con il significato di ciascuna parola-numero. Le abilità di conteggio nei bambini sono state studiate da Gelman e Gallistel che hanno formulato la teoria dei principi di conteggio, mentre l'autrice Fuson ha studiato i contesti diversi in cui i bambini usano i numeri. Sono state studiate anche le fasi del conteggio nei bambini, come il "counting all" e il "counting on", che rappresentano diversi approcci all'addizione e riflettono il progresso cognitivo del bambino. Nel processo di apprendimento numerico molti autori riconoscono l'importanza del ruolo del linguaggio, dell'interazione sociale e degli stimoli esterni offerti dalla famiglia e dalla scuola.

I bambini possono incontrare nelle loro esperienze quotidiane vari aspetti del numero naturale che sono l'aspetto cardinale, l'aspetto ordinale, l'aspetto ricorsivo, l'aspetto di etichetta/codice, l'aspetto di misura e l'aspetto cifra. Un ruolo importantissimo nell'apprendimento di questi aspetti del numero naturale e dell'abilità di usarli nella vita pratica, ricoprono le educatrici. Il successo dell'apprendimento dipende dal presapere, dalla motivazione e interesse del bambino, ma anche dai metodi e

strategie che usa l'educatrice, da come organizza l'ambiente d'apprendimento, dai giochi didattici e liberi che propone ai bambini, dalla motivazione che riesce a suscitare. L'educatrice può aiutarli a sviluppare il concetto di numero anche durante le attività di routine come l'ingresso nella scuola, l'appello, i pasti, l'uso dei servizi igienico-sanitari, le uscite didattiche nell'ambiente circostante. Le attività organizzate con obiettivi educativi mirati non vanno trascurate. Molto spesso sono integrate con contenuti di altri campi di esperienza come le attività linguistiche, motorie e artistiche.

La parte empirica è stata svolta in due gruppi educativi diversi della scuola dell'infanzia Paperino di Parenzo. Sono stati intervistati sei bambini del gruppo educativo dei "Pesciolini" e sei bambini del gruppo delle "Bollicine". Entrambi i gruppi sono formati da bambini prescolari. L'obiettivo della ricerca era verificare le abilità dei bambini intervistati riguardanti le conoscenze di alcuni aspetti del numero naturale, quella di confrontare i numeri entro il dieci e di compiere addizioni e sottrazioni, togliendo o aggiungendo uno. Le prove sono state affrontate dai bambini in maniera individuale (bambino-educatrice) e le dodici prove sono state suddivise in modo da intervistare ogni bambino due volte per ottenere risultati più affidabili.

I risultati ottenuti sono stati interessanti e per niente scontati. Ogni bambino ha dimostrato una conoscenza degli aspetti ricorsivo, cardinale e numero cifra molto buona e hanno saputo arrangiarsi nella risoluzione dei problemi di somma e sottrazione proposti. Le prove che hanno creato qualche difficoltà in più rispetto alle altre sono quella che richiedeva la lettura e la comprensione dei numeri nel contesto ambientale e il confronto dei numeri cifra entro il dieci. Tutti i bambini sono stati felici di collaborare e hanno dimostrato interesse per le attività proposte. Ogni prova è stata spiegata in italiano e tradotta in croato. I bambini erano liberi di scegliere la metodologia più appropriata. La maggioranza ha disegnato le quantità, scritto i numeri con le cifre arabe, fatto i calcoli a mente o con le dita, oppure utilizzando oggetti concreti per aiutarsi nella risoluzione dei problemi. Il lavoro individuale con i bambini mi ha permesso di vedere e analizzare le diverse strategie di risoluzione di problemi che i bambini di età prescolare applicano nelle varie situazioni. Sebbene la loro capacità di concentrazione sia ancora limitata, sono abili pensatori, curiosi e creativi, pronti per intraprendere un nuovo percorso di sviluppo nella scuola elementare.



## 6.1. Sažetak

Tema ovog završnog rada je učenje matematičkih vještina u predškolskoj dobi, odnosno učenje brojeva i njihovih aspekata kroz igru i obrazovne aktivnosti.

Prvi dio rada posvećen je istraživanjima o razvoju pojma broja kod djece. U svojim studijama Piaget tvrdi da dijete postaje sposobno za logičko razmišljanje tek u dobi od šest ili sedam godina. Prije toga dijete ne razumije i ne zna koristiti brojeve jer nije kognitivno zrelo. Istraživanja provedena od 80-ih godina XX. stoljeća nadalje, pokazala su da je sustav za percepciju brojnosti prisutan od rođenja, naglašavajući time ograničenost Piagetova shvaćanja. Istraživanja autora kao što su Dehaene, Fuson, Wynn, Starkey, Antell, Keating i drugih pokazuju da je čovjekova numerička sposobnost urođena. To je predverbalno numeričko znanje koje se odnosi na sposobnost male djece da automatski prepoznaju male količine, do četiri elementa, bez brojanja i bez da znaju koristiti riječi koje određuju brojnost nekog skupa. Prijelaz iz urođenih predverbalnih vještina u sposobnost brojenja predmeta zahtijeva od djeteta da nauči povezivati količinu nečega sa značenjem riječi koja je određuje. Vještinu brojenja kod djece proučavali su Gelman i Gallistel te su formulirali teoriju o načelima brojenja, dok je autorica Fuson proučavala različite kontekste u kojima djeca koriste brojeve. Također su provedena istraživanja o fazama brojenja kod djece, kao što su "brojenje od početka" i "brojenje od", koji predstavljaju različite pristupe zbrajanju i odražavaju djetetov kognitivni napredak. U procesu učenja brojeva mnogi autori uvažavaju ulogu jezika, društvene interakcije i poticaja koje pružaju obitelj i škola.

Djeca se u svojim svakodnevnim iskustvima mogu susresti s različitim aspektima prirodnog broja a to su broj koji označava ukupnu količinu, poredak u nizu, brojevi za brojenje nečega, brojevi šifra ili oznake, brojevi za označavanje mjera i brojevi - znamenke. Odgajatelji igraju vrlo važnu ulogu u učenju svih aspekata prirodnog broja i sposobnosti njihovog korištenja u praktičnom životu. Uspjeh u učenju ovisi o predznanju, motivaciji i interesu djeteta, ali i o metodama i strategijama koje odgojiteljica koristi, o tome kako organizira okruženje za učenje, o didaktičkim igrama koje organizira za djecu, o motivaciji koju uspijeva pobuditi. Odgajatelj im može pomoći u razvoju pojma broja i tijekom rutinskih aktivnosti kao što su ulazak u školu, provjeravanje prisutnosti, školski obroci, korištenje sanitarnog čvora, izleti u prirodno i

društveno okruženje. Organizirane aktivnosti s definiranim obrazovnim ciljevima ne smiju se zanemariti, iako su često integrirane sa sadržajima iz drugih iskustvenih područja kao što su jezična, motorička i umjetnička.

Empirijski dio istraživanja proveden je u dvije različite odgojno-obrazovne skupine dječjeg vrtića „Paperino“ u Poreču. Ispitano je šestero djece iz odgojne skupine "Pesciolini" i šestero djece iz skupine "Bollicine". Obje skupine čine djeca predškolske dobi. Cilj istraživanja bio je ispitati vještine djece u poznavanju određenih aspekata prirodnog broja, uspoređivanja brojeva do deset te početnog zbrajanja i oduzimanja. Djeca su pojedinačno rješavala zadatke (odgajateljica-dijete), a ukupno dvanaest zadataka raspoređeno je tako da ih svako dijete riješi dva puta kako bi se dobili pouzdaniji rezultati.

Dobiveni rezultati su vrlo zanimljivi i nimalo predvidljivi. Svako je dijete pokazalo veoma uspješno poznavanje brojeva u funkciji brojenja, određivanja količine, te sposobnosti prepoznavanja znamenki i rješavanja zadataka početnog zbrajanja i oduzimanja. Najviše poteškoća prouzročili su zadaci koji se odnose na prepoznavanje funkcije brojeva u okruženju i usporedbu veličine znamenki do deset. Uključena su djeca rado surađivala i pokazala interes za predložene aktivnosti. Svaki zadatak objašnjen je na talijanskom i preveden na hrvatski jezik. Djeca su mogla slobodno odabrati najprikladniju metodologiju rješavanja zadatka. Većina je prikazala količine crtežom, napisala brojeve koristeći arapske znamenke, računala napamet ili koristeći se prstima odnosno predmetima kako bi si pomogli u rješavanju zadataka. Individualni rad s djecom omogućio mi je da pratim i analiziram različite strategije rješavanja problema koje su predškolci primijenili u predloženim zadacima. Iako je njihova sposobnost koncentracije još uvijek ograničena, vješti su mislioci, znatiželjni i kreativni, spremni krenuti novim razvojnim putovima u osnovnoj školi.

## 6.2. Summary

This thesis focuses on the topic of mathematical skills in preschool-aged children, specifically, the learning of number and its aspects through games and educational activities. The initial part of the thesis discusses some studies on the genesis of the

concept of number in children. In studies conducted by Piaget, he argues that children become capable of logical thinking only at the age of six or seven. Before that, children cannot understand and use numbers because they are not cognitively mature. Research conducted since the 1980s has demonstrated that the representation of numerosity is present from birth, highlighting the limitations of the Piagetian model. Research by authors such as Dehaene, Fuson, Wynn, Starkey, Antell, Keating, and others demonstrates that numerical ability in humans is innate. It is a preverbal numerical knowledge that refers to young children's ability to automatically recognize small numerosities, up to four elements, without having to count and without knowing number words indicating the numerosity of the set. The transition from innate preverbal skills to the ability to count objects requires the child to grasp the ability to relate the concept of quantity to the meaning of each number word. Counting skills in children have been studied by Gelman and Gallistel, who formulated the theory of counting principles, while author Fuson studied different contexts in which children use numbers. The stages of counting in children, such as "counting all" and "counting on," which represent different approaches to addition and reflect the child's cognitive progress, have also been studied. In the process of numerical learning, many authors recognize the importance of the role of language, social interaction, and external stimuli provided by family and school.

Children may encounter various aspects of natural numbers in their daily experiences, including the cardinal aspect, the ordinal aspect, the recursive aspect, the label/code aspect, the measurement aspect, and the digit aspect. Educators play a crucial role in learning these aspects of natural numbers and the ability to use them in practical life. The success of learning depends on the child's prior knowledge, motivation, and interest, as well as the methods and strategies used by the educator, how they organize the learning environment, the educational and free games they propose to the children, and the motivation they manage to arouse. Educators can help children develop the concept of number even during routine activities such as school entry, attendance, meals, the use of sanitary services, and educational outings in the surrounding environment. Activities organized with targeted educational objectives should not be overlooked. Often, they are integrated with content from other fields of experience such as linguistic, motor, and artistic activities.

The empirical part was conducted in two different educational groups at the Paperino kindergarten in Parenzo. Six children from the "Pesciolini" educational group and six children from the "Bollicine" group were interviewed. Both groups consist of preschool children. The aim of the research was to assess the children's skills regarding their knowledge of some aspects of natural numbers, their ability to compare numbers within ten, and to perform additions and subtractions by removing or adding one. The tests were conducted individually (child-educator), and the twelve tests were divided so that each child was interviewed twice to obtain more reliable results.

The results obtained were interesting and not at all obvious. Each child demonstrated a very good knowledge of the recursive, cardinal, and digit number aspects and managed to solve the addition and subtraction problems proposed. The tests that posed slightly more difficulty compared to others were those requiring reading and understanding numbers in the environmental context and comparing digit numbers within ten. All children were happy to collaborate and showed interest in the activities proposed. Each test was explained in Italian and translated into Croatian. Children were free to choose the most appropriate methodology. The majority drew quantities, wrote numbers using Arabic numerals, performed calculations mentally or with their fingers, or used concrete objects to help them solve problems. Working individually with the children allowed me to see and analyze the different problem-solving strategies that preschool-aged children apply in various situations. Although their ability to concentrate is still limited, they are skilled thinkers, curious, and creative, ready to embark on a new path of development in elementary school.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- Allasia, D., Montel, V., Rinaudo, G. (2004). *La fisica per maestri*. Torino: Libreria Cortina.
- Bartolini Bussi, M. G. (1987). Esperienze di Matematica nella Scuola dell'Infanzia. *Bambini*, n°7 (1987), pp. 66-73.
- Bartolini Bussi, M. G. (1987). Verso il concetto di numero. *Bambini*, n°10/1987, pp. 62-68.
- Bartolini Bussi, M. G. (2008). *Matematica. I numeri e lo spazio*. Bergamo: Edizioni Junior.
- Bartolucci, M. (2021). *Gioco con lettere e numeri*. Monte San Vito (AN): Editore Raffaello Ragazzi.
- Cannizzaro, L., Crocini, P., Mazzoli, P. (2000). *Numeri: conoscenze e competenze*. Bergamo: Edizioni junior.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I. (2012). *Matematica come farla amare*. Firenze: Giunti.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., Cabellini, G., Marazzani, I., Masi, F., Sbaragli, S. (2004). *Infanzia e Matematica: didattica della matematica nella scuola dell'infanzia*. Bologna: Pitagora editrice.
- Edwards, C., Gandini, L., Forman, G. (1995). *I cento linguaggi dei bambini*. Bergamo: Edizioni Junior.
- Franscella, S. (2017). Corrispondenza biunivoca “a tavolino” e nell’attività motoria. Sviluppo di abilità matematiche legate al movimento corporeo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d’aula*, 2017 (2),103 – 129.
- Gelman, R., Gallistel, C. R. (1978). *The Child’s Understanding of Number*. Harvard University Press.
- Giordani, M. E., Cremona, G. (2021). *Prescrittura, prelettura precalcolo*. Monte San Vito: Gruppo editoriale Raffaello.
- Girelli, L. (2006). *Noi e i numeri*. Bologna: Il Mulino.

- Güven, Y. (2005). Erken çocuklukta matematiksel düşünme ve matematiği öğrenme [Learning mathematical thinking and mathematics in early childhood]. İstanbul: Küçük Adımlar Eğitim Yayınları.
- Hansen, K. A., Kaufmann, R. K., Walsh, K. B. (2006). Kurikulum za vrtiče, Zagreb: P.O.U. Korak po korak.
- Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (2012). Roma: Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca.
- Likierman, H., Muter, V. (2007). Pripremite dijete za školu. Buševac: Ostvarenje d.o.o.
- Lucangeli, D. (2003). Intelligenza numerica. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 3 ai 6 anni. Trento: Erickson.
- Lucangeli, D. Tressoldi, P., Re, A. M. (2012). Path to Numbers Writing: A Longitudinal Study with Children from 3.5 to 5.5 Years Old. *Journal of Educational and Developmental Psychology*, Vol. 2, No. 2, pp.20-31.
- Lucangeli, D., Iannitti, A., Vettore, M. (2007). Lo sviluppo dell'intelligenza numerica. Roma: Carocci editore.
- Lucangeli, D., Poli, S., Molin, A. (2003). L'intelligenza numerica. Primo volume. Trento: Erickson
- Madriz, E., Manighetti Della Libera, I., Agostinetto, L., Bortolotti, E., Bugno, L., Cornacchia, M., Nosella, A. (2012). La scuola che osserva, progetta, valuta e include. Guida didattica. Monte San Vito: Gruppo editoriale Raffaello.
- Marazzani, I. (2004). Numeri e operazioni. Roma: Carocci.
- Marendić, Z. (2009). Teorijski razvoj matematičkih pojmova u dječjem vrtiću. *Metodika*, Vol. 10, n. 18, pp. 129-141.
- Miljak, A., Vujičić, L. (2000). Vrtić kao Dječja Kuća. Poreč: SIGRA tiskara Poreč.
- Molin, S., Poli, A., Lucangeli, D. (2007). BIN 4-6, batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4-6 anni. Trento: Erickson.
- Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje. (2015). Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta.

- Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali (1991). Roma: Ministero della pubblica istruzione. Gazzetta Ufficiale Serie Generale del 15-06-1991.
- Penso, D. (2009). Progettare nella scuola dell'infanzia. Dalla pedagogia della cura all'apprendimento. Bergamo: Junior.
- Piaget, J. (1967, 2000). Lo sviluppo mentale del bambino. Torino: Einaudi editore.
- Piaget, J., Szeminska, A. (1968). La genesi del numero nel bambino, Firenze, La Nuova Italia.
- Sabena, C., Ferri, F., Martignone, F., Robotti, E. (2019). Insegnare e Apprendere matematica nella scuola dell'infanzia e primaria. Milano: Mondadori.
- Santinelli, L., Sbaragli, S. (2017). Dall'approccio spontaneo alle indicazioni necessarie: come accompagnare il bambino alla rappresentazione dei numeri. In: D'Amore, B. Sbaragli, S. (2016) In: D'Amore, B., Sbaragli, S. (2016) (Eds). Matematica, didattica e scuola: fra ricerca e prassi quotidiana. Bologna: Pitagora, pp. 85-90.
- Sarama, J., Clements, D. H. (2009). Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children. New York: Routledge.
- Slunjski E. (2008). Dječji vrtić-zajednica koja uči, mjesto dijaloga, suradnje i zajedničkog učenja. Zagreb: Spektar media.
- Slunjski, E. (2006). Kad djeca pišu, broje, računaju - neobične igre običnim materijalima. Varaždin: Stanek.
- Slunjski, E. (2015). Izvan okvira, kvalitativni iskoraci u shvaćanju i oblikovanju predškolskog kurikulumuma. Zagreb: Element
- Sorzio, P. (1999). Lo sviluppo della comprensione del numero nel bambino. Firenze: La Nuova Italia.
- Vergnaud, G. (1985). Il bambino, la matematica e la realtà. Roma: Armando Editore.

## 7.1 SITOGRAFIA

- Bambini, C., Mastrolorenzi, M. (2021). L'apprendimento della matematica: processi e strategie di intervento. <https://raffaelloformazione.it/wp-content/uploads/2021/03/apprendimento-della-matematica.pdf> (consultato: 24.2.2024)
- Carruthers, E., Worthington, M. (2005). Making Sense of Mathematical Graphics: The Development of Understanding Abstract Symbolism. *European Early Childhood Educational Research Journal*, 13(1), 57-79. [https://www.researchgate.net/publication/237958362\\_Making\\_sense\\_of\\_mathematical\\_graphics\\_The\\_development\\_of\\_understanding\\_abstract\\_symbolism](https://www.researchgate.net/publication/237958362_Making_sense_of_mathematical_graphics_The_development_of_understanding_abstract_symbolism) (consultato: 15.1.2024)
- Cohen, L., Dehaene, S. (1999). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia *Cognitive Neuropsychology*, 17(6), 563-583. [https://www.unicog.org/publications/cohen\\_CalculatingWithoutReading\\_CogNeuropsychology2000.pdf](https://www.unicog.org/publications/cohen_CalculatingWithoutReading_CogNeuropsychology2000.pdf) (consultato 14.03.2024)
- Fantavolando, sito didattico (2024). <https://fantavolando.it/filastrocca-dei-neri-e-schede-didattiche/> (consultato: 2.2.2024)
- Jovanova-Mitkovska, S. (2014). How preschool children learn math? In: *Education Across Borders - 2nd International Conference "Critical Thinking in Education"*, 31 Oct - 01 Nov 2014, Korce, Albania. <https://eprints.ugd.edu.mk/12171/> (consultato: 04.03.2024)
- Jung, M., Hartman, P., Smith, T., Wallace, S. (2013). Teaching Number Relationships in Preschool. *International Journal of Instruction*, 6(1):165-178. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/59731> (consultato: 16.01.2024)
- Merlo, D. (1994). Sintesi de „Il processo cognitivo“ di Vygotski, L. S. (1987). [https://moodle.mce-fimem.it/pluginfile.php/1174/mod\\_resource/content/0/Vygotskij-proc\\_cognitivo.pdf](https://moodle.mce-fimem.it/pluginfile.php/1174/mod_resource/content/0/Vygotskij-proc_cognitivo.pdf) (consultato: 06.11.2023)
- Mix, K. S., Cohen Levine, S., Huttenlocher, J. (1997). Numerical Abstraction in Infants: Another Look. *Developmental Psychology*, Vol. 33, No. 3, 423-428. [https://www.researchgate.net/publication/14068473\\_Numerical\\_abstraction\\_in\\_infants\\_Another\\_look](https://www.researchgate.net/publication/14068473_Numerical_abstraction_in_infants_Another_look) (consultato: 22.03.2024)



- Pavlin-Bernardić, N., Vlahović-Štetić, V., Mišurac Zorica, I. (2010). Studentski i učiteljski stavovi i uvjerenja o matematici. *Odgojne znanosti* Vol. 12, n. 2, pp. 385-397. <https://hrcak.srce.hr/file/101927> (consultato: 05.01.2024)
- Scarnecchia, N. (2010). Le filastrocche: uno strumento educativo. <http://nelleducazioneuntesoro.blogspot.com/2010/08/le-filastrocche-uno-strumento-educativo.html>
- Scarpelli, B. (2008). Fare matematica nell'infanzia. <https://www.cidi.it/cms/doc/open/item/filename/266/fare-matematica-nell-infanzia-scarpelli-2008.pdf> (consultato: 12.11.2023)
- Tenuta, U., I principi metodologico-didattici dell'educazione matematica. <https://www.edscuola.it/archivio/didattica/emprin.pdf> (consultato: 24.2.2024)
- Vlahović Štetić, V. (1999). Kognitivna reprezentacija brojeva u djece različite dobi. *Društvena istraživanja*, vol. 8 n. 4 (42), pp. 563-577. <https://hrcak.srce.hr/file/31903> (consultato: 06.01.2024)